5e

NOUVEAU PROGRAMME

Collection de Mathématiques

CARGO

NOUVELLE ÉDITION

LIVRE DU PROFESSEUR

Partie 3

(pages 85 à 118)

hachette
LIVRE INTERNATIONAL

11 Symétries

Manuel pages 123 à 136

Activités d'apprentissage	Cours Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre Mieux rédiger	Approfondissement
1	Rappels sur les symétries [1 p. 126]	25 à 29, 35, 36, 37, 38, 41, 44	45, 46, 47, 48, 49, 52	55
	Apprendre à construire le symétrique d'une figure [1 p. 128]	**1**, **2**, **3**, **4**, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24	48, 49, 51, 52	53 ,55, 58, 59
	Apprendre à utiliser les tableaux de correspondance [2 p. 129]	**5**, **6**, **7**, **8**, 33, 34		56
2	Symétrique d'un cercle [2 p. 127]	22, 23, 24, 30		57, 59 60, 61
3	Symétrique du milieu d'un segment [3 p. 127]			
4	Symétrique de deux droites perpendiculaires [4 p. 127]	42, 43		53, 54, 58
5	Symétrique de deux droites parallèles [5 p. 127]	39, 40		58
	Apprendre à justifier avec les propriétés des symétries [3 p. 130]	**9**, **10**, **11**, **12**, **13**, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43 ,44	50, 52,	53, 54, 58, 60, 61, 62

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

Activités d'apprentissage

1. Des propriétés connues

1. Les souvenirs de Nicole sont parfaitement corrects pour la symétrie axiale.

2. Pas de véritable erreur pour la symétrie centrale, mais deux propriétés sont à compléter :

le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite qui lui est parallèle ;

le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur et de support parallèle.

2 Symétrique d'un cercle

1. a. Dans une symétrie axiale, le symétrique d'un segment est un segment de même longueur ;

donc : $A'M' = AM$, $A'N' = AN$ et $A'P' = AP$;

or $AM = AN = AP = 1$ cm ; donc : $A'M' = A'N' = A'P' = 1$ cm.

b. Les points M', N' et P' appartiennent au cercle de centre A' et de rayon 1 cm.

c. Le symétrique du cercle (C) [centre A, rayon 1] est le cercle (C') [centre A', même rayon].

2. a. Dans une symétrie centrale, le symétrique d'un segment est un segment de même longueur ;

donc : $T'K' = TK$ et $T'L' = TL$;

or $TK = TL = 2{,}5$ cm ; donc : $T'K' = T'L' = 2{,}5$ cm.

b. Les points K' et L' appartiennent au cercle de centre T' et de rayon 2,5 cm

3 Symétries et milieux

Dans une symétrie centrale (partie 1) comme dans une symétrie axiale (partie 2) le cumul des deux propriétés « le symétrique d'une droite est une droite » et « le symétrique d'un segment est un segment de même longueur » permet d'affirmer que « le symétrique du milieu d'un segment est le milieu de son segment symétrique ».

4 Symétries et droites perpendiculaires

Dans une symétrie axiale (partie 1) comme dans une symétrie centrale (partie 2) la propriété « le symétrique d'un angle est un angle de même mesure » permet d'affirmer que « les symétriques de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires ».

5 Symétries et droites parallèles

1. Démonstration de la propriété « dans une symétrie axiale, les symétriques de deux droites parallèles sont deux droites parallèles », obtenue en complétant la partie surlignée en jaune :

Les droites (D_1) et (Δ) sont perpendiculaires.

Or, les symétriques de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires.

Donc les droites (D_1') et (Δ') sont perpendiculaires.

De la même façon, (D_2') et (Δ') sont perpendiculaires.

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors ces deux droites sont parallèles.

On en déduit que (D_1') et (D_2') sont parallèles.

2. Démonstration de la propriété « dans une symétrie centrale, les symétriques de deux droites parallèles sont deux droites parallèles » en utilisant les propriétés P_1 « le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite qui lui est parallèle » et P_2 « si deux droites sont parallèles à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles » :

(*D'*), symétrique de (*D*) par rapport à *O*, est parallèle à (*D*) [d'après P_1] donc aussi à (Δ) [d'après P_2] ;

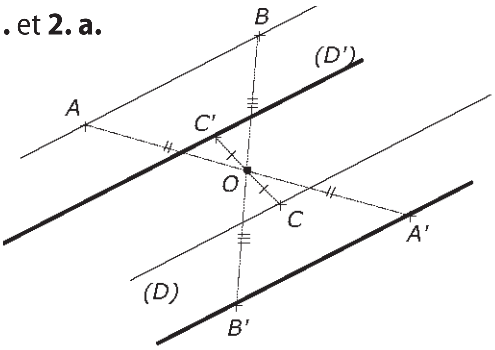
(Δ'), symétrique de (Δ) par rapport à *O*, est parallèle à (Δ) [d'après P_1] ;

Finalement (*D'*) et (Δ'), toutes deux parallèles à (Δ), sont parallèles entre elles [d'après P_2].

Méthodes et savoir-faire

1. Apprendre à construire le symétrique d'une figure

1 **1.** et **2. a.**

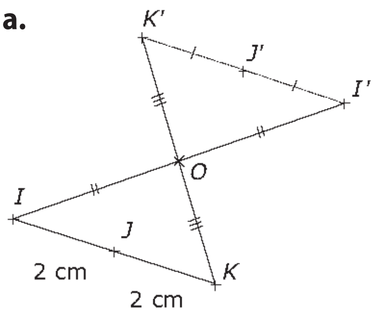


2. b. Si *A'*, *B'* et *C'* sont les symétriques respectifs de *A*, *B* et *C* par rapport à *O*, alors :

• (*A'B'*) est la droite symétrique de (*AB*) par rapport à *O* ;

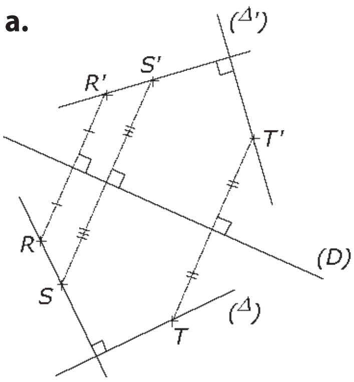
• la droite (*D'*), passant par *C'* et parallèle à (*D*), est la symétrique de (*D*) par rapport à *O*.

2 **1.** et **2. a.**



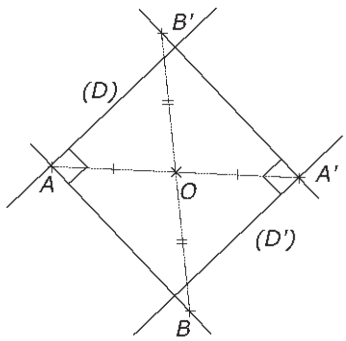
2. b. Si *I'* et *K'* sont les symétriques respectifs de *I* et *K* par rapport à *O*, alors *J'*, symétrique de *J* par rapport à *O*, est le milieu du segment [*I'K'*].

3 **1.** et **2. a.**



2. b. Si *R'*, *S'* et *T'* sont les symétriques respectifs de *R*, *S* et *T* par rapport à la droite (*D*), alors (Δ'), symétrique de (Δ) par rapport à (*D*), est la droite passant par *T'* et perpendiculaire à la droite (*R'S'*).

4 **1.** et **2. a.**



2. b. Si *A'* et *B'* sont les symétriques respectifs de *A* et *B* par rapport à *O*, alors (*D'*), symétrique de (*D*) par rapport à *O*, est la droite passant par *A'* et perpendiculaire à la droite (*A'B'*).

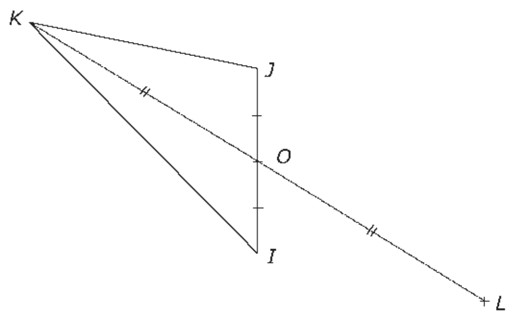
2. Apprendre à utiliser les tableaux de correspondance

5 **1. a.** E ; **b.** G ; **c.** B ; **d.** (EG).

2.

A	*C*	*B*	[*AB*]	[*FG*]	(*EG*)	*EFG*
E	*G*	*F*	[*EF*]	[*BC*]	(*AC*)	*ABC*

6 **1.**



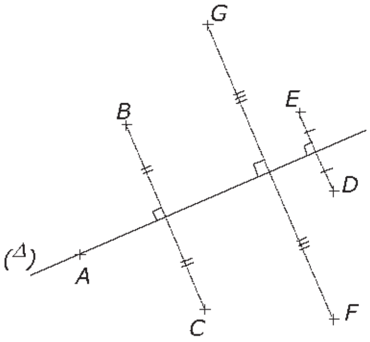
2.

I	*L*	*O*	[*IL*]	[*OI*]	(*KL*)	*IOK*
J	*K*	*O*	[*JK*]	[*OJ*]	(*LK*)	*JOL*

7 Tableau de correspondance pour la symétrie de centre *E* :

B	*F*	*E*	$\widehat{GFH}$	$\widehat{FGH}$	$\widehat{DAC}$	$\widehat{FHI}$
H	*D*	*E*	$\widehat{CDB}$	$\widehat{DCB}$	$\widehat{FIG}$	$\widehat{DBA}$

8 **1.** et **2.**



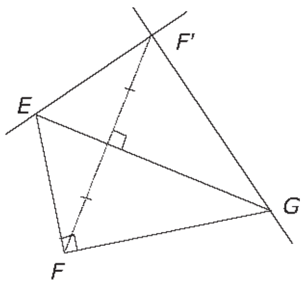
Ci-dessus une figure possible, satisfaisant aux données de l'exercice.

3.

(*EG*)	(*BF*)
(*CE*)	(*CG*)

3. Apprendre à justifier avec les propriétés des symétries

9 **1. a.** et **b.**



2. Les droites (*EF'*) et (*GF'*) sont perpendiculaires.

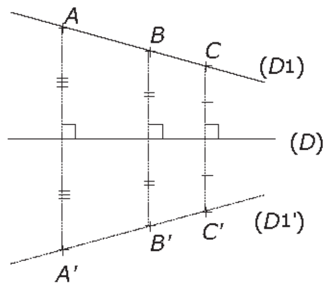
Justification : ce sont les symétriques, par rapport à la droite (*EG*), des deux droites (*EF*) et (*GF*) elles-mêmes perpendiculaires.

10 **1.** Tableau de correspondance pour la symétrie par rapport à la droite (*D*) :

R	*S*	*T*	[*RT*]
W	*V*	*U*	[*WU*]

2. *V* est le milieu de [*WU*] ; en effet, si deux segments, [*RT*] et [*WU*], sont symétriques par rapport à une droite, alors leurs milieux sont aussi symétriques.

11 **1.**



2. Les points *A, B* et *C* sont alignés sur la droite (D_1).

Leurs symétriques *A'*, *B'* et *C'*, par rapport à la droite (*D*), sont aussi alignés sur la droite (D_1'), symétrique de la droite (D_1).

12 **1.** Les symétriques des points *A* et *C*, par la symétrie de centre *R*, sont respectivement *Y* et *W*.

2. a. Les milieux de deux segments symétriques sont eux-mêmes symétriques (symétrie centrale ou axiale).

b. On en déduit que les points *B* et *X* sont symétriques par rapport au point *R*.

c. *AB* = *BC* = *WX* = *XY*.

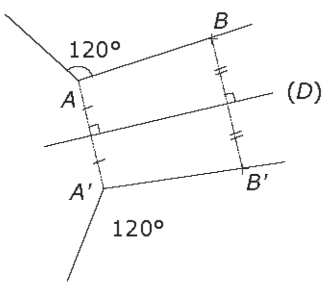
13 *BE* = 2,3 cm.

Justification : deux cercles symétriques par rapport à une droite ont le même rayon.

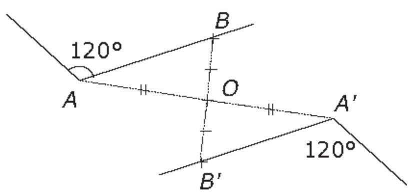
Exercices d'application

Constructions de symétriques

14 **1.** et **2.**

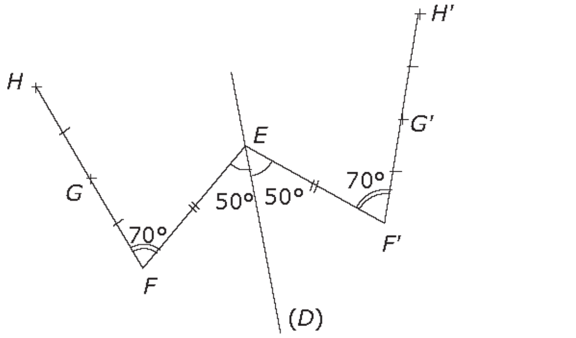


3.



Dans les deux cas, après avoir construit les points *A'* et *B'* (symétriques des points *A* et B), la construction du symétrique $\widehat{A'}$ de l'angle $\widehat{A}$, dont un premier côté est [*A'B'*), se fait avec le rapporteur et la règle non graduée… en étant attentif à la position du second côté de cet angle.

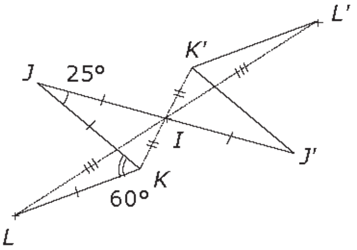
15



EF' = *EF* = 3 cm. *F'H'* = *FH* = 4 cm.

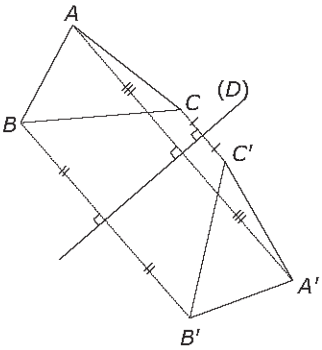
La construction du symétrique de la figure initiale (*HGFE*) par rapport à la droite (*D*) se fait de proche en proche (*F'* puis *G'* puis *H'*) avec le rapporteur et la règle graduée.

16



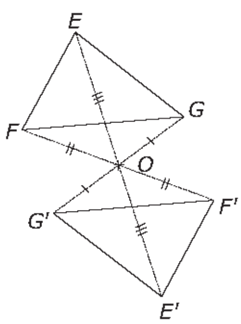
La construction des symétriques *J'*, *K'* et *L'* des points *J*, *K* et *L*, par rapport à *I*, peut se faire en utilisant uniquement la règle graduée (on peut aussi utiliser le compas et la règle non graduée).

17 **1.**



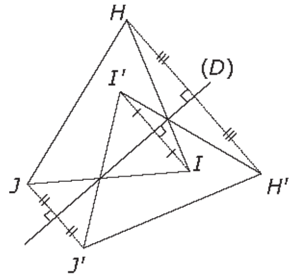
A'B'C' est le symétrique de *ABC* par rapport à (*D*).

2.



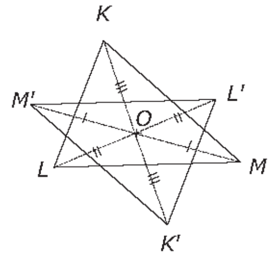
E'F'G' est le symétrique de *EFG* par rapport à *O*.

18 **1.**



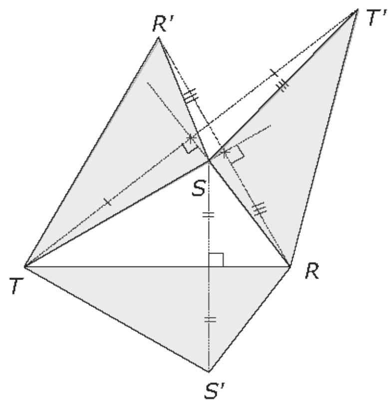
H'I'J' est le symétrique de *HIJ* par rapport à (*D*).

2.



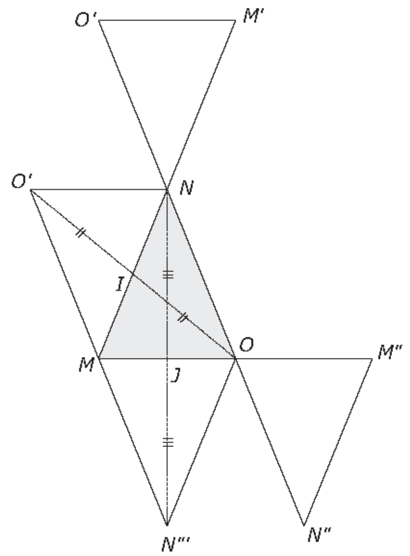
K'L'M' est le symétrique de *KLM* par rapport à *O*.

19



a. *RST'* est le symétrique de *RST* par rapport à (*RS*).
b. *R'ST* est le symétrique de *RST* par rapport à (*ST*).
c. *RS'T* est le symétrique de *RST* par rapport à (*TR*).

20 *MN* = *ON* = 4 cm et *MO* = 3 cm.



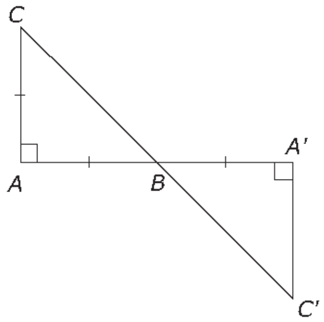
a. *M'NO'* est le symétrique de *MNO* par rapport à *N*.

b. *M″N″O* st le symétrique de *MNO* par rapport à *O*.

c. *NMO′* est le symétrique de *MNO* par rapport à *I*.

d. *ON″M* est le symétrique de *MNO* par rapport à J.

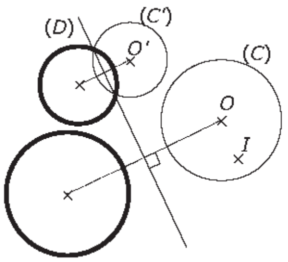
21 **1.** *ABC* est un triangle rectangle et isocèle en *A*.



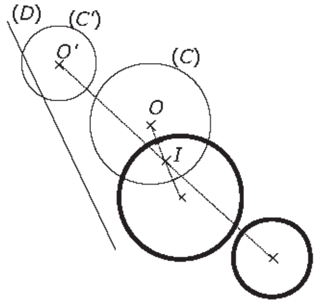
2. a. Le symétrique du point *A* par rapport à *B* est le point *A′* intersection du cercle de centre *B* passant par *A* (utilisation du compas) et de la droite (*AB*) (utilisation de la règle non graduée).

b. Le symétrique du point *C* par rapport à *B* est le point *C′* intersection de la droite (*CB*) (utilisation de la règle non graduée) et de la droite perpendiculaire en *A′* à [A*A′*] (utilisation de l'équerre).

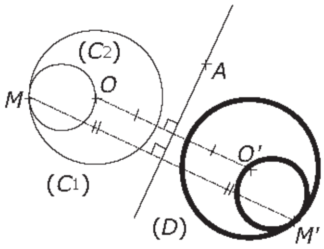
22 **2. a.** Construction des symétriques de (*C*) et (*C′*) par rapport à la droite (*D*).



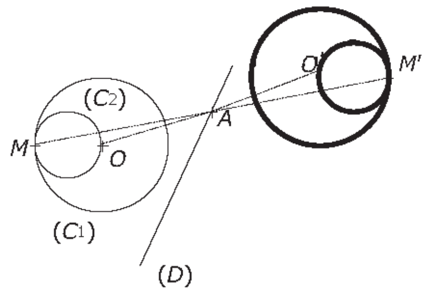
b. Construction des symétriques de (*C*) et (*C′*) par rapport au point *I*.



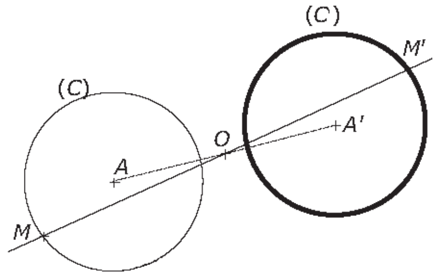
23 **2. a.** Construction des symétriques de (C_1) et (C_2) par rapport à la droite (*D*).



b. Construction des symétriques de (C_1) et (C_2) par rapport au point *A*.



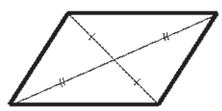
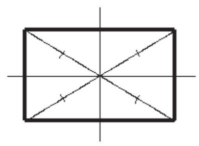
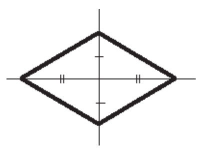
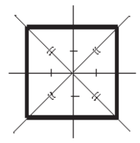
24 **2.** (*C′*) est le symétrique de (*C*) par rapport *O*.



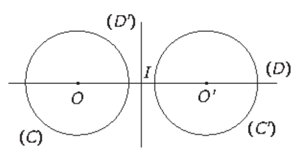
3. Le symétrique du point *M* par rapport à *O* est le point *M′* intersection du cercle (*C′*) et de la droite (*MO*) (utilisation de la règle non graduée).

Axes et centres de symétrie

25

	Tout parallélogramme admet : • un centre de symétrie (le point d'intersection de ses diagonales).
	Tout rectangle admet : • 1 centre de symétrie (le point d'intersection de ses diagonales), • 2 axes de symétrie (les médiatrices de ses côtés).
	Tout losange admet : • 1 centre de symétrie (le point d'intersection de ses diagonales), • 2 axes de symétrie (ses diagonales).
	Tout carré admet : • 1 centre de symétrie (le point d'intersection de ses diagonales), • 4 axes de symétrie (ses diagonales et les médiatrices de ses côtés).

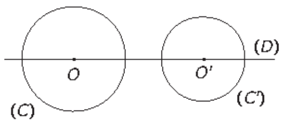
26



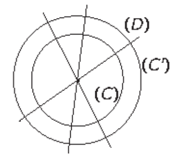
La figure ci-contre admet :

• 1 centre de symétrie (le milieu du segment [*OO′*]),

• 2 axes de symétrie (la droite (*OO′*) et la médiatrice du segment [*OO′*]).

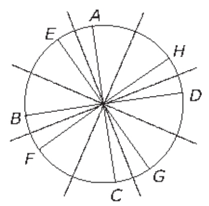


La figure ci-contre admet :
• 1 axe de symétrie (la droite (OO')).

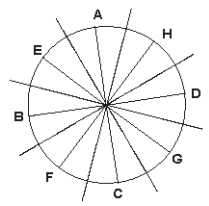


La figure ci-contre admet :
• 1 centre de symétrie (le centre commun des 2 cercles),
• une infinité d'axes de symétrie (tout les diamètres… communs aux deux cercles)

27

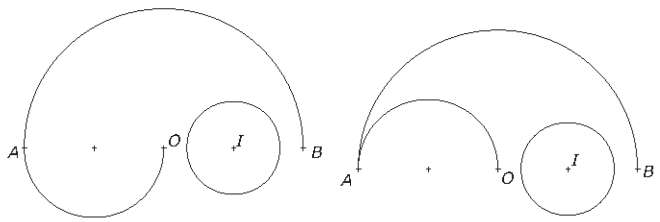


La figure ci-contre, où $[AC] \perp [BD]$ et $[EF] \perp [FH]$, admet :
• 1 centre de symétrie (le centre du cercle),
• 4 axes de symétrie (les bissectrices, en pointillés, des angles $\widehat{AOE}$, $\widehat{EOB}$, $\widehat{BOF}$ et $\widehat{FOC}$).

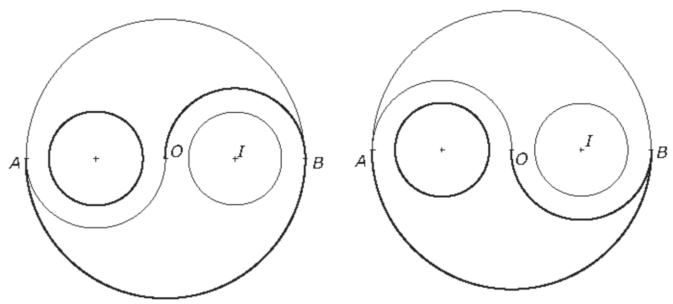


La figure ci-contre, où $[AC] \perp [BD]$, $[EF] \perp [FH]$ et $\widehat{AOE} = 45°$, admet :
• 1 centre de symétrie (le centre du cercle),
• 8 axes de symétrie (les bissectrices, en pointillés, des mêmes angles et les diamètres $[AC]$, $[BD]$, $[EF]$ et $[FH]$).

28 **1.** Deux figures sont possibles (où $OA = OB = 6$ cm, I milieu de $[OB]$ et le cercle de centre I a pour rayon 2 cm).



2. Figures complétées avec le minimum d'éléments, de sorte que O en soit centre de symétrie.



29 Les angles $\widehat{S}$ et $\widehat{S'}$ sont symétriques par rapport à (D), alors que les angles $\widehat{R}$ et $\widehat{R'}$ ne le sont pas.
En effet, dans le second cas, deux côtés des angles ne sont pas symétriques.

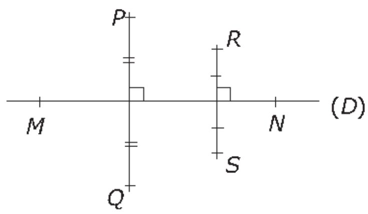
30 I est centre de symétrie de la figure, puisque le symétrique par rapport à I du cercle (C) est le cercle (C').

31 J est le milieu du segment $[MN]$; M et O, d'une part, N et P, d'autre part, sont symétriques par rapport à (D).
Donc le point I, symétrique de J par rapport (D), est le milieu du segment $[OP]$.

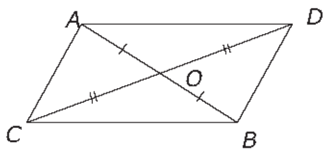
32 **1.** Les triangles FDE et ABC sont symétriques par rapport à (D). En effet F et A, d'une part, D et B, d'autre part, sont symétriques par rapport à (D) (d'après le codage de la figure) ; A et F sont aussi symétriques, en raison de leurs positions relatives (de plus les deux triangles sont équilatéraux).
2. Les triangles GIH et ABC ne sont pas symétriques par rapport à O. En effet, en raison de leurs positions relatives, les points I et B ne sont pas symétriques par rapport à O (de plus ABC est équilatéral, alors que GIH ne l'est pas).

Tableaux de correspondance

33

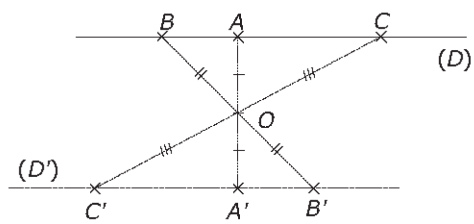


34



Démonstrations

35 **1.**



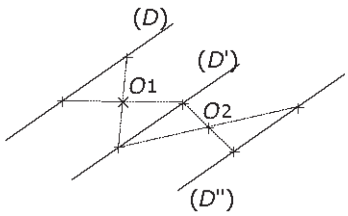
2. A', B' et C' sont alignés sur la droite (D'), symétrique de la droite (D) par rapport à O.

36 **1.**

A	B	C	$\widehat{EFG}$
E	F	G	$\widehat{ABC}$

2. Les points A, B et C, symétriques par rapport à (D) des points alignés E, F et G, sont eux-mêmes alignés.

37 **1.**



2. (*D'*) // (*D*) et (*D''*) // (*D'*) donc (*D''*) // (*D*)

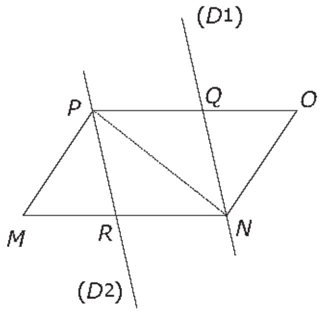
38 **1.** Les points *R* et *Q*, de la droite (*D*), sont équidistants des extrémités du segment [MO], donc (*D*) est la médiatrice du segment [*MO*].

2. a.

M	*N*	*Q*	*R*	[*MN*]
O	*P*	*Q*	*R*	[*OP*]

b. Les segments [*MN*] et [*OP*] sont symétriques par rapport à la droite (*D*), donc *MN* = *OP*.

39 **1.**

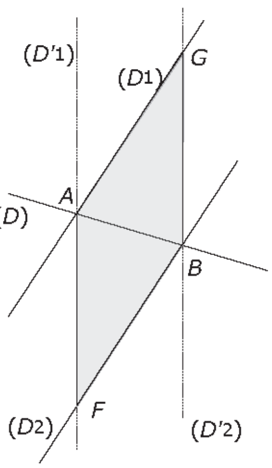


2. a. *MNOP* est un parallélogramme donc (*MN*) // (*OP*).

b. Les droites (D_1) et (D_2), symétriques respectives de (*MN*) et (*OP*) par rapport à la droite (*NP*), sont aussi parallèles.

c. *QNRP*, quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles, est donc un parallélogramme.

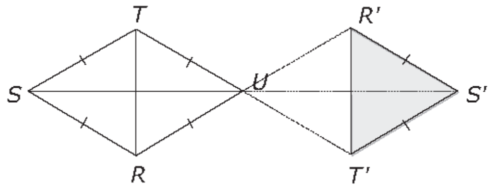
40 **1.**



2. a. (D_1) et (D_2) sont deux droites parallèles ; donc les droites (D'_1) et (D'_2), symétriques respectives de (D_1) et (*D*2) par rapport à la droite (*D*), sont aussi parallèles.

b. On en déduit que *AFBG* est un parallélogramme

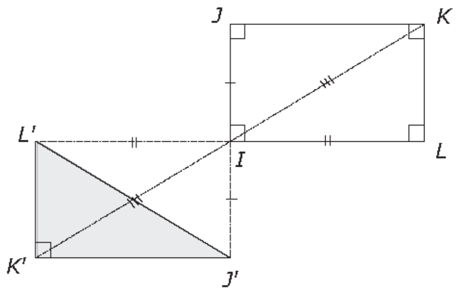
41 **1.**



2. Le triangle *R'S'T'* est isocèle en *S'*.

Justification : dans le losange *RSTU*, *TS* = *SR* ; dans la symétrie par rapport à *U*, *T'S'* = *TS* et *S'R'* = *SR* ; donc : *T'S'* = *S'R'*.

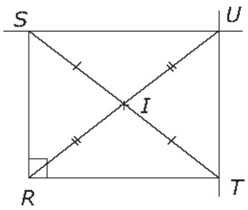
42 **1.**



2. Le triangle *J'K'L'* est rectangle en *K'*.

Justification : dans le rectangle *IJKL*, $\widehat{K} = 90°$; dans la symétrie par rapport à *I*, $\widehat{K'} = \widehat{K}$; donc $\widehat{K'} = 90°$.

43 **1.**



2. a. *I* est le milieu de [*ST*], donc *S* et *T* sont symétriques par rapport à *I*.

Comme *U* est le symétrique de *R* par rapport à *I*, on a :

• [*UT*] symétrique de [*RS*] donc (*RS*) // (*TU*) ;

• [*US*] symétrique de [*RT*] donc (*RT*) // (*SU*).

b. On en déduit que *RSUT* est un rectangle, puisque trois de ses angles sont droits.

44 **1.** Les angles $\widehat{MNP}$ et $\widehat{RST}$, symétriques par rapport à *O*, ont la même mesure : 35°.

2. On en déduit que $\widehat{MNP} = \widehat{PNQ}$, c'est-à-dire que la demi-droite [*NP*) est la bissectrice de l'angle $\widehat{MNQ}$.

Bien comprendre, mieux rédiger

45 Les bons mots

• A' est le symétrique de A par rapport à la droite (D).
• B et B' sont symétriques par rapport à la droite (D).
• La droite (D) coupe le segment [CC'] en son milieu et lui est perpendiculaire.
• La droite (D) est la médiatrice de [AA'], [BB'] et [CC'].

46 Repérer à l'œil nu

1. Le symétrique du triangle *MDK* par rapport :
• au point M est le triangle *MHI*,
• au point K est le triangle *EFK*,
• à la droite (CG) est le triangle *MBI*,
• à la droite (HM) est le triangle *MDJ*.

2. Le symétrique du triangle *GHF* par rapport :
• au point M est le triangle *CDB*,
• au point L est le triangle *MFH*,
• à la droite (AE) est le triangle *CBD*,
• à la droite (GC) est le triangle *GFH*.

47 Argumenter

Aucune des figures n'admet de centre de symétrie :

a. la figure est constituée de 2 segments non parallèles ;

b. la figure est constituée de 2 cercles de rayons différents ;

c. la figure est constituée de deux angles dont deux côtés ne sont pas parallèles ;

d. la figure est constituée de deux demi-droites parallèles mais de même sens.

48 Programme de construction

Construis un carré *ABCD*.

Trace le segment [AC] puis construis son symétrique [HC] par rapport au point C.

Construis le symétrique *EFGD* de *ABCD* par rapport au point D.

Trace le segment [AG] puis construis son symétrique [JG] par rapport au point G.

49 Droites particulières

Construis un triangle *ABC*, rectangle en C.

La médiatrice du segment [AB] coupe le côté [AB] au point E et le côté [AC] au point H.

La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ et la médiatrice du segment [AB] se coupent au point F.

Trace la demi-droite [AF).

50 Propriétés des symétries

• Aire du triangle $AEB = \dfrac{6 \times 3}{2} = 9$ cm. ;

• aire du triangle $FCB = \dfrac{3 \times 3}{2} = 4{,}5$ cm. ;

• aire du carré $EFCD = 3 \times 3 = 9$ cm..

1. Donc l'aire des figures *ABCD* et *A'B'C'D'* [symétrique de *ABCD* par rapport à (EF)] est égale à :

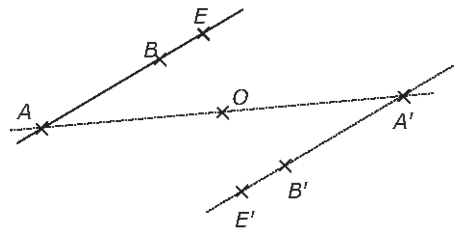
$9 + 4{,}5 + 9 = 22{,}5$ cm.

Justification : dans une symétrie axiale, l'image d'une figure est une figure de mêmes dimensions.

2. L'aire du symétrique de la figure *A'B'C'D'* par rapport au point B est aussi égale à 22,5 cm.

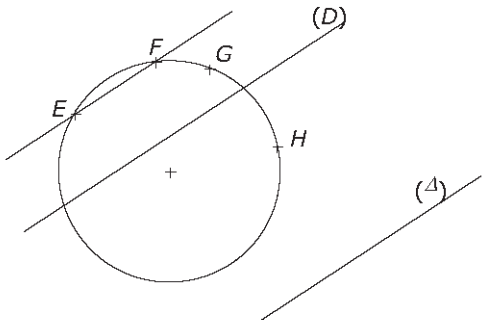
Justification : dans une symétrie centrale, l'image d'une figure est une figure de mêmes dimensions.

51 Rédiger une méthode



Le symétrique de A par rapport à O est le point d'intersection A' des droites (AO) et ($B'E'$).

52 De la solution à l'énoncé



1. *Enoncé* : Marque quatre points E, F, G et H sur un cercle. Soit (D) et (Δ) les symétriques respectives de la droite (EF) par rapport aux points G et H. Prouve que les droites (D) et (Δ) sont parallèles.

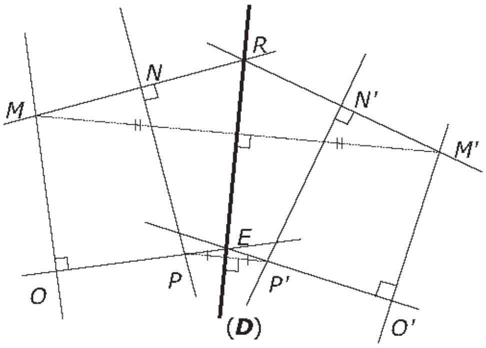
Solution : Les droites (D) et (EF) sont symétriques par rapport à G, donc (D) // (EF).

Les droites (Δ) et (EF) dont symétriques par rapport à H, donc (Δ) // (EF).

2. On en déduit que (D) // (Δ) [puisque ces deux droites sont parallèles à la même 3[e] droite (EF)].

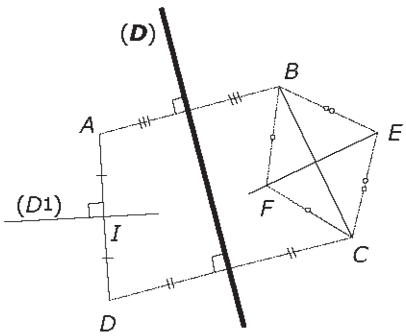
Exercices d'approfondissement

53 Problème de construction



Après avoir construit les points M' et P', symétriques respectifs de M et P par rapport à la droite (D),
• le point N', symétrique de N par rapport à (D), est le point d'intersection de la droite (RM') et de la perpendiculaire à cette droite passant par P' ;
• le point O', symétrique de O par rapport à (D), est le point d'intersection de la droite (EP') et de la perpendiculaire à cette droite passant par M'.
(Utilisation, pour la construction de N' et O', de l'équerre et de la règle non graduée.)

54 Une droite bien connue



Les droites (D_1) et (EF) sont symétriques par rapport à la droite (D).
Justification : les segments $[AD]$ et $[BC]$ sont symétriques par rapport à (D) ; donc (D_1) et (EF), médiatrices respectives de $[AD]$ et $[BC]$, sont aussi symétriques par rapport à (D).

55 Plusieurs symétries

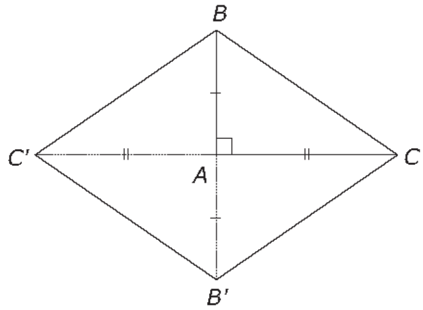
1. Un polygone à cinq côtés ne peut pas avoir de centre de symétrie.
2. Sans centre de symétrie, un polygone ne peut pas avoir exactement deux axes de symétrie.

56 Plusieurs symétries

1. Figure, voir ci-après.

2. a. Tableau (1) de correspondance pour la symétrie d'axe (AC) :

A	B	C	B'	C'
A	B'	C	B	C'



b. Tableau (2) de correspondance pour la symétrie d'axe (AB) :

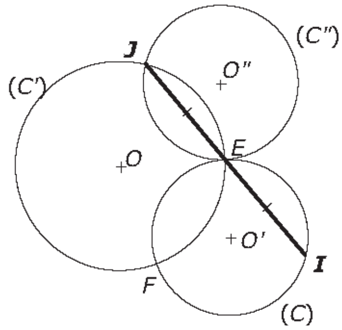
A	B	C	B'	C'
A	B	C'	B'	C

c. En alternant les 2 tableaux, on peut affirmer successivement que : $BC = CB'$ (2^e^ et 3^e^ colonnes du tableau 1),
$CB' = B'C'$ (3^e^ et 4^e^ colonnes du tableau 2),
$B'C' = C'$B (4^e^ et 5^e^ colonnes du tableau 1),
$C'B = BC$ (2^e^ et 5^e^ colonnes du tableau 2),
donc : $BC = CB' = B'C' = C'B$.

d. On en déduit que le quadrilatère $BCB'C'$ est un losange.

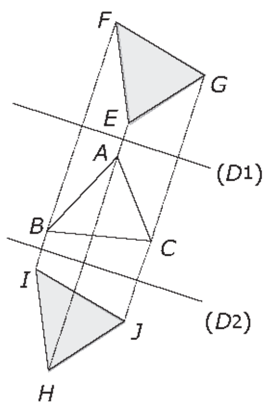
57 Lieu de points

1. (C) et (C') se coupent en E et F.
(C'') est le symétrique de (C) par rapport à E.



2. Si J est le second point d'intersection des cercles (C') et (C″) (E étant le premier), la droite (JE) recoupe (C) au point symétrique de J par rapport à E, c'est-à-dire au point I cherché : I sur (C), J sur (C') et E milieu de $[IJ]$.

58 Suite de symétries axiales



1. Sur la figure ci-contre :
• $(D_1) // (D_2)$,
• EFG est le symétrique de ABC par rapport à (D_1),
• HIJ est le symétrique de ABC par rapport à (D_2).

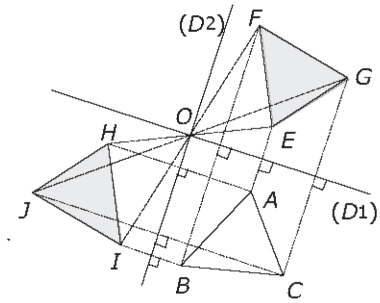
2. Les triangles HIJ et EFG ne sont pas symétriques :
a. ni par rapport à une droite ;
b. ni par rapport à un point.

3. Sur la figure ci-après :

• $(D_1) \perp (D_2)$,

• *EFG* est le symétrique de *ABC* par rapport à (D_1),

• *HIJ* est le symétrique de *ABC* par rapport à (D_2).

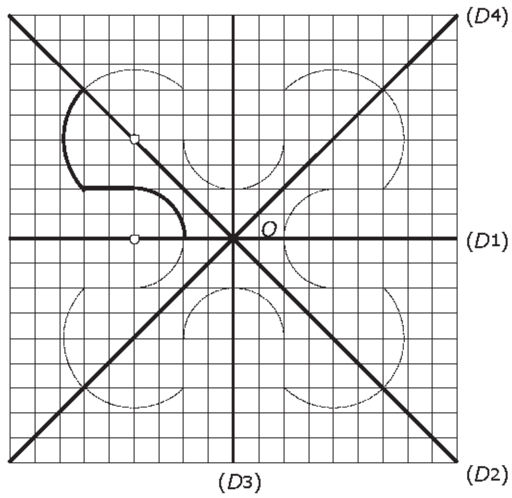


Les triangles *HIJ* et *EFG* :

a. ne sont pas symétriques par rapport à une droite ;

b. sont symétriques par rapport au point d'intersection *O* de (D_1) et (D_2).

59 **1.**

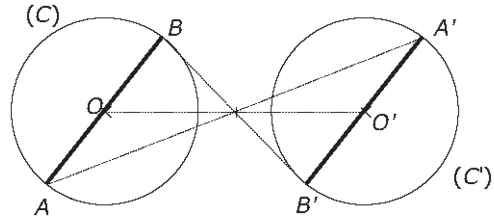


2. a. Ci-avant, la figure complétée avec le minimum d'éléments, de sorte que (D_1) et (D_2) en soient axes de symétrie.

b. La figure obtenue a en fait 4 axes de symétrie : (D_1), (D_2), (D_3) et (D_4).

c. La figure obtenue a aussi 1 centre de symétrie : le point d'intersection *O* des 4 axes.

60 **1.**



2. a. b. Les deux cercles ayant même rayon, ils sont symétriques par rapport au milieu *I* du segment [*OO'*].

c. Construction du point *I* :

• tracer un diamètre [*AB*] de (*C*) (utilisation de la règle non graduée) ;

• construire le diamètre [*A'B'*] de (*C'*), parallèle à [*AB*] (utilisation de le règle non graduée et de l'équerre) ;

• *I* est le point d'intersection de [*OO'*], [*AA'*] et [*BB'*] (utilisation de la règle non graduée).

Activités d'intégration

61 Le terrain de basket-ball

Le terrain de basket-ball est symétrique par rapport à la ligne médiane, donc les deux parties à peindre en rouge sont identiques.

• Aire à peindre en rouge : $A_R = 2 \times 55 = 110$ m^2.

$110 \times 0{,}4 = 44$ L de peinture à prévoir.

$\dfrac{44}{5} = 8{,}8$.

Il doit donc acheter 9 pots de peinture rouge.

• Aire à peindre en jaune : $A_J = 29 \times 16 - A_R$

$A_J = 354$ m^2.

$354 \times 0{,}3 = 106{,}2$ L de peinture à prévoir.

$\dfrac{106{,}2}{4} = 26{,}55$.

Il doit donc acheter 27 pots de peinture jaune.

• $9 \times 72\,000 + 27 \times 50\,000 = 1\,998\,000$.

Il doit prévoir de dépenser 1 998 000 F CFA pour l'achat des pots de peinture.

62 Le pantographe

Comme quadrilatère non croisé, dont les côtés opposés ont la même longueur, *ABCD* est un parallélogramme. On en déduit que les droites (*AB*) et (*CD*) sont parallèles.

Puisque *DM* = *AP*, le quadrilatère *APDM* est aussi (un parallélogramme.

F, milieu de la diagonale [*AD*] de ce parallélogramme, est aussi milieu de son autre diagonale [*PM*] ; c'est-à-dire que *P* et *M* sont toujours symétriques par rapport à *F*.

Les deux figures sont donc identiques.

12 Angles

Manuel pages 137 à 150

Activités d'apprentissage	Cours Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre Mieux rédiger	Approfondissement
1	Angles, adjacents, complémentaires et supplémentaires [1a et 1b p. 140]	21, 22, 23, 24, 27, 28		68
2	Angles opposés par le sommet [1c p. 140]	24, 25, 26	67	75
3	Angles alternes-internes, alternes-externes et correspondants [1d p. 140]	29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37		74
	Apprendre à utiliser des angles particuliers [1 p. 142]	**1, 2, 3, 4, 5, 6, 7**	67	69, 72
4	Angles et droites parallèles : justifier que deux angles ont la même mesure [2a p. 140]	29, 30, 31, 32, 33	67	
5	Angles et droites parallèles : justifier que deux droites sont parallèles [2b p. 141]	34, 35, 36		74, 77
	Apprendre à utiliser les propriétés des angles [2 p. 143]	**8, 9, 12, 11, 12, 13,** 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37	67	77
6	Angles et triangles : somme des angles d'un triangle [3a p. 141]	41, 42, 43, 44	62	
7	Angles et triangles isocèles et équilatéraux [3b p. 141]	47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 59, 60, 61	63, 64, 65, 66	71, 76
7	Angles et triangles rectangles [3c p. 141]	55, 56, 57, 58	64, 65	71, 75
	Apprendre à utiliser les angles dans un triangle [3 p. 144]	**14, 15, 16, 17, 18, 19, 20**, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 45, 46	62, 63, 64, 65, 66, 67	70, 71, 73, 75, 76

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

Activités d'apprentissage

1 Angles complémentaires et supplémentaires

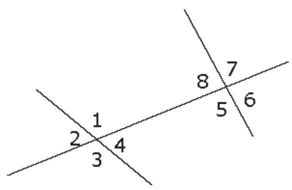
1. Angles dont la somme des mesures est égale à celle d'un angle droit : $\widehat{A}$ et $\widehat{D}$, $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$.

2. Angles dont la somme des mesures est égale à celle d'un angle plat : $\widehat{B}$ et $\widehat{E}$, $\widehat{D}$ et $\widehat{F}$.

2 Angles opposés par le sommet

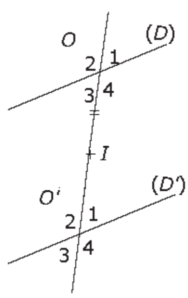
Découverte puis démonstration (à l'aide de la symétrie par rapport à un point) de l'égalité des mesures de deux angles opposés par le sommet.

3 Angles formés par deux droites et une sécante



Angles alternes-internes : 1 et 5 ; 4 et 8.
Angles alternes-externes : 2 et 6 ; 3 et 7.
Angles correspondants : 1 et 7 ; 2 et 8 ; 3 et 5 ; 4 et 6.

4 Angles et droites parallèles



1. a. (*D*) // (*D*′) et *I* milieu du segment [*OO*′].

b. Dans la symétrie de centre *I*, le symétrique :
de *O* est *O*′ ; de (*D*) est (*D*′) ; de [*IO*) est [*IO*′).

2. a. Deux angles alternes-internes ont toujours la même mesure, puisqu'ils sont symétriques par rapport à *I*.

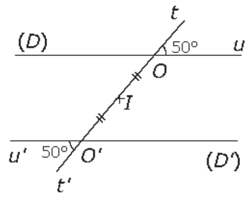
b. Deux angles alternes-externes ont toujours la même mesure, puisqu'ils sont symétriques par rapport à *I*.

c. Parmi $\widehat{O_1}$, $\widehat{O_3}$ et $\widehat{O'_1}$, sont correspondants les deux angles $\widehat{O_1}$ et $\widehat{O'_1}$. Or : $\widehat{O_1}$ et $\widehat{O_3}$, opposés par le sommet, ont la même mesure ; $\widehat{O'_1}$ et $\widehat{O_3}$, alternes-internes, ont la même mesure ;
donc : $\widehat{O_1}$ et $\widehat{O'_1}$ ont la même mesure.

5 Justifier que deux droites sont parallèles

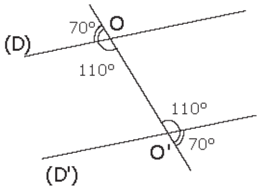
1. a. Tableau de correspondance pour la symétrie de centre *I* :

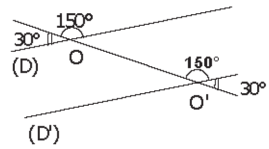
O	$[Ot)$	$\widehat{tOu}$	$[Ou)$	(D)
O'	$[O't')$	$\widehat{t'O'u'}$	$[O'u')$	(D')



b. On en déduit qu'avec deux angles alternes-externes de même mesure (ici 50°), on a : (*D*) // (*D'*).

2.





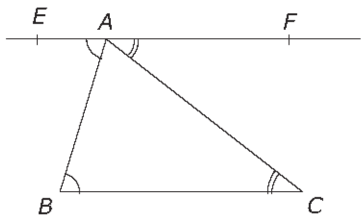
Dans la figure ci-dessus, il y avait au départ deux angles alternes-internes de même mesure 110°.
Les deux angles (de mesure 70° car supplémentaires aux précédents) qui ont été marqués, sont alternes-externes ; donc, d'après la question précédente, on a : (*D*) // (*D'*).

Dans la figure ci-dessus, il y avait au départ deux angles correspondants de même mesure 150°.
Les deux angles (de mesure 30° car supplémentaires aux précédents) qui ont été marqués, sont alternes-externes ; donc, d'après la question précédente, on a : (*D*) // (*D'*).

3. Pour que deux droites coupées par une sécante soient parallèles, il suffit que deux angles alternes-externes, ou alternes-internes, ou correspondants soient de même mesure.

6 Somme des angles d'un triangle

(*EF*) // (*BC*).



a. mes $\widehat{EAB}$ + mes $\widehat{BAC}$ + mes $\widehat{CAF}$ = 180° puisque les points *E*, *A* et *F* sont alignés.

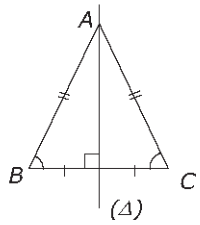
b. les deux droites parallèles (*EF*) et (*BC*) forment avec la sécante (*AB*) les angles alternes-internes $\widehat{EAB}$ et $\widehat{ABC}$; donc : mes $\widehat{EAB}$ = mes $\widehat{ABC}$.

c. les deux droites parallèles (*EF*) et (*BC*) forment avec la sécante (*AC*) les angles alternes-internes $\widehat{FAC}$ et $\widehat{ACB}$; donc : mes $\widehat{FAC}$ = mes $\widehat{ACB}$.

d. On en déduit que la somme des mesures des trois angles du triangle *ABC* est égale à 180°.

7 Angles et triangles particuliers

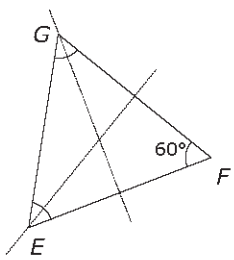
1. Triangle isocèle



(Δ), droite passant par *A*, est axe de symétrie du triangle *ABC* ;
donc *AB* = *AC* et le triangle *ABC* est isocèle en *A*.

De plus, les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$, symétriques par rapport à (Δ), ont même mesure.

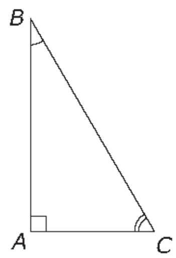
2. Triangle équilatéral



Les trois angles du triangle ont la même mesure.

La somme de ces mesures étant égale à 180°, la mesure de chacun de ces angles est égale à 60°.

3. Triangle rectangle



La somme des mesures des deux angles aigus d'un triangle rectangle est égale à 180 – 90 = 90°.

Ces deux angles sont complémentaires.

Méthodes et savoir-faire

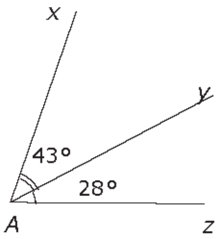
1. Apprendre à utiliser des angles particuliers

1 **1. a.** $\widehat{vAw}$ et $\widehat{xAy}$ sont adjacents à l'angle $\widehat{wAx}$.

b. $\widehat{wAx}$ et $\widehat{vAx}$ sont adjacents à l'angle $\widehat{xAy}$.

2. $\widehat{xAy}$ et $\widehat{yBz}$ ne sont pas adjacents.

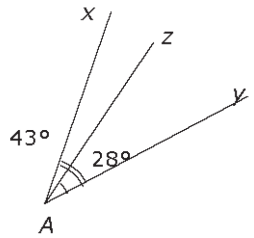
2 **1. a.**



b. $\widehat{xAy}$ et $\widehat{yAz}$ adjacents.

mes $\widehat{xAz} = 43 + 28 = 71°$.

2. a.



b. $\widehat{xAw}$yet $\widehat{yAz}$ non adjacents.

mes $\widehat{xAz} = 43 - 28 = 15°$.

3 Angles supplémentaires : $\widehat{A}$ et $\widehat{D}$; $\widehat{C}$ et $\widehat{E}$.

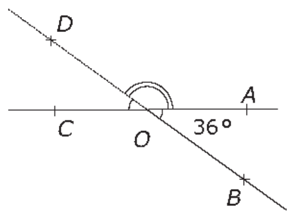
Angles complémentaires : $\widehat{A}$ et $\widehat{H}$; $\widehat{B}$ et $\widehat{G}$; $\widehat{E}$ et $\widehat{F}$.

4 Angles opposés par le sommet :

• $\widehat{AED}$ et $\widehat{BEC}$,

• $\widehat{AEB}$ et $\widehat{DEC}$.

5 **1.** et **2. a.**



2.b. mes $\widehat{COD}$ = mes $\widehat{AOB} = 36°$.

mes $\widehat{DOA} = 180 - 36 = 144°$.

6 **a.** Angles alternes-internes : $\widehat{IOP}$ et $\widehat{OPL}$;

b. angles alternes-externes : $\widehat{ION}$ et $\widehat{LPK}$;

c. angles correspondants : $\widehat{MOK}$ et $\widehat{LPK}$;

d. angles opposés par le sommet : $\widehat{LPK}$ et $\widehat{JPN}$.

7 **a.** Angles correspondants : $\widehat{DCH}$ et $\widehat{EFH}$;

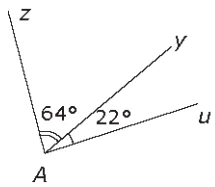
b. angles alternes-internes : $\widehat{ACH}$ et $\widehat{EFC}$;

c. angles alternes-externes : $\widehat{BCD}$ et $\widehat{GFH}$;

d. angles opposés par le sommet : $\widehat{ACB}$ et $\widehat{DCH}$.

2. Apprendre à utiliser les propriétés des angles

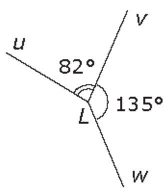
8 **1. a.**



$\widehat{uAy}$ et $\widehat{yAz}$ sont adjacents.

b. mes $\widehat{uAz} = 22 + 64 = 86°$.

2. a.



$\widehat{vLw}$ et $\widehat{vLu}$ sont adjacents.

b. mes $\widehat{uLw} = 360 - 135 - 82$
$= 143°$.

9 Les angles $\widehat{XYZ}$ et $\widehat{VYU}$, opposés par le sommet, ont la même mesure : 40°.

10 **1.** mes $\widehat{ACD} = 155°$.

2. mes $\widehat{DCE}$ = mes $\widehat{ACB} = 180 - 155 = 25°$.

11 (*AE*) // (*BD*) donc les angles correspondants $\widehat{FHD}$ et $\widehat{FGE}$ ont la même mesure : 62°.

12 Les angles alternes-internes $\widehat{IKO}$ et $\widehat{KOM}$, formés par la sécante (*JN*) aux droites (*IL*) et (*MP*), étant de même mesure (125°), on a : (*IL*) // (*MP*).

13 (*TS*) // (*UX*) donc les angles alternes-internes $\widehat{TQV}$ et $\widehat{XVR}$ ont la même mesure : 55° ;

Les angles opposés par le sommet $\widehat{TQV}$ et $\widehat{RQS}$ ont la même mesure : 55°.

3. Apprendre à utiliser les angles dans un triangle

14 Si *EFG* est un triangle tel que *EF* = 8 cm, mes $\widehat{E}$ = 55° et mes $\widehat{F}$ = 40°, alors mes $\widehat{G}$ = 85°.

15 Si *RST* est un triangle tel que *RS* = 4 cm, mes $\widehat{R}$ = 20° et mes $\widehat{S}$ = 130°, alors mes $\widehat{T}$ = 30°.

16 Dans un triangle ABC, lorsque :
a. mes $\widehat{A} = 37°$ et mes $\widehat{B} = 134°$, alors mes $\widehat{C} = 9°$;
b. mes $\widehat{A} = 79°$ et mes $\widehat{B} = 52°$, alors mes $\widehat{C} = 49°$;
c. mes $\widehat{A} = 125°$ et mes $\widehat{B} = 44°$, alors mes $\widehat{C} = 11°$;
d. mes $\widehat{A} = 12°$ et mes $\widehat{B} = 88°$, alors mes $\widehat{C} = 80°$.

17 Seul le triangle *IJK*, dont la somme des mesures de ses trois angles est égale à 180°, peut être construit.

18 Les trois triangles ayant deux angles de même mesure, ils sont tous isocèles.

19 Dans le triangle *TUV*, isocèle en *U* :
mes $\widehat{T}$ = mes $\widehat{V} = 68°$.
Dans le triangle *XYZ*, isocèle en *Y* :
mes $\widehat{X}$ = mes $\widehat{Z} = 30°$.
Dans le triangle *MNO*, isocèle en *O*,
mes $\widehat{M}$ = mes $\widehat{N} = \dfrac{180 - 62}{2} = 59°$.

20 Le triangle *ABC* est équilatéral, donc mes $\widehat{A} = 60°$.

Exercices d'application

Propriétés des angles

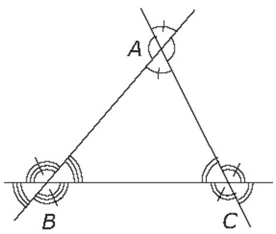
21 **a.** mes $\widehat{xMy} = 32 + 18 + 21 = 71°$.
b. mes $\widehat{xMy} = 120 - 17 = 103°$.
c. mes $\widehat{xMy} = 90 - 32 = 58°$.
d. mes $\widehat{xMy} = 180 - (38 + 94) = 48°$.

22 **a.** Angles complémentaires : $\widehat{E}$ (37°) et $\widehat{G}$ (53°) ;
b. Angles supplémentaires : $\widehat{A}$ (32°) et $\widehat{B}$ (148°), $\widehat{D}$ (22°) et $\widehat{F}$ (158°), $\widehat{C}$ (143°) et $\widehat{E}$ (37°), $\widehat{G}$ (53°) et $\widehat{I}$ (127°).

23 **1.** Si $\widehat{zUv}$ et $\widehat{xAy}$ sont deux angles complémentaires et mes $\widehat{zUv} = 12°$, alors mes $\widehat{xAy} = 90 - 12 = 78°$.
2. Si $\widehat{tAs}$ et $\widehat{yBz}$ sont deux angles supplémentaires et mes $\widehat{yBz} = 136°$, alors mes $\widehat{tAs} = 180 - 136 = 44°$.
3. Si mes $\widehat{xEy}$ + mes $\widehat{uFt}$ + mes $\widehat{vGw} = 180°$, mes $\widehat{xEy} = 49°$ et mes $\widehat{vGw} = 41°$, alors mes $\widehat{uFt} = 180 - (49 + 41) = 90°$;
donc $\widehat{uFt}$ est un angle droit.

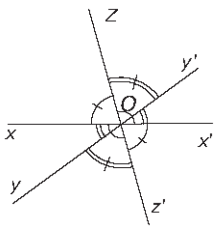
24 $\widehat{IML}$, angle opposé à $\widehat{KMJ}$, a même mesure : 109° ;
$\widehat{JMI}$, angle supplémentaire à $\widehat{KMJ}$, a pour mesure :
$180 - 109 = 71°$;
$\widehat{LMK}$, angle opposé à $\widehat{JMI}$, a même mesure : 71°.

25 **1.**



2. Avec trois droites sécantes en trois points distincts *A*, *B* et *C*, il y a six paires d'angles possibles ayant deux à deux la même mesure.

26 Si (*xx'*), (*yy'*) et (*zz'*) sont les trois droites sécantes en *O*, parmi les paires d'angles ayant deux à deux la même mesure, sont codées sur la figure :
$\widehat{xOy}$ et $\widehat{x'Oy'}$, $\widehat{xOz}$ et $\widehat{x'Oz'}$, $\widehat{zOy'}$ et $\widehat{z'Oy}$, $\widehat{zOx'}$ et $\widehat{z'Ox}$



(chaque fois, deux angles opposés par le sommet … et il y en a d'autres !).

27 Deux angles symétriques par rapport à une droite ayant la même mesure, on peut dire que les angles coloriés en rouge et bleu sont complémentaires.

28 Deux angles symétriques par rapport à un point ayant la même mesure, on peut dire que les angles coloriés en rouge et jaune sont supplémentaires.

29 Si (*HC*) // (*DG*) et mes $\widehat{CBF} = 35°$, alors :
$\widehat{CBF}$ et $\widehat{BFG}$ sont alternes-internes,
donc mes $\widehat{BFG} = 35°$;
$\widehat{CBF}$ et $\widehat{DFE}$ sont correspondants,
donc mes $\widehat{DFE} = 35°$;
$\widehat{EFD}$ et $\widehat{ABH}$ sont alternes-externes,
donc mes $\widehat{ABH} = 35°$;
$\widehat{EFD}$ et $\widehat{BFD}$ sont supplémentaires,
donc mes $\widehat{BFD} = 175°$.

30 Si (*US*) // (*VT*) et mes $\widehat{UYW} = 123°$, alors :
$\widehat{UYW}$ et $\widehat{TZX}$ sont alternes-externes,
donc mes $\widehat{TZX} = 123°$;

$\widehat{UYW}$ et $\widehat{ZYU}$ sont supplémentaires,

donc mes $\widehat{ZYU} = 57°$;

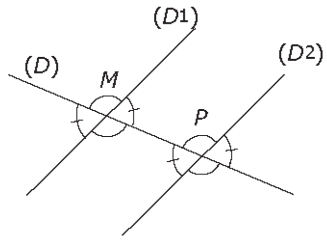
$\widehat{TZX}$ et $\widehat{SYZ}$ sont correspondants,

donc mes $\widehat{SYZ} = 123°$;

$\widehat{ZYU}$ et $\widehat{TZY}$ sont alternes-internes,

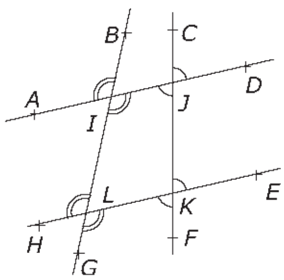
donc mes $\widehat{TZY} = 57°$.

31 **1.**



2. Deux couleurs suffisent pour colorier les angles de même mesure de sommet *M* ou *P*.

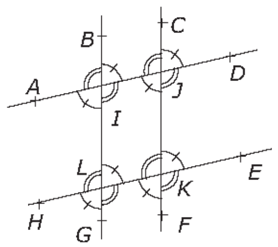
32 **1.** (*AD*) // (*HE*).



2. a. Les angles de même mesure que $\widehat{AIB}$ sont : $\widehat{GID}$, $\widehat{HLB}$ et $\widehat{GLE}$.

b. Les angles de même mesure que $\widehat{JKE}$ sont : $\widehat{HKF}$, $\widehat{AJF}$ et $\widehat{CJD}$.

33 **1.** (*AD*) // (*HE*) et (*BG*) // (*CF*).



2. a. Les angles de même mesure que $\widehat{AIB}$ sont : $\widehat{GID}$, $\widehat{HLB}$, $\widehat{GLE}$, $\widehat{AJC}$, $\widehat{FJD}$, $\widehat{HKC}$ et $\widehat{FKE}$.

b. Les angles de même mesure que $\widehat{JKE}$ sont : $\widehat{HKF}$, $\widehat{AJF}$, $\widehat{CJD}$, $\widehat{ILE}$, $\widehat{HLG}$, $\widehat{AIG}$ et $\widehat{BID}$.

34 **a.** Deux angles alterne-sexternes ont la même mesure (118°) donc (*BF*) // (*CE*).

b. Deux angles correspondants n'ont pas la même mesure (77° et 74°) donc (*QT*) non parallèle à (*XU*).

c. Deux angles alternes-internes ont la même mesure (21°) donc (*KO*) // (*LN*).

d. Deux angles alternes-externes n'ont pas la même mesure (91° et 89°) donc (*BF*) non parallèle à (*CE*).

35 **a.** Deux angles alternes-internes ($\widehat{FGH}$ et $\widehat{GHC}$) ont la même mesure (80°) donc (*AC*) // (*FD*).

b. Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles donc (*IM*) // (*JL*).

36 $\widehat{AML}$ et $\widehat{FNJ}$ sont deux angles alternes-externes de même mesure (115°) donc (*AK*) // (*BJ*).
Même justification pour (*AK*) // (*CI*).
$\widehat{AML}$ et $\widehat{DPL}$ sont deux angles correspondants de même mesure (115°) donc (*AK*) // (*DH*).
Même justification pour (*AK*) // (*EG*), après avoir remarqué que l'angle $\widehat{LQE}$ supplémentaire de l'angle $\widehat{EQF}$, a pour mesure 115°.

37 Les angles $\widehat{UQI}$ et $\widehat{NTF}$, de même mesure (65°), sont deux angles alternes-externes formés par la droite (*FU*) sécante avec les droites (*QI*) et (*NM*) respectivement en *Q* et *T* ; donc (*QI*) // (*NM*).
On en déduit que la droite (*IB*), sécante à (*QI*) et (*NM*) respectivement en *I* et *B*, forme deux angles $\widehat{IBM}$ et $\widehat{QIB}$ alternes-internes de même mesure ; donc mes $\widehat{QIB} = 130°$.

Constructions de figures

Recommandations pour toute construction :
• faire au préalable une figure à main levée ;
• préciser les instruments de géométrie utilisés, en donnant le programme de construction ;
• contrôler que la figure obtenue correspond aux consignes.

38 et **39** La construction des huit triangles (quatre par exercice) connaissant :

• la mesure d'un angle et la longueur des deux côtés de cet angle (méthode 1),

• les mesures de deux angles et la longueur du côté commun à ces angles (méthode 2), se fait avec le rapporteur et la règle graduée.

40 Si l'on se réfère aux deux méthodes des exercices 38 et 39,
• construction de *BNCV* (et dans n'importe quel ordre) :
méthode 1 pour $\widehat{NVB}$, méthode 2 pour $\widehat{NVC}$;
• construction de *DFGH* (en commençant par $\widehat{HFG}$) :
méthode 2 pour $\widehat{HFG}$, puis méthode 1 pour $\widehat{HFD}$.

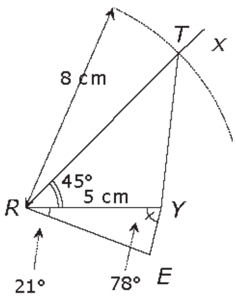
41 **1.** Construction de *ERTY*, avec le rapporteur, la règle graduée et le compas :

a. construire *RYE* tel que *RY* = 5 cm,

mes $\widehat{EYR} = 78°$ et mes $\widehat{YRE} = 21°$

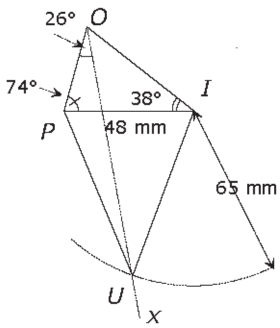
(méthode 2 des exercices 38 et 39).

b. T est le point d'intersection de la demi-droite $[Rx)$, située de l'autre côté de E par rapport à (RY) et telle que mes $\widehat{YRx} = 45°$, avec le cercle de centre R, de rayon 8 cm.



2. Construction de $UIOP$, avec le rapporteur, la règle graduée et le compas :

construire PIO tel que $PI = 48$ mm, mes $\widehat{OPI} = 74°$ et mes $\widehat{PIO} = 38°$; (méthode 2 des exercices 38 et 39).



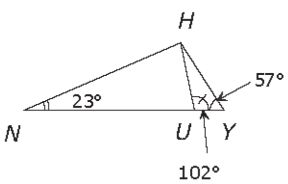
b. U est le point d'intersection de la demi-droite $[Ox)$, située entre $[OP]$ et $[OI]$ et telle que mes $\widehat{POx} = 26°$, avec le cercle de centre I, de rayon 65 mm.

Calculs de mesures d'angles

42 Dans le triangle BCS, mes $\widehat{C} = 180\text{-}62\text{-}44 = 74°$.
Dans le triangle TJQ, mes $\widehat{Q} = 180\text{-}116\text{-}41 = 23°$.
Dans le triangle ONW, mes $\widehat{W} = 180\text{-}80\text{-}32 = 68°$.

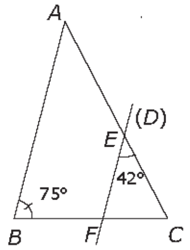
43 **1.** L'angle $\widehat{DZQ}$ est symétrique par rapport à O de l'angle $\widehat{YVG}$, donc : mes $\widehat{DZQ} =$ mes $\widehat{YVG} = 67°$.
2. mes $\widehat{DQZ} = 180 - 42 - 67 = 71°$.

44 **1.**



2. mes $\widehat{UHY} = 180 - 102 - 57 = 21°$.
mes $\widehat{UHN} = 180 - 23 - (180 - 102)$.

45 **1.**

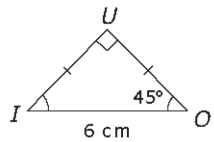


2. mes $\widehat{C} = 180 - 75 - 42 = 63°$.

46 Figure ① : mes $\widehat{T} = 180 - 51 - (180 - 116) = 65°$.
Figure ② : mes $\widehat{S} = 180 - 48 - (180 - 103) = 55°$.

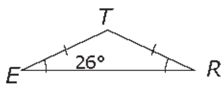
Triangles particuliers

47 **1.**



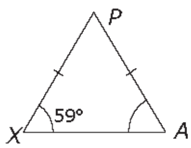
2. a. Mes $\widehat{U} = 180 - 45 - 45 = 90°$.
(UIO est un triangle isocèle et rectangle en U.)

48 **1.**



mes $\widehat{T} = 180\text{-}2 \times 26 = 128°$.

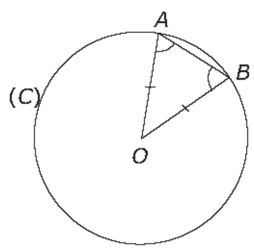
2.



mes $\widehat{X} = 180\text{-}2 \times 59 = 62°$.

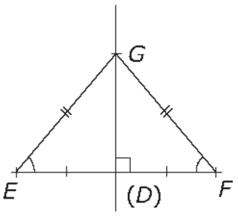
49 Dans DHW, triangle isocèle en H :
mes $\widehat{H} = 180 - 2 \times 52 = 76°$.
Dans CJM, triangle isocèle en J :
mes $\widehat{J} = 180 - 2 \times 32 = 116°$.
Dans ONW, triangle isocèle en P :
mes $\widehat{P} = 180 - 2 \times 78 = 24°$.

50 **1.**



2. $OA = OB =$ rayon de (C). Donc :
• OAB et un triangle isocèle en O,
• les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OBA}$ ont la même mesure.

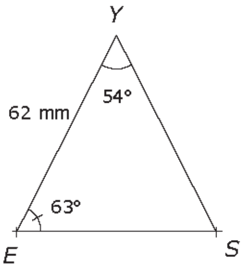
51 **1.**



2. Le point *G*, appartenant à la médiatrice de [*EF*], est équidistant de *E* et *F*, c'est-à-dire : *GE* = *GF*.

Le triangle *GEF* est isocèle en *G* et mes $\widehat{GEF}$ = mes $\widehat{GFE}$.

52 **1.**



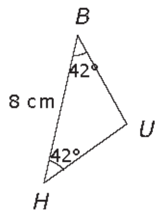
2. a. mes $\widehat{YSE}$ = 180 – 63 – 54 = 63° ; donc le triangle *YES* est isocèle en *Y*.

b. On en déduit que *YS* = *YE* = 62 mm.

53 • mes $\widehat{EGH}$ = 180 – 107 = 73° ;

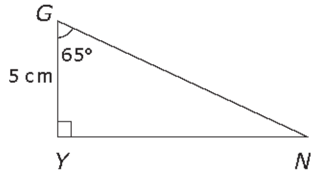
• $\widehat{EHG}$ et $\widehat{CHD}$ sont deux angles opposés par le sommet donc : mes $\widehat{EHF}$ = mes $\widehat{CHD}$ = 73° ; finalement, *EGH* est un triangle isocèle en *E* et *EH* = *EG*.

54 **1.**



2. *BHU* étant un triangle isocèle en *U,* on a : *UB* = *UH*, donc : *U* est sur la médiatrice de [*BH*].

55 **1.**



2. mes $\widehat{G}$ = 180 – 90 – 65 = 25°.

56 **1.** Si *DZS* est un triangle rectangle en *Z* tel que mes $\widehat{S}$ = 31°, alors mes $\widehat{D}$ = 180 – 90 – 31 = 59°.

2. Si *GLR* est un triangle rectangle en *G* tel que mes $\widehat{R}$ = 76°, alors mes $\widehat{L}$ = 180 – 90 – 76 = 14°.

57 Si *OUI* est un triangle tel que *OU* = 4,7 cm, mes $\widehat{O}$ = 37° et mes $\widehat{U}$ = 53°, alors mes $\widehat{I}$ = 180 – 37 – 53 = 90°. Donc *OUI* est rectangle en *I*.

58 Si *ZEN* est un triangle rectangle en *Z* tel que mes $\widehat{E}$ = 45°, alors mes $\widehat{N}$ = 180 – 90 _ 45 = 45°.
Donc *ZEN* est aussi isocèle.

59 Si *ESW* et *RDX* sont deux triangles équilatéraux, alors la mesure de chacun de leurs angles est égale à 60°.

60 **2. a.** Si *KLM* est un triangle isocèle en *K* et tel que mes $\widehat{L}$ = 60°, alors : mes $\widehat{M}$ = mes $\widehat{L}$ = 60°,

mes $\widehat{K}$ = 180 – 60 – 60 = 60°.

b. On en déduit que *KLM* est un triangle équilatéral.

61 **2. a.** Si *POI* est un triangle tel que mes $\widehat{P}$ = mes $\widehat{O}$ = 60°, alors mes $\widehat{I}$ = 180 – 60 – 60 = 60°.

b. On en déduit que *POI* est un triangle équilatéral.

Bien comprendre, mieux rédiger

62 **Retrouver une erreur**

mes $\widehat{S}$ = 180 – 43 – 35 = 102°.

63 **Calculer, mesurer**

Comme *ABC* est isocèle en *A*, on a :

mes $\widehat{B}$ = mes $\widehat{C}$ = $\dfrac{180-58}{2}$ = 61°.

64 **Classer en justifiant**

1. « À coup sûr » :
a. triangles isocèles : *ABC*, *IGH*, *MNO*, *QPR* ;
b. triangles rectangles : *ABC*, *DEF*, *QPR* ;
c. triangles équilatéraux : *IGH*.

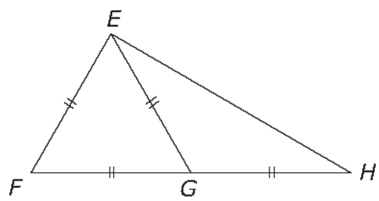
2. • Un triangle isocèle qui a un angle mesurant 60° est nécessairement équilatéral.

• Un triangle qua deux angles mesurant 45° est nécessairement rectangle.

• Les triangles équilatéraux sont aussi des triangles isocèles.

65 **Compléter une solution**

1.



2. mes $\widehat{EGF}$ = 60°, car le triangle *FEG* est équilatéral.

G ∈ [*FH*], donc mes $\widehat{FGE}$ + mes $\widehat{EGH}$ = 180°.

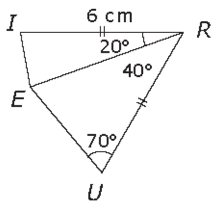
D'où mes $\widehat{EGH} = 180 - 60 = 120°$.

3. *EFH* est un triangle rectangle en *E*.

Justification : mes $\widehat{FEH} = 60 + \dfrac{180 - 120}{2} = 90°$.

66 Prévoir une démarche

1.



2. Consignes ordonnées

a. Prouve que le triangle *REU* est isocèle.

b. Prouve que le point *R* appartient à la médiatrice du segment [*IE*].

c. Calcule les mesures des angles $\widehat{RIE}$ et $\widehat{REI}$.

3. Solution

a. *REU* est isocèle en *R* car mes $\widehat{UER} = 180 - 70 - 40 = 70°$.

b. Donc : *RU* = *RE* ; comme, par construction, *RU* = *RI*, on en déduit que *RE* = *RI* et *R* appartient à la médiatrice de [*IE*].

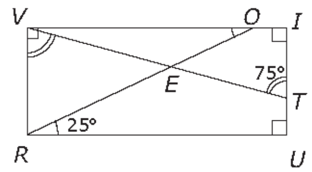
c. mes $\widehat{RIE}$ = mes $\widehat{REI} = \dfrac{180 - 20}{2} = 80°$.

4.a. *RIU*, triangle isocèle dont un angle mesure 60°, est équilatéral (cf. exercice 64).

b. On en déduit que *IU* = *RU* = *RI* ; comme *RE* = *RI*, on peut dire que les diagonales de *RUEI* ont la même longueur.

67 Rédiger une preuve

1.



• mes $\widehat{RVY}$ = mes $\widehat{VTI}$, car ce sont deux angles alternes-internes formés par les droites parallèles (*VR*) et (*TI*) coupées par la sécante (*VT*).

• mes $\widehat{VOR}$ = mes $\widehat{ORU}$, car ce sont deux angles alternes-internes formés par les droites parallèles (*VO*) et (*RU*) coupées par la sécante (*OR*).

2. Pour *VOR*, mes $\widehat{V} = 90°$, mes $\widehat{O} = 25°$,

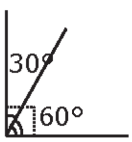
mes $\widehat{R} = 180 - 90 - 25 = 65°$.

Pour *VER*, mes $\widehat{V} = 75°$, mes $\widehat{R} = 65°$,

mes $\widehat{E} = 180 - 75 - 65 = 40°$.

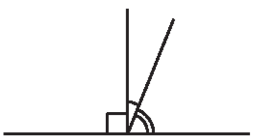
Exercices d'approfondissement

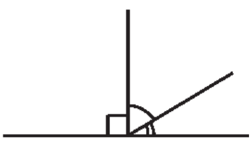
68 Problème de construction



Deux angles complémentaires dont l'un (60°) a une mesure deux fois plus grande que l'autre (30°).

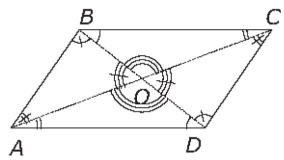
Deux angles supplémentaires dont l'un (135°) a une mesure trois plus grande que l'autre (45°).





Deux exemples (il y en a d'autres) pour trois angles dont la somme des mesures est 180° et tels que les deux angles de plus petites mesures soient complémentaires.

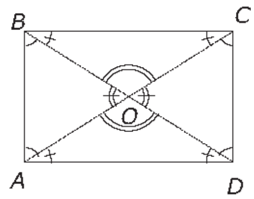
69 Dans les quadrilatères particuliers



Angles de même mesure dans un parallélogramme :

$\widehat{ABD}$ et $\widehat{BDC}$; $\widehat{CBD}$ et $\widehat{ADB}$; $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CAD}$; $\widehat{ACD}$ et $\widehat{BAC}$;

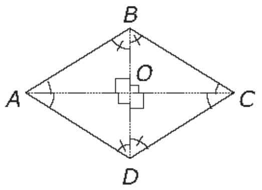
$\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$; $\widehat{AOD}$ et $\widehat{COB}$.



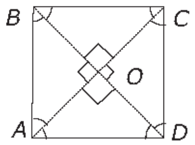
Angles de même mesure dans un rectangle :

$\widehat{DBC}$, $\widehat{ACB}$, $\widehat{CAD}$ et $\widehat{BDA}$; $\widehat{ABD}$, $\widehat{DCA}$, $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BDC}$;

$\widehat{BOC}$ et $\widehat{AOD}$; $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$.



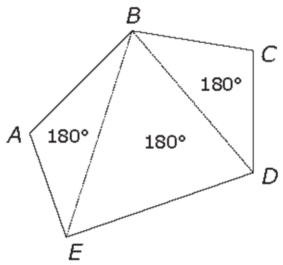
Angles de même mesure dans un losange :
$\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$ et $\widehat{DOA}$; $\widehat{ABO}$, $\widehat{CBO}$, $\widehat{CDO}$ et $\widehat{ADO}$;
$\widehat{BAO}$, $\widehat{BCO}$, $\widehat{DCO}$ et $\widehat{DAO}$.



Angles de même mesure dans un carré :
$\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$ et $\widehat{DOA}$; $\widehat{OAB}$, $\widehat{OBA}$, $\widehat{OBC}$, $\widehat{OCB}$, $\widehat{OCD}$, $\widehat{ODC}$, $\widehat{ODA}$ et $\widehat{OAD}$.

70 Angles dans un polygone à plus de 4 côtés

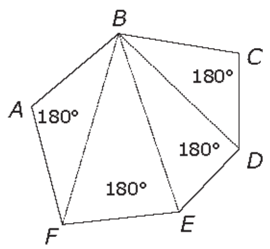
1. Polygone à cinq côtés :



a. La somme des mesures des angles de chacun des triangles *BAE*, *BED* et *BDC* est égale à 180°.

b. On en déduit que la somme de tous les angles au sommet du pentagone *ABCDE* est : $3 \times 180 = 540°$.

2. Polygone à six côtés :



a. La somme des mesures des angles de chacun des triangles *BAF*, *BFE*, *BED* et *BDC* est égale à 180°.

b. On en déduit que la somme de tous les angles au sommet de l'hexagone *ABCDEF* est : $4 \times 180 = 720°$.

71 L'angle double

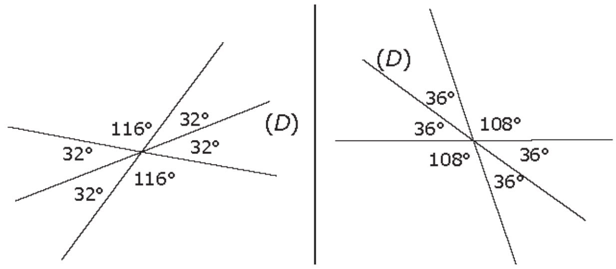
1. Si *ABC* est un triangle isocèle en *A* tel que :
mes $\widehat{A} = 30°$, alors mes $\widehat{B}$ = mes $\widehat{C} = \dfrac{180 - 30}{2} = 75°$.

2. Si *EFG* est un triangle isocèle en *F* tel que :
mes $\widehat{F} = 78°$, alors mes $\widehat{E}$ = mes $\widehat{G} = \dfrac{180 - 78}{2} = 51°$.

3. Si *IJK* est un triangle rectangle isocèle en *I*, alors
mes $\widehat{J}$ = mes $\widehat{K} = \dfrac{180 - 90}{2} = 45°$.

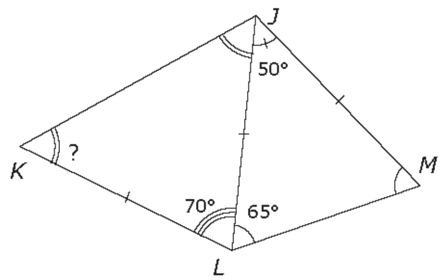
4. Si *NOP* est un triangle isocèle en *O* tel que :
mes $\widehat{O} = 60°$, alors *NOP* est un triangle équilatéral.

72 Oui, c'est possible !



(*D*) est axe de symétrie pour chaque figure.

73



mes $\widehat{JML} = 180 - 65 - 50 = 65°$, donc le triangle *JML* est isocèle en *J* et $JM = JL$.
Comme $JM = KL$, on en déduit que $LJ = LK$.
Le triangle *LJK* est alors isocèle en *L* :
mes $\widehat{JKL}$ = mes $\widehat{KLJ} = \dfrac{180 - 70}{2} = 55°$.

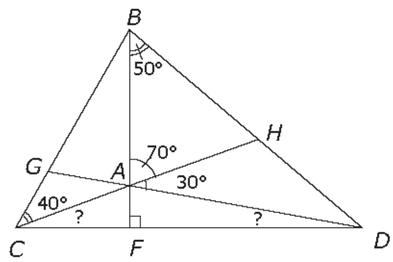
74 Parallèles en pagaille

Sont parallèles :

• les droites (D_4) et (D_1), qui forment avec la droite sécante (Δ_2) deux angles alternes-externes de même mesure ;

• les droites (Δ_2) et (Δ_4) , qui forment avec la droite sécante (D_1) deux angles alternes-externes de même mesure.

75 Pour les plus forts



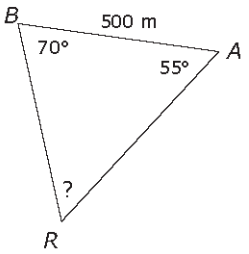
• $\widehat{CAF}$ et $\widehat{HAB}$, angles opposés par le sommet, ont la même mesure : 70° ; donc, dans le triangle *ACF* :
mes $\widehat{ACF} = 180 - 90 - 70 = 20°$.

• mes $\widehat{FAD} = 180 - 70 - 30 = 80°$;
Donc, dans le triangle *ADF* :

mes $\widehat{ADF} = 180 - 90 - 80 = 10°$.
Finalement : mes $\widehat{ADC} = 10°$ et mes $\widehat{ACD} = 20°$.

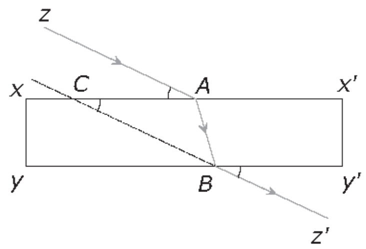
Activités d'intégration

76 Le géomètre



mes $\widehat{BRA} = 180 - 55 - 70 = 55°$.
Donc le triangle *BRA* est isocèle en *B*
et $BA = BR = 500$ m.

77 Rayons lumineux



$\widehat{x'Cz'}$ et $\widehat{y'Bz'}$ sont deux angles correspondants, formés par la droite (*CB*) sécante aux droites parallèles (*xx*′) et (*yy*′) ; donc ces angles ont la même mesure.

On en déduit que les angles $\widehat{zAx}$ et $\widehat{x'Cz'}$ alternes-internes, formés par la droite (*xx*′) sécante aux droites (*zA*) et (*Bz*′), sont de même mesure : donc (*zA*) // (*Bz*′).

13 Repérage sur une droite Repérage dans le plan

Manuel pages 151 à 158

Activités d'apprentissage	Cours Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre Mieux rédiger	Approfondissement
1	Repérage sur une droite graduée [1 p. 153]	6, 7, 8, 9, 10, 11	19, 20, 24	27, 31
2	Comparaison de nombres relatifs [2 p. 153]	12, 13, 14, 15	21	29, 35
3	Repérage sur un quadrillage du plan [3 p. 153]	16, 7, 18	22, 23, 25	26, 28, 30, 32, 33, 34
	Apprendre à lire des coordonnées et à placer des points [p. 154]	**1, 2, 3, 4, 5,** 16, 17	23	26, 32, 33

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

Introduction et contrôle des pré-requis

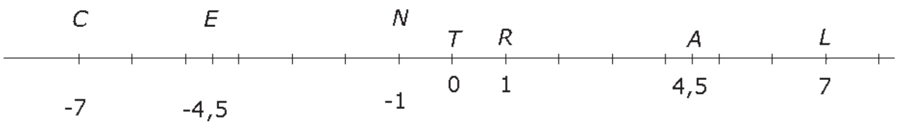
Le jeu d'échecs

1. En désignant leur position par une lettre et un chiffre.
• Premier pion noir : (*c* ; 4).
• Deuxième pion noir : (*d* ; 7).
• Premier pion blanc : (*d* ; 3).
• Deuxième pion blanc : (*g* ; 8).
2. Positions possibles du cavalier blanc après un déplacement : (*d* ; 2), (*a* ; 3), (*c* ; 3).

Activités d'apprentissage

1. Symétrie et droite graduée

1.



2. b. Si *C* est le symétrique de *L* par rapport à *T*, alors *T* est le milieu de [*LC*] ; donc *C*, *T* et *L* appartiennent à la même droite.
3. b. Entre *C* et *T* il y a 14 unités de graduations ; entre *T* et *L* il y en a 7.
c. *C* est repéré par le nombre – 7 ; *T* par le nombre +7.
Ces deux nombres, composés de 2 signes contraires suivis du même nombre naturel, sont dits opposés.
4. a. Le mot lu est : CENTRAL.
b. *N* a pour abscisse – 1 (nombre opposé à +1 ; abscisse de *R*) ;
E a pour abscisse – 4,5 (nombre opposé à +4,5 ; abscisse de *A*).

2. Comparer à l'aide de la droite graduée

1. Les points *R*, *M*, *D*, *B* et *E* sont respectivement associés aux nombres relatifs – 3 ; – 1,5 ; 1,5 ; 4,5 et 7,5.
2. a. En parcourant cette droite dans le sens de la flèche, *R* est le point que l'on rencontre avant *M*.
b. On a : – 3 (abscisse de *R*) $<$ – 1,5 (abscisse de *M*).
c. De même : – 1,5 (abscisse de *M*) $<$ 1,5 (abscisse de *D*) ; 4,5 (abscisse de *B*) $>$ – 3 (abscisse de *R*) ;
1,5 (abscisse de *D*) $<$ 7,5 (abscisse de *E*).

3. Repérage dans le plan : le jeu vidéo

1. a. Pour aller de *O* jusqu'à *A*, on se déplace vers l'est de 2 rues, puis vers le nord de 3 rues.

b. Pour aller de *O* jusqu'à *B*, on se déplace vers l'ouest de 2 rues, puis vers le nord de 3 rues.

2. a. Codage des trajets : • de *O* à *A* : +2 puis +3 ; • de *O* à *B* : – 2 puis +3 ; • de *O* à *C* : +3 puis – 2.

b. En comparant le codage du trajet de *O* à *C* à celui de *O* à *B*, on remarque que changer l'ordre des deux nombres d'un codage modifie le trajet.

3. a. Le trajet de *O* à *D* correspondant à (– 2 ; – 3) consiste à se déplacer vers l'ouest de 2 rues, puis vers le sud de 3 rues.

b. Les coordonnées • de *A* sont : (+2 ; +3) ; • de B sont : (– 2 ;+3) ; • de *C* sont : (+3 ;– 2).

Méthodes et savoir-faire

Apprendre à lire des coordonnées et à placer des points

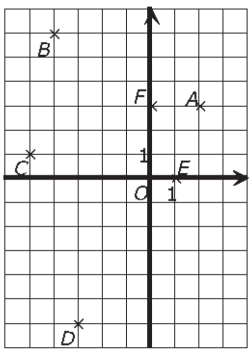
1 **1.** *P*(5 ; 0) ; *Q*(– 1 ; – 3) ; *R*(4 ; – 2) ; *S*(– 4 ; 2) ; *T*(1 ; – 4) ; *U*(0 ; 1) ; *V*(– 4 ; 0) ; *W*(– 2 ; – 1).

2. Points qui ont la même abscisse : *S* et *V*.

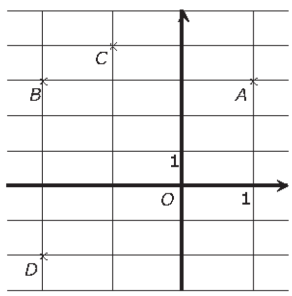
3. Points qui ont la même ordonnée : *P* et *V*.

4. Points dont les abscisses sont opposées et les ordonnées sont opposées : *R* et *S*.

2 *A*(+2 ; +3) ; *B*(– 4 ; +6) ; *C*(– 5 ; +1) ; *D*(– 3 ; – 6) ; *E*(+1 ; 0) ; *F*(0 ; +3).

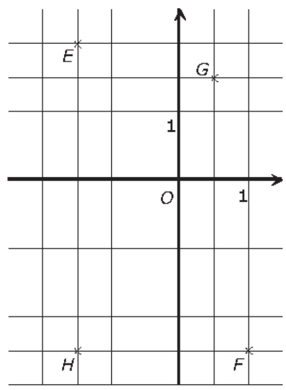


3



A(1 ; 3) ; *B*(– 2 ; 3) ; *C*(– 1 ; 4) ; *D*(– 2 ; – 2).

4 *E*(– 1,5 ; 2) ; *F*(1 ; – 2,5) ; *G*(0,5 ; 1,5) ; *H*(– 1,5 ; – 2,5).



5 Coordonnées des six points :
C(– 2,5 ; – 1,5) ; D(– 1,5 ; – 1) ; *E*(3 ; 0,8) ; *F*(0 ; – 1,3) ; *G*(– 2,7 ; 1,6) ; *H*(2 ; -0,5).

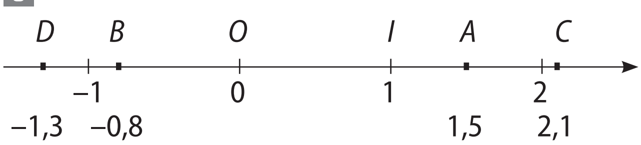
Exercices d'application

Repérage sur une droite

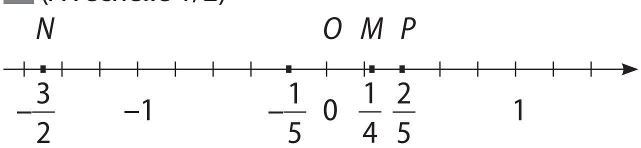
6 *A* : 2,5 ; *B* : 4 ; *C* : –0,5 ; *D* : –2 ; *E* : 1,5.

7 *F* : –0,4 ; *G* : –2 ; *H* : 2 ; *I* : 2,6 ; *J* : 1,6.

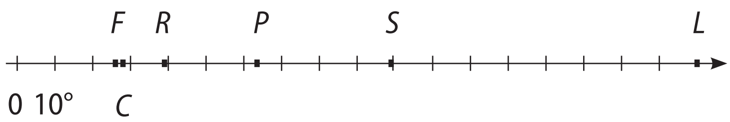
8



9 (À l'échelle 1/2)



10 (À l'échelle 1/2)



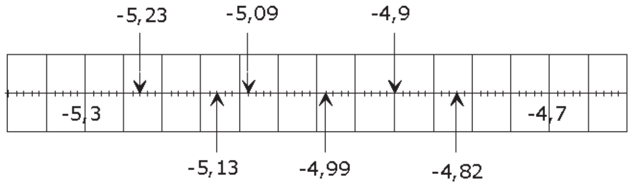
F : 26,8°C ; C : 28,4°C ; *R* : 39,3°C ; *P* : 63,4°C ; *S* : 97,7°C ; *L* : 180,5°C.

Comparaison de nombres relatifs

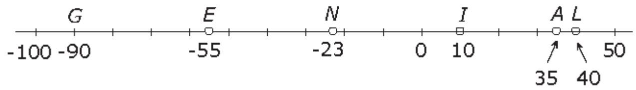
11 **a.** – 4 < – 2 ou – 4 < +2 ;
b. +8 > – 9 ou – 8 > – 9 ;
c. – 7,2 < – 7,1 ou – 7,2 < +7,1 ;
d. +13,8 > +13,6 ou +13,8 > – 13,6 ;
e. +10,43 > – 10,54 ou – 10,43 > – 10,54 ;
f. +52,58 > +52,4 ou +52,85 > – 52,4.

12 – 6,41 < – 6,4 < – 6,36 < – 6,3 < – 6,27.

13



14 **1.**



(L'unité de longueur choisie doit permettre de représenter un segment de longueur 150.)

2. Rangement des abscisses dans l'ordre décroissant :
40 > 35 > 10 > – 23 > – 55 > – 90.

15 **1. a.** Entier le plus proche de 9,41 : 9 ;
b. entier le plus proche de – 2,3 : – 2 ;
c. entier le plus proche de 1,72 : 2 ;
d. entier le plus proche de – 5,32 : – 5 ;
e. entier le plus proche de – 8,54 : – 9 ;
f. entier le plus proche de 5,39 : 5.

2. L'entier relatif le plus proche d'un nombre positif :
• lui est inférieur et égal à sa partie entière, si sa partie décimale est inférieure à 5 ;
• lui est supérieur et égal à sa partie entière augmentée de 1 si sa partie décimale est supérieure à 5.
L'entier relatif le plus proche d'un nombre négatif :
• lui est supérieur et égal à sa partie entière augmentée de 1, si sa partie décimale est inférieure à 5 ;
• lui est inférieur et égal à sa partie entière, si sa partie décimale est supérieure à 5.
Attention : la partie entière de 2,3 est 2 et celle de – 2,3 est – 3 ; celle de 8,54 est 8 et celle de – 8,54 est – 9.

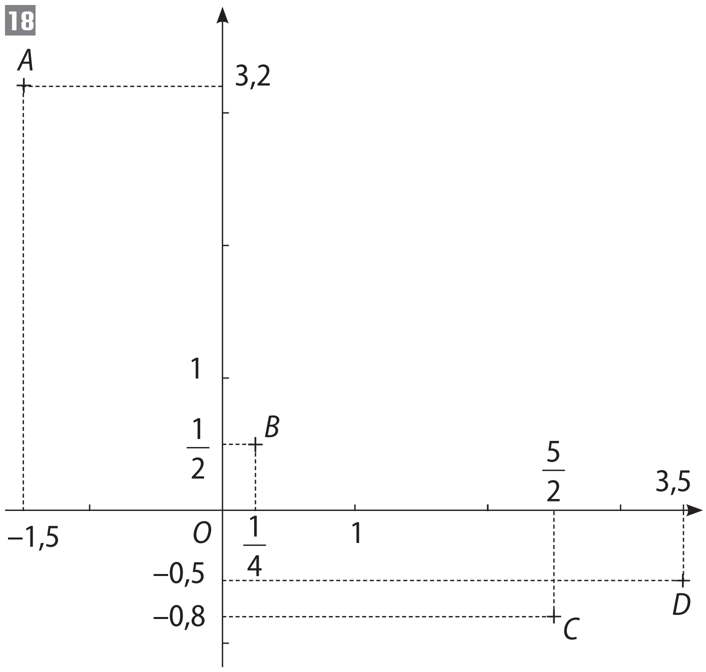
3. a. – 5,3 < – 5,296 < – 5,292 < – 5,29 ;
b. –0,71 < –0,708 < –0,706 < –0,7.
Commentaire : ces réponses ne sont pas uniques.

Repérage dans le plan

16 *A*(2,5 ; 1), *B*(3 ; –0,5), *C*(–1,5 ; 0), *D*(–3 ; 1), *E*(–2,5 ; –1).

17 *F*(2 ; 1), *G*(–0,8 ; 1,4), *H*(2,8 ; 0), *I*(–1,4 ; –0,4), *J*(0 ; –0,8).

18



Bien comprendre, mieux rédiger

19 **Vocabulaire des nombre relatifs**

a. – 6 est un nombre relatif **négatif** ; c'est **l'abscisse** du point *A*.

b. 6 est un nombre relatif **positif** ; c'est **l'abscisse** du point *B*.

c. Les nombres – 6 et 6 ont la même **partie numérique** ou la même **distance à zéro** et des signes contraires ; ce sont des nombres **opposés**.

20 **Le sens du parcours**

Les résultats des deux élèves sont justes. Ils ont simplement opté pour des sens de parcours différents sur la droite graduée.

21 **Vocabulaire du rangement**

a. – 14 ; – 12,1 ; – 8,9 ; – 7,3 sont rangés dans l'ordre **croissant**.

b. – 7,3 ; – 8,9 ; – 12,1 ; – 14 sont rangés dans l'ordre **décroissant**.

c. – 7 est le plus **petit** entier relatif **supérieur** à – 7,3.

d. – 14 est le plus **grand** entier relatif **inférieur** à – 13,1.

e. – 12,1 est le plus **grand** nombre décimal ayant un chiffre après la virgule et **inférieur** à – 12.

f. – 8,9 est le plus **petit** nombre décimal ayant un chiffre après la virgule et **supérieur** à – 9.

22 Abscisse ou ordonnée ?

1. Rangement dans l'ordre alphabétique :

abscisse ; horizontal ; ordonnée ; vertical.

Constat : cet ordre correspond à la présentation expliquée des coordonnées d'un point dans un repère du plan.

2. Pour *A*(3 ; 5) et *B*(5 ; 3) :

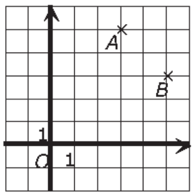
a. 5 est l'abscisse de *B*.

b. 5 est l'ordonnée de *A*.

c. 3 est l'ordonnée de *B*.

d. 3 est l'abscisse de *A*.

3.



23 Vocabulaire des repères du plan

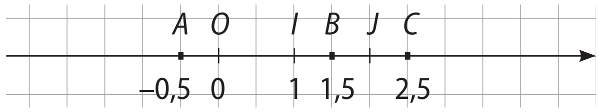
Les points *E* et *U* ont la même **abscisse**, mais leurs **ordonnées** sont **opposées**.

Les **coordonnées** du point *S* sont **opposées**.

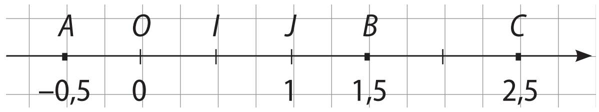
Les ordonnées des points *R* et *U* sont **opposées** ; leurs **abscisses** aussi.

24 Changement de repère sur une droite

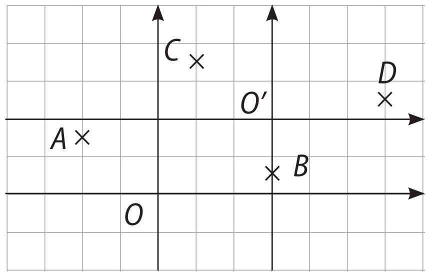
1. et **2.**



1. et **3.**

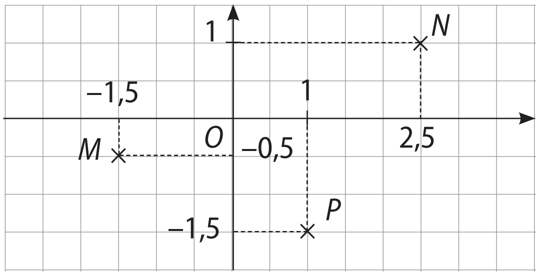


25 Changement de repère dans le plan



Exercices d'approfondissement

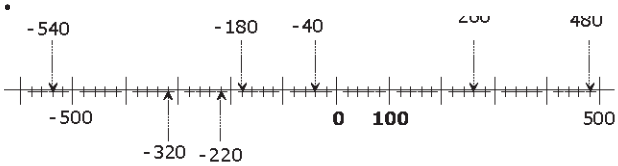
26 Retrouver un repère



Les coordonnées de *P* sont (1 ;–1,5).

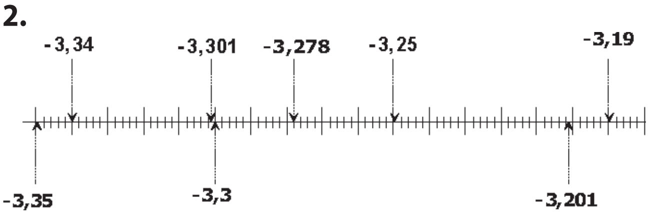
27 Choisir la bonne échelle

1.



Le choix de la graduation doit permettre de placer sur la droite graduée la plus petite (– 540) et la plus grande (+480) des abscisses.

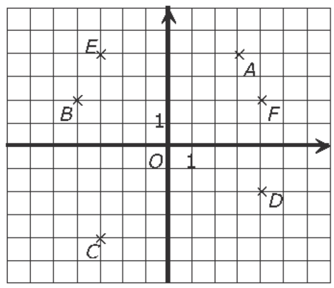
2.



Le choix de la graduation doit permettre de placer sur la droite graduée (– 3,34), (– 3,19) et même des millièmes.

28 Coordonnées et symétries

1.



A(3 ; 4) et *B*(– 5 ; 2)

2. Le symétrique de *A*, par rapport à *O*, est *C*(– 3 ; – 4).

Le symétrique de *B*, par rapport à *O*, est *D*(5 ; – 2).

Abscisses et ordonnées de deux points symétriques par rapport à *O* sont opposées.

3. Le symétrique de *A*, par rapport à l'axe des ordonnées, est *E*(– 3 ; 4).

Le symétrique de *B*, par rapport à l'axe des ordonnées, est *F*(5 ; 2).

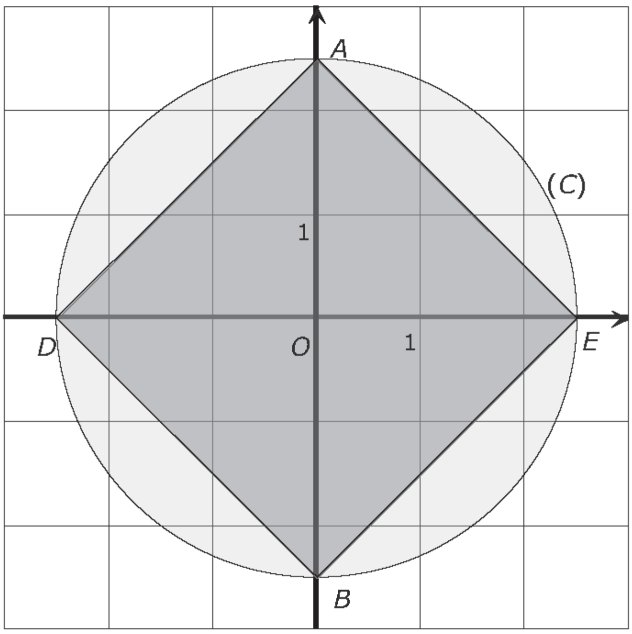
Constat : deux points symétriques par rapport à l'axe des ordonnées ont la même ordonnée et des abscisses opposées.

29 Par ordre décroissant

–1,904 > –1,94 > –1,99 > –2,004 > –2,01 > –2,034.

30 Figure dans un repère

1.



2. Les points du cercle (*C*), dont l'abscisse est nulle, sont :

A(0 ; 2,5) et *B*(0 ; – 2,5).

3. Le quadrilatère *ADBE*, dont les sommets sont les points d'intersection de cercle (*C*) et des axes du repère, est un carré.

31 Leçon d'histoire

1. Durées :

• de la 1re guerre : – 241 – (– 264) = 23ans ;

• de la 2e guerre : – 202 – (– 218) = 16ans ;

• de la 3e guerre : – 146 – – 149) = 3ans.

2. Durées des périodes de paix :

• entre les 1re et 2e guerres : – 218 – (– 241) = 23 ans ;

• entre les 2e et 3e guerres : – 149 – (– 202) = 53 ans.

32 Repérer des villes sur une carte

Yaoundé (0 ; 0) ; Douala (–1,8 ; 0,2) ;
Campo (–1,6 ; –1,4) ; Moloundou (3,6 ; –1,8) ;
M'Balayo (0 ; –0,5) ; Bertoua (2 ; 0,5) ;
N'Kongsamba (–1,5 ; 1) ; Bafoussam (–1 ; 1,5) ;
N'Gaoundéré (2 ; 3,3) ; Garoua (1,8 ; 5,3) ;
Maroua (2,5 ; 6,5).

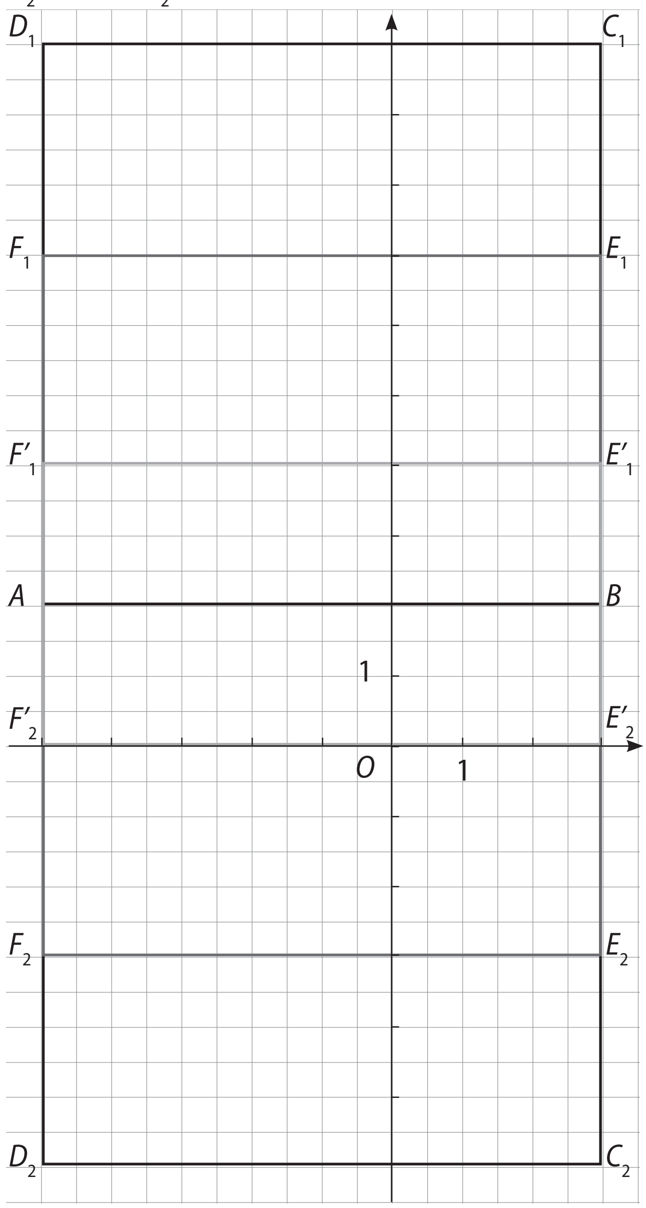
33 Des quadrilatères

1. et **2.** Les solutions possibles pour que *ABCD* soit un carré sont :

$C_1(3 ; 10)$ et $D_1(–5 ; 10)$ ou $C_2(3 ; –6)$ et $D_2(–5 ; 6)$.

1. et **3. a.** Les solutions possibles pour que *ABEF* soit un rectangle de périmètre 26 cm sont : $E_1(3 ; 8)$ et $F_1(–5 ; 8)$ ou $E_2(3 ; –3)$ et $F_2(–5 ; –3)$.

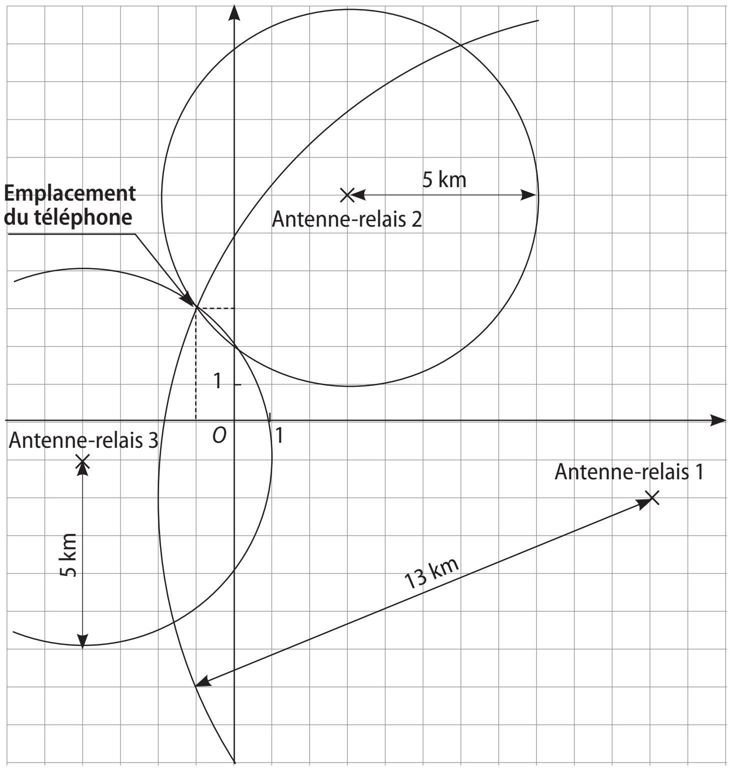
b. Les solutions possibles pour que *ABEF* soit un rectangle d'aire 16 cm² sont : $E'_1(3 ; 4)$ et $F'_1(–5 ; 4)$ ou $E'_2(3 ; 0)$ et $F'_2(–5 ; 0)$.



Activités d'intégration

34 Retrouver son téléphone

Le téléphone d'Amadou se trouve au point de coordonnées (–1 ; 3).
(Échelle 1/2)



35 Passer d'un pays à un habitant

Pays	Émissions de CO_2 en tonnes par an et par habitant
Bénin	0,561
Cameroun	0,306
Côte d'Ivoire	0,416
Mali	0,062
Nigéria	0,553
Sénégal	0,592

Par exemple, pour le Bénin : $\frac{5\,797\,000}{10\,322\,000} \approx 0,561$.

Ainsi, rangés par ordre croissant de leur émission annuelle, en tonnes de CO_2 par habitant, ces pays sont :
Mali - Cameroun - Côte d'Ivoire - Nigéria - Bénin - Sénégal.

14 Prisme droit et sphère

Manuel pages 159 à 172

Activités d'apprentissage	Cours Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre Mieux rédiger	Approfondissement
1, 2	Prisme droit [1 p. 163]	15, 16, 17, 18	34, 36, 39	40
2	Patrons d'un prisme droit [2 p. 164]	24, 25, 26	35	48
	Apprendre à construire un patron d'un prisme droit [1 p. 166]	**1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8**		48
3	Aire latérale et aire totale d'un prisme droit [3 p. 164]	25, 26, 27, 298		41, 42, 43, 44
4	Volume d'un prisme droit [4 p. 164]	30, 32		
	Apprendre à calculer aire et volume d'un solide [2 p. 167]	**9, 12, 11, 12, 13, 14**, 25, 26, 27, 28, 29		44, 47, 49
5, 6	Sphère [5 p. 165]	28	37, 38	45
5, 6	Boule [6 p. 165]	31, 33	37, 38	45, 46, 49

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

Introduction et contrôle des pré-requis

Découper un pavé droit

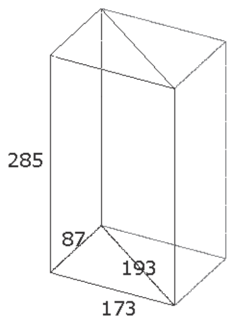
1. Dimensions du Flatiron : $173 \times 30{,}5 \approx 5\,276{,}5$ cm ≈ 53 m,
$87 \times 30{,}5 \approx 2\,653{,}5$ cm ≈ 27 m,
$193 \times 30{,}5 \approx 5\,886{,}5$ cm ≈ 59 m,
$285 \times 30{,}5 \approx 8\,692{,}5$ cm ≈ 87 m.

2. Dimensions du pavé droit : 53 m, 27 m et 87 m.

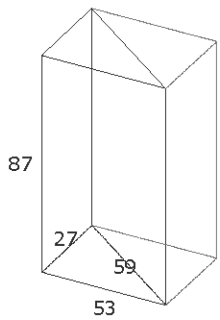
3. Les murs extérieurs sont des rectangles ; la base et le toit s ont des triangles rectangles.

4. a. Volume de cet immeuble : $\dfrac{27 \times 53 \times 87}{2} \approx 62\,248{,}5$ m^3 ;

b. Quantité d'eau pour le remplir : ≈ 62 248 500 L.



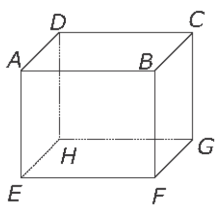
dimensions de l'immeuble en pieds

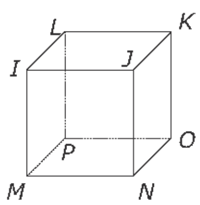


dimensions de l'immeuble en mètres

Activités d'apprentissage

1. Vocabulaire des solides (rappel)

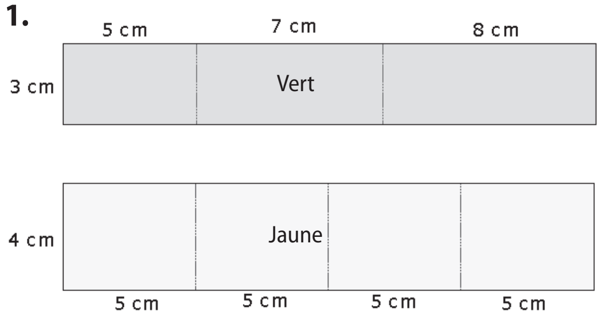




ADHE est une face ; *G* est un sommet ;
[*IK*] est … ; [*LP*] est une arête ;
LKOP est une face ; *DBFH* est … ;
I est un sommet ; [*AF*] est ….

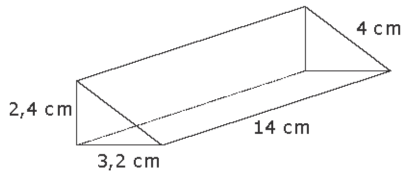
2. Découper pour observer et décrire

1.



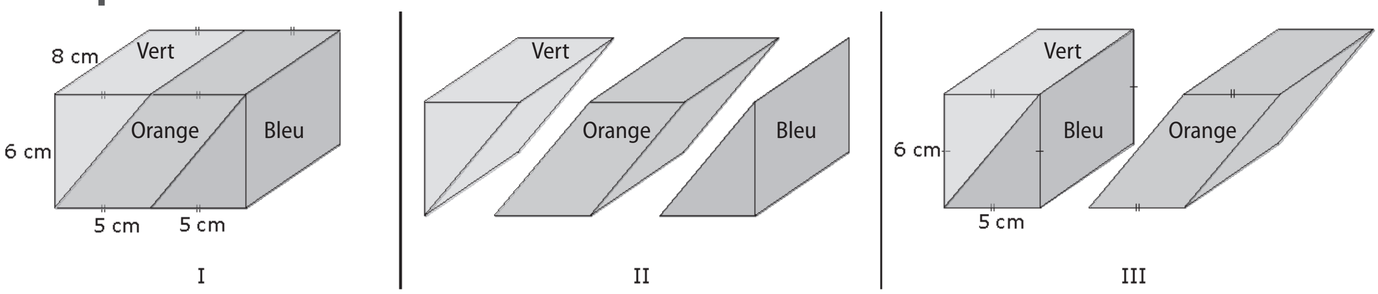
2. a. Le prisme droit vert a 3 faces latérales ;
le prisme droit jaune a 4 faces latérales.
b. Ces faces latérales sont des rectangles.
3. a. Le prisme droit vert a 3 arêtes latérales ;
le prisme droit jaune a 4 arêtes latérales.
b. Les arêtes latérales du prisme droit vert ont même longueur : 3 cm ; les arêtes latérales du prisme droit jaune ont même longueur : 4 cm ;
c. Hauteur du prisme vert : 3 cm ; hauteur du prisme jaune : 4 cm.
4. Les bases du prisme droit vert sont des triangles superposables.
5. Les bases du prisme droit jaune sont des losanges superposables.

3. Un presse papier



1. Le calcul $2{,}4 \times 14 + 3{,}2 \times 14 + 4 \times 14$ donne l'aire des faces latérales du prisme droit.
2. a. $2{,}4 \times 14 + 3{,}2 \times 14 + 4 \times 14 = (2{,}4 + 3{,}2 + 4) \times 14$.
b. Le calcul $2{,}4 + 3{,}2 + 4$ donne le périmètre d'une base du prisme droit.
c. L'aire latérale d'un prisme droit se calcule en multipliant le périmètre d'une base par la hauteur du prisme.
3. a. En posant son presse-papier sur l'une de ses faces triangulaires, l'aire de la surface en contact avec la table est : $\dfrac{3{,}2 \times 2{,}4}{2} = 3{,}84\ \text{cm}^2$.
b. Aire totale des cinq faces de ce presse-papier : $(2{,}4 + 3{,}2 + 4) \times 14 + 2 \times 3{,}84 = 142{,}08\ \text{cm}^2$.

4. Un pavé droit en morceaux



1. En coupant (I → II) le pavé droit, on obtient trois solides :
• deux (vert et bleu) prismes droits, qui ont pour bases des triangles superposables,
• un (orange) prisme droit, qui a pour bases des parallélogrammes.
2.a. Volume du pavé droit : $10 \times 6 \times 8 = 480\ \text{cm}^3$.
b. En regroupant (II → III) les prismes vert et bleu (de volumes égaux) on obtient un nouveau pavé droit, de volume égal à la moitié de celui du pavé initial ; donc :
• le volume du solide orange est égal à $\dfrac{1}{2}$ du volume du pavé droit initial ;
• le volume de chacun des solides vert et bleu est égal à $\dfrac{1}{4}$ du volume du pavé droit initial.
c. On en déduit que les volumes des prismes vert, orange et bleu sont respectivement de 120 cm³, 240 cm³ et 120 cm³.

3. a.

Solide	vert	orange
Aire d'une base (en cm²)	15	30
Volume du solide (en cm³)	120	240

b. Le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité ; en effet, les volumes s'obtiennent en multipliant les aires par 8.
c. Pour ces solides, le coefficient de proportionnalité (8) n'est autre que la hauteur commune à chacun d'eux.
4. Le volume V d'un prisme droit est égal au produit de l'aire B d'une de ses bases et de sa hauteur h : $V = B \times h$ (les calculs étant effectués dans la même unité de longueur).

5. Sphère et boule

1. a. • Le point *A* décrit le cercle de centre *O* et de rayon *OA* ;

• le point *B* décrit le cercle de centre *R* et de rayon [*RB*] ;

• le point *C* décrit le cercle de centre *T* et de rayon [*TC*], où *T* est le pied de la perpendiculaire à la droite (*NS*) passant par *C* ;

• le point *D* décrit le cercle de centre *U* et de rayon [*UD*], où *U* est le pied de la perpendiculaire à la droite (*NS*) passant par *D*.

b. *A* est le point qui décrit la plus longue trajectoire.

2. • Les points *A*, *B*, *D*, *N*, *R*, *O* et *S* appartiennent à la boule ;

• les points *A*, *D*, *N* et *S* appartiennent à la sphère ;

• le point *C* n'appartient ni à l'une, ni à l'autre.

3. • [*ON*], [*OS*], [*OA*] et [*OD*] sont quatre rayons de la boule et de la sphère ;

• [*NS*] est l'un de leurs diamètres.

6. Redécouvrir des formules

1. a. Hauteur du cylindre : $2r$.

b. Aire latérale du cylindre : $2r \times 2 \times \pi \times r = 4 \times \pi \times r^2$.

2. L'aire d'une sphère de rayon r est donc : $4 \times \pi \times r^2$.

3. Volume du cylindre : $2r \times \pi \times r^2 = 2 \times \pi \times r^3$.

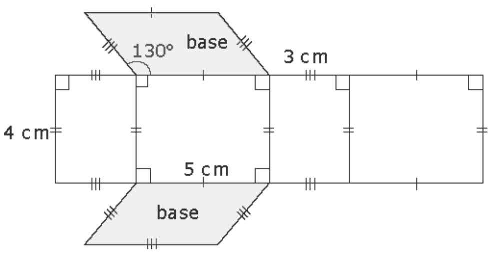
Le volume de la boule de rayon r est donc :

$$\frac{2}{3} \times 2 \times \pi \times r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3.$$

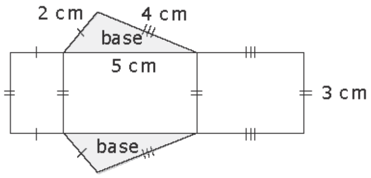
Méthodes et savoir-faire

1. Apprendre à construire un patron de prisme droit

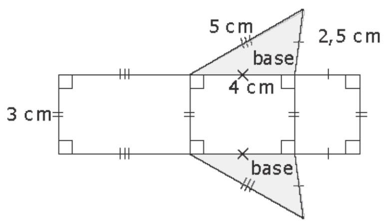
1



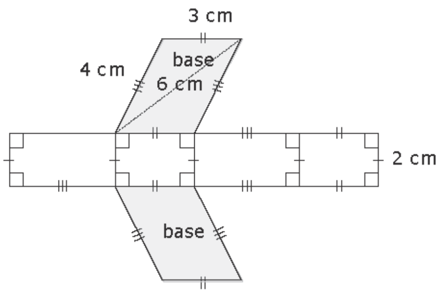
2



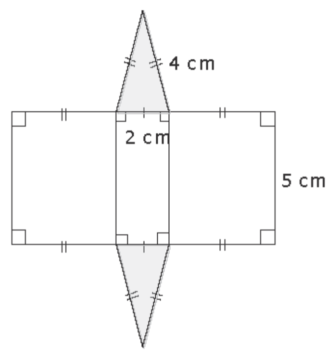
3



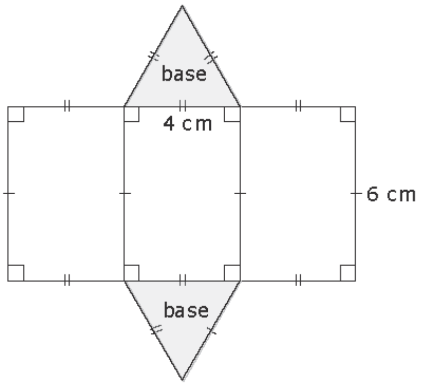
4



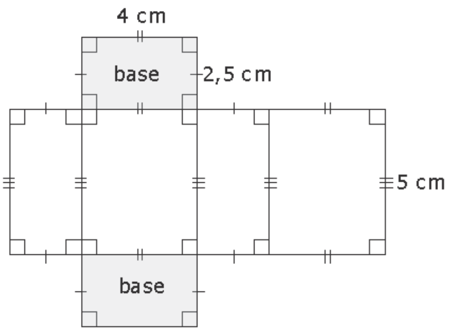
5



6

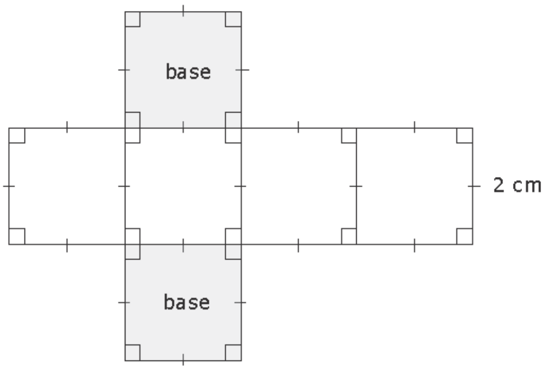


7



Ce solide est aussi appelé pavé droit.

8



Ce solide est aussi appelé pavé cube.

2. Apprendre à calculer aire et volume d'un solide

9 Aire latérale du prisme droit :
$5{,}5 \times 3 + 7{,}5 \times 3 + 4 \times 3 = 51 \text{ cm}^2$.

10 Aire de la sphère : $A = 4 \times \pi \times 4^2 \approx 201 \text{ cm}^2$.
Volume de la boule : $V = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 4^3 \approx 268 \text{ cm}^3$.

11 Ce prisme droit a :
- pour base le triangle rectangle colorié (longueurs des côtés de l'angle droit : 3cm et 4 cm, longueur du 3ᵉ côté : 5 cm) ;
- pour hauteur 2 cm.

Aire d'une base : $\dfrac{3 \times 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$;
aire latérale : $(5 + 3 + 4) \times 2 = 24 \text{ cm}^2$;
aire totale : $6 + 6 + 24 = 36 \text{ cm}^2$.
Volume : $6 \times 2 = 12 \text{ cm}^3$.

12 Ce prisme droit est un pavé droit.
Aire totale :
$2 \times 6 \times 3{,}5 + 2 \times 6 \times 2 + 2 \times 3{,}5 \times 2 = 80 \text{ m}^2$.
Volume : $6 \times 3{,}5 \times 2 = 42 \text{ m}^3$.

13 Ce prisme droit est un cube.
Aire totale : $6 \times 7 \times 7 = 6 \times 49 = 294 \text{ cm}^2$.
Volume : $7 \times 7 \times 7 = 343 \text{ cm}^3$.

14 Ce prisme droit a :
- pour base le parallélogramme colorié (longueurs des côtés : 5 cm et 10 cm ; hauteur associée au côté de 10 cm de long : 3 cm),
- pour hauteur 4 cm.

Aire d'une base : $10 \times 3 = 30 \text{ cm}^2$;
aire latérale : $2 \times (10 \times 4) + 2 \times (5 \times 4) = 120 \text{ cm}^2$;
aire totale : $30 + 30 + 120 = 180 \text{ cm}^2$.
Volume : $30 \times 4 = 120 \text{ cm}^3$.

Exercices d'application

Décrire des prismes droits

15 Parmi les 7 solides proposés, 4 sont des prismes droits :

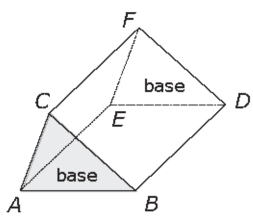
(1) dont les bases sont des rectangles ; ce prisme est d'ailleurs un pavé droit ;

(2) dont les bases sont des hexagones ;

(5) dont les bases sont des triangles ;

(7) dont les bases sont des quadrilatères.

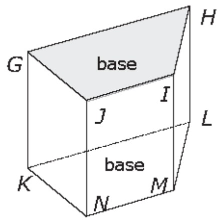
16



1. a. Nombre de faces : 5 ; **b.** nombre d'arêtes : 9 ;
c. nombre de sommets : 6.

2. a. Bases : *ABC* et *EDF* ;

b. faces latérales : *ABDE*, *BCFD* et *ACFE*.



1. a. Nombre de faces : 6 ; **b.** nombre d'arêtes : 12 ;
c. nombre de sommets : 8.

17 **1.** Droites, supports des arêtes du prisme droit perpendiculaires à (*ST*) : (*RT*), (*WT*) et (*VS*).

2. a. *RTS* est un triangle rectangle et isocèle en *T* donc :

mes $\widehat{TRS} = \dfrac{180 - 90}{2} = 45°$.

b. $\widehat{TSR}$, $\widehat{WUV}$ et $\widehat{WVU}$ sont les angles qui mesurent aussi 45°.

18

1.

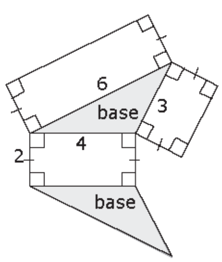
Prismes droits	1	2	3	4
Nombre de sommets d'une base	3	4	5	7
Nombre de côtés d'une base	3	4	5	7
Nombre de sommets du prisme	6	8	10	14
Nombre de faces du prisme	5	6	7	9
Nombre d'arêtes du prisme	9	12	15	21

2. Si une base d'un prisme droit possède *n* côtés, alors ce prisme a 2*n* sommets, *n* + 2 faces et 3*n* arêtes.

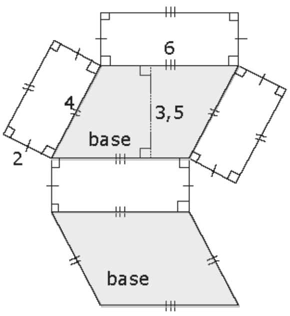
Patrons de prismes droits

19 ①, ③ et ④ sont des patrons de prismes droits.

20 Patron d'un prisme droit :
- de bases des triangles dont les côtés mesurent 4 cm, 6 cm et 3 cm,
- de hauteur 2 cm.

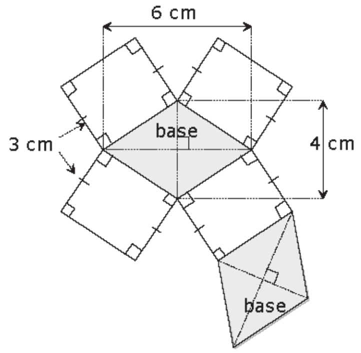


21 Patron d'un prisme droit :
- de bases des parallélogrammes (dimensions en cm indiquées sur la figure),
- de hauteur 2 cm.



22 Pour terminer le patron d'un prisme droit à base triangulaire, il faudraitt tracer un triangle de dimensions 6, 3 et 2 (en cm) ; ce qui est impossible puisque : 6 > 3 + 2 (inégalité triangulaire en défaut).

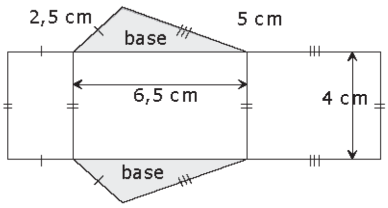
23



Ci-dessus un patron du prisme droit :
- de bases des losanges dont les diagonales mesurent 6 cm et 4 cm ;
- de hauteur 3 cm.

Commentaires : les 4 faces latérales sont des rectangles superposables.

24



Ci-dessus un patron du prisme droit :
- de bases des triangles dont les côtés mesurent 2,5 cm, 6,5 cm et 5 cm (périmètre 14 cm) ;
- de hauteur 4 cm.

Calculs d'aires

25 Les trois prismes droits ont la même hauteur *h* ;
leurs bases respectives ont le même périmètre ; en effet :
- périmètre du carré : $4 \times 3 = 12$ cm ;
- périmètre de l'hexagone régulier : $6 \times 2 = 12$ cm ;
- périmètre du triangle équilatéral : $3 \times 4 = 12$ cm ;

donc ces trois prismes droits ont la même aire latérale : $12 \times h$.

26 Pour ce prisme droit :

a. périmètre d'une base : $5{,}2 + 2{,}5 + 3{,}3 = 11$ cm ;

b. aire d'une base : $\dfrac{3{,}3 \times 2}{2} = 3{,}3$ cm^2 ;

c. aire latérale : $11 \times 6 = 66$ cm^2 ;
aire totale : $2 \times 3{,}3 + 66 = 72{,}6$ cm^2.

27 Pour ce prisme droit :
a. périmètre d'une base : $2 \times 4{,}5 + 2 \times 6 = 21$ cm ;
b. aire d'une base : $3 \times 6 = 18$ cm^2 ;
c. aire latérale : $21 \times 7 = 147$ cm^2 ;
aire totale : $2 \times 18 + 147 = 183$ cm^2.

28 **a.** Aire $= 4 \times \pi \times 10^2 \approx 1\,257$ cm^2.
b. Aire $= 4 \times \pi \times 5^2 \approx 314$ cm^2.

29

Prismes droits	1	2	3
Hauteur du prisme	3 cm	4 cm	6 cm
Périmètre d'une base	18 cm	12,5 cm	12,5 cm
Aire d'une base	15 cm^2	10 cm^2	7,5 cm^2
Aire latérale	54 cm^2	50 cm^2	75 cm^2
Aire totale	84 cm^2	70 cm^2	90 cm^2

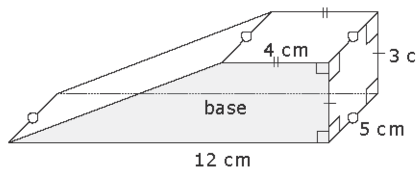
Calculs de volumes

30 **1.** Pour calculer le volume de ce prisme droit, la longueur 13 cm est inutile.

2. Volume de ce prisme droit : $\dfrac{16 \times 3}{2} \times 9 = 216$ cm^3.

31 Le diamètre d'une bille est : $\dfrac{80}{50} = 1{,}6$ cm $= 16$ mm.
1. Aire d'une bille :
$4 \times \pi \times 16^2 = 1\,024 \times \pi \approx 3\,217$ mm^2.
2. Volume d'une bille :
$\dfrac{4}{3} \times \pi \times 16^3 = \dfrac{16\,384}{3} \approx 17\,157$ mm^3.

32 La cale est un prisme droit :
• de hauteur 5 cm,
• de bases (dont l'une est grisée) des trapèzes rectangles (dimensions indiquées sur la figure).



Volume de cette cale :
$\dfrac{(12 + 4) \times 3}{2} \times 5 = 24 \times 5 = 120$ cm^3.

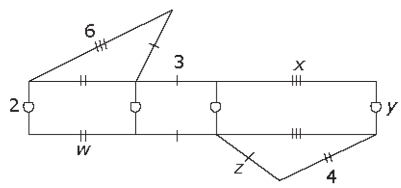
33 Volume du bol :
$\dfrac{1}{2} \times \dfrac{4}{3} \times \pi \times 7{,}8^3 = \dfrac{949{,}104}{3} \approx 994$ cm^3.
Donc ce bol peut contenir, à peu près, un litre de liquide.

Bien comprendre, mieux rédiger

34 **Observer et décrire**
1. a. Le plancher du premier étage (*BCFE*) correspond à l'une de ses faces latérales.
b. La partie du toit représentée par *ABED* est dans la réalité un rectangle.
2. Faces contenant :
• le sommet *F* : *BCFE*, *ACFD* et *DEF* ;
• l'arête [*BE*] : *BCFE* et *ABED* ;
• l'arête [*DF*] : *DEF* et *ACFD*.
3.

	(*AB*)	(*AC*)	(*BC*)	(*AD*)
(*DF*		//		⊥
(*FE*)			//	
(*DE*	//			⊥
(*CF*)		⊥	⊥	//
(*BC*)			//	

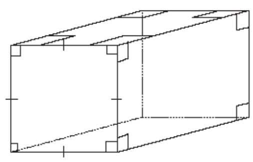
35 **1.** Il s'agit de construire le patron d'un prisme droit :
• de hauteur 2 cm ;
• de bases les triangles de côtés 6 cm, 3 cm et 4 cm.



2. En associant les côtés du patron qui formeront la même arête, on obtient : $x = 6$ cm ; $y = 2$ cm ; $z = 3$ cm ; $w = 4$ cm.

36 **Repérer les côtés correspondants**
1. « Tout prisme droit à base rectangulaire est un pavé droit. » est une propriété **vraie**.
« Tout prisme droit à base carrée est un cube. » est une propriété **fausse**.

2. La propriété fausse peut être illustrée par un prisme à base carrée dont la hauteur n'est pas égale au côté du carré.



Ce prisme est aussi un pavé droit.

37 Appartenance ou non

• $A \in \mathcal{S}$; • $A \in \mathcal{B}$; • $B \notin \mathcal{S}$; • $B \notin \mathcal{B}$;
• $O \notin \mathcal{S}$; • $O \in \mathcal{B}$; • $C \notin \mathcal{S}$; • $C \in \mathcal{B}$; •
$D \in \mathcal{S}$ • $D \in \mathcal{B}$; • $E \notin \mathcal{S}$; • $E \notin \mathcal{B}$.

38 Utiliser le vocabulaire approprié

1. Vérification des calculs

Bintou : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 \approx 524$ cm³.

Paul : $A = 4 \times \pi \times 5^2 \approx 314$ cm².

Paul s'est trompé dans son calcul.

2. Les phrases sont incorrectes.

Bintou aurait dû dire : « Cette ***boule*** a un volume d'environ 524 cm³. »

Paul aurait dû dire : « L'aire de cette ***sphère*** est à peu près 314 cm². »

39 Vie courante et modèle mathématique

1. Une fois montée, la tente rappelle un prisme droit à base triangulaire.

2. a. Le schéma de gauche donne les dimensions de la face latérale du prisme droit, en contact avec le sol.

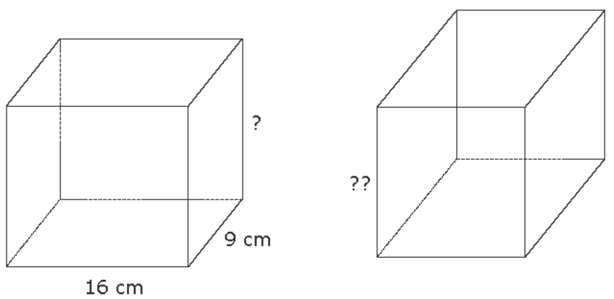
b. L'unité de longueur sous-entendue est le cm.

3. La hauteur de la tente ne correspond pas à la hauteur du solide mathématique ;
• la hauteur de la tente est : 100 cm ;
• la hauteur du solide mathématique est : 210 cm.

4. • $(130 \times 100) \div 2 = \heartsuit$ donne l'aire d'une base du prisme droit ;
• $(2 \times 120) \times 210 = \spadesuit$ donne l'aire des faces latérales qui ne sont pas en contact avec le sol ;
• $\spadesuit + (130 \times 210) = \clubsuit$ donne l'aire latérale du prisme droit ;
• $210 \times \heartsuit = \diamondsuit$ donne le volume du prisme droit.

Exercices d'approfondissement

40 Comparer des hauteurs



Si dans un pavé droit :
• deux côtés mesurent 16 cm et 9 cm,
• la longueur totale des arêtes est égale à 156 cm,
alors la longueur du 3e côté de ce pavé droit est :

$$? = \frac{156 - 4 \times 16 - 4 \times 9}{4} = \frac{156 - 64 - 36}{4} = 14 \text{ cm}.$$

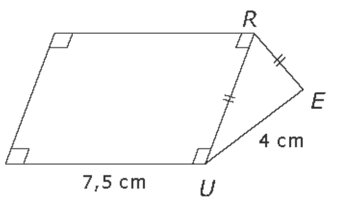
Si dans un cube la longueur totale des arêtes est égale à 156 cm, alors la longueur du côté de ce cube est :

$$?? = \frac{156}{12} = 13 \text{ cm}.$$

Donc le pavé droit est le solide le plus haut.

41 Retrouver la longueur d'une arête

Si l'aire latérale du prisme droit ci-contre est égale à 120 cm², alors le périmètre du triangle *RUE* est :



$\frac{120}{7,5} = 16$ cm ;

RUE est un triangle isocèle en *R*, donc :

$$RU = RE = \frac{16 - 4}{2} = 6 \text{ cm}.$$

42 Prismes droits assemblés

1. Aire latérale du prisme droit vert (de bases les parallélogrammes dont les côtés mesurent 5 cm et 7 cm) : $5 \times 6 + 7 \times 6 + 5 \times 6 + 7 \times 6 = 144$ cm².

2. Aire latérale du prisme droit jaune (de bases les triangles dont les côtés mesurent 5 cm, 12,6 cm et 10,4 cm) : $5 \times 6 + 12,6 \times 6 + 10,4 \times 6 = 168$ cm².

3. Aire latérale du nouveau prisme droit :

$5 \times 6 + 7 \times 6 + 10,4 \times 6 + 12,6 \times 6 + 7 \times 6 = 252$ cm².

Observations : la donnée d'une hauteur (4 cm) de la base du prisme droit vert n'est d'aucune utilité ; quant à l'aire latérale du nouveau prisme, elle n'est pas égale à la somme des aires des deux autres.

43 Aire latérale et périmètre

1. L'aire latérale d'un prisme droit de hauteur 6 cm, dont une base a pour périmètre 14 cm, est :

$14 \times 6 = 84$ cm².

2. Si un prisme droit, de hauteur 10 cm, a une aire latérale de 156 cm² et si chacune de ses bases est un triangle équilatéral, alors la longueur d'un côté de ce triangle est : $(156 \div 10) \div 3 = 5,2$ cm.

44 De l'aire totale au volume

Un prisme droit, à base carrée de côté 5 cm, a pour aire totale 170 cm².

1. Aire latérale de ce prisme : $170\text{-}2 \times 5 \times 5 = 120$ cm² ; hauteur de ce prisme : $120 \div (4 \times 5) = 6$ cm.

2. Volume de ce prisme : $5 \times 5 \times 6 = 150$ cm^3.
Commentaire : ce prisme droit est un pavé droit.

45 Sphère de gaz

1. Volume intérieur de la sphère de stockage :
$\frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = 1333{,}3 \times \pi \approx 4\,189$ m^3.
2. Remplie au quatre cinquièmes, la masse de gaz liquéfié contenu dans la sphère est :

$4\,189 \times \frac{4}{5} \times 450 \approx 1\,508\,040$ kg.

46 Un curieux résultat

1.a. Le volume d'une boule de rayon r est :
$V_1 = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.
b. Le volume d'un cube de côté 2*r* est :
$V_2 = (2r)^3 = 8 \times r^3$.
c. Donc : $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4 \times \pi \times r^3}{3 \times 8 \times r^3} = \frac{\pi}{6}$.

2. a. L'aire de la surface d'une boule de rayon r est :
$A_1 = 4 \times \pi \times r^2$.
b. L'aire d'un cube de côté 2*r* est ;
$A_2 = 6 \times (2r)^2 = 24 \times r^2$.
c. Donc : $\frac{A_1}{A_2} = \frac{4 \times \pi \times r^3}{24 \times r^3} = \frac{\pi}{6}$.

3. On constate que : $\frac{V_1}{V_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi}{6}$.

Propriété : le rapport entre le volume d'une boule avec celui d'un cube dans lequel elle est inscrite et le rapport entre les aires de ces mêmes solides sont égaux à $\frac{\pi}{6}$.

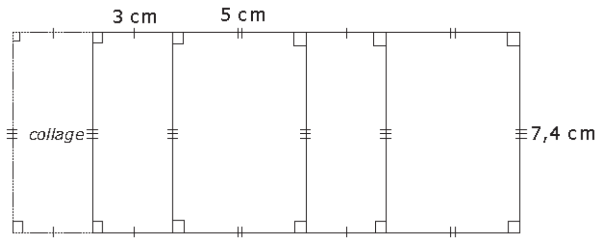
47 Solides empilés

Volume du prisme droit : $30 \times 30 \times 12 = 10\,800$ mm^3 ;
volume du cylindre : $\pi \times 15 \times 15 \times 12 = 8\,478$ mm^3 ;
donc volume du solide : 19 278 mm^3.

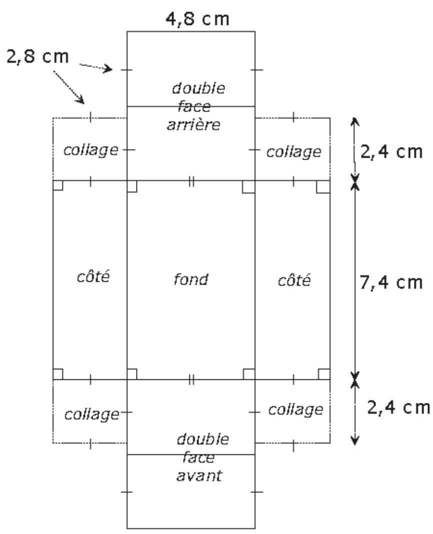
Activités d'intégration

48 Fabriquer des boîtes d'allumettes

• *Patron de l'étui*



• *Tiroir*
Dimensions :
face avant : 5 – 0,1 – 0,1 = 4,8 cm sur 3 – 0,2 = 2,8 cm ;
fond : 7.4 cm sur 5 – 0,1 – 0,1 = 4,8 cm ;
côté : 7,4 cm sur 3 – 0,2 = 2,8 cm.
Patron :



49 Transport de gaz liquéfié

• Calcul du volume d'une demi-boule : $V_B = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{34{,}40}{2}\right)^3$

$V_B \approx 10\,657{,}22$ m^3.

• Calcul du volume de GNL dans une demi-boule : $V_G = \frac{3}{4} \times V_B \approx 7\,992{,}92$ m^3.

• Calcul du volume de GNL sur le bateau : le bateau contient 5 demi-sphères.
$5 \times V_G \approx 39\,964{,}6$.
Ainsi, le bateau transporte environ 39 965 m^3 de GNL.