4e

NOUVEAU PROGRAMME

Collection de Mathématiques

CARGO

NOUVELLE ÉDITION

LIVRE DU PROFESSEUR

Partie 1

(pages 1 à 53)

hachette
LIVRE INTERNATIONAL

ISBN : 978.2.7531.1325.1

Suivi éditorial et mise en page : Acquansù

Sommaire

Sommaire

1 Arithmétique

Manuel pages 5 à 16

Activités d'apprentissage	Cours Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre Mieux rédiger	Approfondissement
1	Divisibilité d'un nombre entier [1 p 8]	14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21	42	
2	PGDC de deux nombres entiers naturels [2 p 8]	22, 23, 24, 25, 38	44	46, 47, 49, 50
	Apprendre à calculer un PGDC par différentes méthodes [1 p 10]*	**1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6**		
3	Fraction irréductible [3 p 9]	26, 27, 28, 41	43	51
4, 5, 6	PPMCde deux nombres [4 p 9]	29, 30, 31, 32, 33, 39, 40, 41	44	46, 47, 51
6	Comparaison et opérations sur les fractions [5 p 9]	34, 35, 36, 37	45	52
	Apprendre à calculer un PPMC et à comparer des fractions [2 p 11]	**7, 8, 9, 10, 11, 12,13**		

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

Introduction et contrôle des pré-requis

Des bouquets de fleurs

1. 36 roses blanches et 60 roses rouges à répartir dans un certain nombre de bouquets identiques, suppose que ce nombre divise 36 et 60.

a. En décidant de préparer 15 bouquets, toutes les roses blanches ne seront pas utilisées puisque 15 ne divise pas 36.

b. En décidant de préparer 8 bouquets, toutes les roses blanches ne seront pas utilisées, puisque 8 ne divise pas 36, et toutes les roses rouges ne seront pas utilisées, puisque 8 ne divise pas 60.

c. En décidant de préparer 6 bouquets, toutes les roses seront utilisées puisque 6 divise 36 et 6 divise 60 (chacun des 6 bouquets comportera 6 roses blanches et 10 roses rouges).

2. En décidant de préparer 12 bouquets :

a. toutes les roses blanches seront utilisées, puisque 12 divise 36, et toutes les roses rouges seront utilisées, puisque 12 divise 60 ;

b. chaque bouquet comportera $36 \div 12 = 3$ roses blanches et $60 \div 12 = 5$ roses rouges.

c. Les diviseurs de 36 (1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36) et les diviseurs de 60 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60) n'ayant pas en commun de diviseur plus grand que 12, Omar ne peut pas préparer plus de 12 bouquets identiques utilisant toutes les roses.

Activités d'apprentissage

1 Tiges à partager

1. Partage d'une tige de bois rectiligne longue de 36 cm, en morceaux dont la longueur est le même nombre entier de cm :

a.

Nombre de morceaux de même longueur	1	2	3	4	6	9	12	18	36
Longueur de chaque morceau (en cm)	36	18	12	9	6	4	3	3	1

b. Les nombres de la première ligne divisent exactement 36, donc le nombre 36 a 9 diviseurs.

c. Les deux lignes sont identiques à l'ordre près :

• sur la 1^re^ ligne figurent tous les diviseurs de 36, en ordre croissant ;

• sur la 2^e^ ligne figurent tous les diviseurs de 36, en ordre décroissant.

De plus, dans chaque colonne, le produit des deux nombres est égal à 36.

2. a. Partage en morceaux dont la longueur est le même nombre entier de cm :

d'une tige longue de 11 cm

Nombre de morceaux de même longueur	1	11
Longueur de chaque morceau (en cm)	11	1

d'une tige longue de 23 cm

Nombre de morceaux de même longueur	1	23
Longueur de chaque morceau (en cm)	23	1

b. Les diviseurs de 11 sont 1 et 11 ; les diviseurs de 23 sont 1 et 23.

Chacun de ces deux nombres ont la même particularité : n'être divisible que par 1 et lui-même.

c. Les nombres entiers inférieurs 30 qui ont la même particularité sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 et 29.

d. Ces nombres, qui admettent exactement deux diviseurs (1 et eux-mêmes) sont appelés nombres premiers.

2 Compétition d'athlétisme

1. a. Si les 63 filles et les 105 garçons sont répartis en équipes mixtes comprenant toutes le même nombre de filles et le même nombre de garçons, le nombre d'équipes est un diviseur de 63 et de 105 ;
or : $63 = 3 \times 3 \times 7$ donc les diviseurs de 63 sont : 1, 3, 7, 9, 21 et 63 ;
$105 = 3 \times 5 \times 7$ donc les diviseurs de 105 sont : 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35 et 105 ;
finalement le nombre maximal d'équipes est 21 ; c'est le plus grand diviseur à la fois de 63 et de 105.
b. Il s'agit donc du Plus Grand Diviseur Commun (PGDC) de 105 et 63.
c. Chaque équipe comprendra : $63 \div 21 = 3$ filles et $105 \div 21 = 5$ garçons.
2. Pour un effectif de 104 garçons et 78 filles :
a. $104 = 2 \times 2 \times 2 \times 13$ et $78 = 2 \times 3 \times 13$;
b. PGDC(104 ; 78) $= 2 \times 13 = 26$; donc 2, 13 ou 26 équipes auraient pu être formées ;
• s'agissant de 2 équipes, chacune comprendrait : $104 \div 2 = 52$ garçons et $78 \div 2 = 39$ filles,
• s'agissant de 13 équipes, chacune comprendrait : $104 \div 13 = 8$ garçons et $78 \div 13 = 6$ filles,
• s'agissant de 26 équipes, chacune comprendrait : $104 \div 26 = 4$ garçons et $78 \div 26 = 3$ filles.

3 Simplification de fractions

1. 12 est un diviseur commun de 132 et 198, donc : $\dfrac{132}{198} = \dfrac{2 \times 66}{2 \times 99} = \dfrac{66}{99}$.

2. a. $132 = 2 \times 2 \times 3 \times 11$ donc les diviseurs de 132 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 11, 12, 22, 33, 44, 66, 132 ;
$198 = 2 \times 3 \times 3 \times 11$ donc les diviseurs de 198 sont : 1, 2, 3, 6, 9, 11, 18, 22, 33, 66, 99, 198 ;
les diviseurs communs de 132 et 198 sont : 1, 2, 3, 6, 11, 22, 33 et 66 ;

• avec le diviseur commun 3, la fraction simplifiée obtenue est : $\dfrac{132}{198} = \dfrac{3 \times 44}{3 \times 66} = \dfrac{44}{66}$;

• avec le diviseur commun 6, la fraction simplifiée obtenue est : $\dfrac{132}{198} = \dfrac{6 \times 22}{6 \times 33} = \dfrac{22}{33}$;

• avec le diviseur commun 11, la fraction simplifiée obtenue est : $\dfrac{132}{198} = \dfrac{11 \times 12}{11 \times 18} = \dfrac{12}{18}$;

• avec le diviseur commun 22, la fraction simplifiée obtenue est : $\dfrac{22 \times 6}{22 \times 9} = \dfrac{6}{9}$;

• avec le diviseur commun 33, la fraction simplifiée obtenue est : $\dfrac{33 \times 4}{33 \times 6} = \dfrac{4}{6}$;

• avec le diviseur commun 66, la fraction simplifiée obtenue est : $\dfrac{66 \times 2}{66 \times 3} = \dfrac{2}{3}$.

b. La fraction simplifiée, dont le numérateur et le dénominateur sont les plus petits, est $\dfrac{2}{3}$.

c. Impossible de « réduire plus » la fraction $\frac{132}{198}$; on dit que $\frac{2}{3}$ est une fraction « irréductible ».

3. a. Pour obtenir la fraction irréductible $\frac{2}{3}$, on a divisé 132 et 198 par 66.

b. 66 est le Plus Grand Diviseur Commun de 132 et 198, noté PGDC(132 ; 198).

4 Les feux tricolores

1. Multiples successifs de 21 : 21, 42, 63, 84, 105, …
Multiples successifs de 35 : 35, 70, 105, …
2. a. Le nombre de secondes au bout duquel les deux feux vont repasser au vert en même temps est : 105.
b. Ce nombre est le Plus Petit Multiple Commun de 21 et 35, noté : PPMC(21 ; 35).

5 Comparaison de deux fractions

1. En **b.** et **d.** les deux fractions sont comparables sans faire de calculs :
b. $\frac{728}{463} > \frac{658}{463}$ (deux fractions de même dénominateur sont dans le même ordre que leurs numérateurs) ;
d. $\frac{18}{13} > \frac{18}{15}$ (deux fractions de même numérateur sont dans l'ordre opposé à leurs dénominateurs).

En **a.** et **c.**, où numérateurs et dénominateurs sont différents, il faut les réduire au même dénominateur pour les comparer :

a. $\frac{7}{12} = \frac{77}{121}$ et $\frac{19}{11} = \frac{228}{121}$; comme $\frac{19}{11} < \frac{228}{121}$, on a : $\frac{7}{12} < \frac{19}{11}$;
c. $\frac{51}{7} = \frac{561}{77}$ et $\frac{80}{11} = \frac{560}{77}$; comme $\frac{561}{77} > \frac{560}{77}$, on a : $\frac{51}{7} > \frac{80}{11}$.
2. a. $\frac{4}{15} = \frac{16}{60}$ et $\frac{7}{20} = \frac{21}{60}$; comme $\frac{16}{60} < \frac{21}{60}$, on a : $\frac{4}{15} < \frac{7}{20}$.

b. Le plus petit dénominateur commun que l'on puisse trouver est 60.

c. 60 = PPMC(15 ; 20).

6 Addition, soustraction, multiplication de deux fractions

1. a. $\frac{11}{8} + \frac{9}{8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$; $\frac{11}{8} - \frac{9}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.
b. Pour additionner (ou soustraire) deux fractions de même dénominateur, on calcule la somme (ou la différence) des numérateurs et on garde le même dénominateur.
2. a. $\frac{13}{6} = \frac{39}{18}$ et $\frac{7}{9} = \frac{14}{18}$.
b. $\frac{13}{6} + \frac{7}{9} = \frac{39}{18} + \frac{14}{18} = \frac{53}{18}$ et $\frac{13}{6} - \frac{7}{9} = \frac{39}{18} - \frac{14}{18} = \frac{25}{18}$.
3. a. Le nombre de tablettes de chocolat (deux et demi) peut s'écrire : $1 + 1 + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$.

b. En écrivant $\frac{1}{4} \times \frac{5}{2}$, Yacouba calcule la part qu'il garde ; en écrivant $\frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$, Yacouba calcule la part qu'il donne à ses amis.

c. Pour calculer le produit de deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :
$\frac{1}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{8}$ et $\frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$.

Méthodes et savoir-faire

1. Apprendre à calculer un PGDC par différentes méthodes

1 **b.** PGDC(12 ; 84) = 12 car $84 \div 12 = 7$.
d. PGDC(108 ; 36) = 36 car $108 \div 36 = 3$.
f. PGDC(14 ; 56) = 14 car $56 \div 14 = 4$.

2 **a.** $68 = 2 \times 2 \times 17$ et $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$
donc PGDC(68 ; 16) = $2 \times 2 = 4$.
b. $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ et $52 = 2 \times 2 \times 13$
donc PGDC(64 ; 52) = $2 \times 2 = 4$.
c. $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ et $55 = 5 \times 11$
donc PGDC(24 ; 55) = 1.
d. $35 = 5 \times 7$ et $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$
donc PGDC(35 ; 56) = 7.
e. $144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ et $42 = 2 \times 3 \times 7$
donc PGDC(144 ; 42) = $2 \times 3 = 6$.
f. $105 = 3 \times 5 \times 7$ et $66 = 2 \times 3 \times 11$
donc PGDC(105 ; 66) = 3.

3 **a.** $852 = 164 \times 5 + 32$
donc PGDC(852 ; 164) = PGDC(164 ; 32).
$164 = 32 \times 5 + 4$ donc PGDC(164 ; 32) = PGDC(32 ; 4).
$32 = 4 \times 8 + 0$
donc PGDC(32 ; 4) = 4 = PGDC(852 ; 164).
b. $429 = 176 \times 2 + 77$
donc PGDC(429 ; 176) = PGDC(176 ; 77).
$176 = 77 \times 2 + 22$
donc PGDC(176 ; 77) = PGDC(77 ; 22).
$77 = 22 \times 3 + 11$ donc PGDC(77 ; 22) = PGDC(22 ; 11).
$22 = 11 \times 2 + 0$
donc PGDC(22 ; 11) = 11 = PGDC(429 ; 176).
c. $546 = 147 \times 3 + 105$
donc PGDC(546 ; 147) = PGDC(147 ; 105) :
$147 = 105 \times 1 + 42$
donc PGDC(147 ; 105) = PGDC(105 ; 42) ;
$105 = 42 \times 2 + 21$
donc PGDC(105 ; 42) = PGDC(42 ; 21) ;
$42 = 21 \times 2 + 0$
donc PGDC(42 ; 21) = 21 = PGDC(546 ; 147).
d. $2\,142 = 850 \times 2 + 442$
donc PGDC(2 142 ; 850) = PGDC(850 ; 442) ;
$850 = 442 \times 1 + 408$
donc PGDC(850 ; 442) = PGDC(442 ; 408) ;
$442 = 408 \times 1 + 34$
donc PGDC(442 ; 408) = PGDC(408 ; 34) :
$408 = 34 \times 12 + 0$
donc PGDC(408 ; 34) = 34 = PGDC(2 142 ; 850).
e. $1\,001 = 819 \times 1 + 182$
donc PGDC(1 001 ; 819) = PGDC(819 ; 182) ;
$819 = 182 \times 4 + 91$
donc PGDC(819 ; 182) = PGDC(182 ; 91) ;
$182 = 91 \times 2 + 0$
donc PGDC(182 ; 91) = 91 = PGDC(819 ; 1 001).
f. $1\,155 = 455 \times 2 + 245$
donc PGDC(1 155 ; 455) = PGDC(455 ; 245) ;
$455 = 245 \times 1 + 210$
donc PGDC(455 ; 245) = PGDC(245 ; 210) ;
$245 = 210 \times 1 + 35$
donc PGDC(245 ; 210) = PGDC(210 ; 35) ;
$210 = 35 \times 6 + 0$
donc PGDC(210 ; 35) = 35 = PGDC(455 ; 1 155).

4 **a.** $63 = 3 \times 3 \times 9$ et $165 = 3 \times 5 \times 11$
donc PGDC(63 ; 165) = 3.
b. $84 \div 14 = 6$ donc PGDC(14 ; 84) = 14.
c. $28 = 2 \times 2 \times 7$ et $63 = 3 \times 3 \times 7$
donc PGDC(28 ; 63) = 7.
d. $210 = 3 \times 70$ donc PGDC(70 ; 210) = 70.
e. $184 \div 46 = 4$ donc PGDC(46 ; 184) = 46.
f. $65 \div 13 = 5$ donc PGDC(13 ; 65) = 13.

5 PGDC(437 325 ; 19 404) = $3 \times 7^2 = 147$.

6 **a.** $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ et $91 = 7 \times 13$
donc : PGDC(84 ; 91) = 7 et $\frac{84}{91} = \frac{7 \times 12}{7 \times 13} = \frac{12}{13}$.
b. $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ et $392 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7$
donc : PGDC(210 ; 392) = $2 \times 7 = 14$
et $\frac{210}{392} = \frac{14 \times 15}{14 \times 28} = \frac{15}{18}$.
c. $176 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11$ et $312 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 13$
donc : PGDC(176 ; 312) = $2 \times 2 \times 2 = 8$
et $\frac{176}{312} = \frac{8 \times 22}{8 \times 39} = \frac{22}{39}$.
d. $4\,186 = 2 \times 7 \times 13 \times 23$ et $1\,449 = 3 \times 3 \times 7 \times 23$
donc : PGDC(4 186 ; 1 449) = $7 \times 23 = 161$
et $\frac{4\,186}{1\,449} = \frac{161 \times 26}{161 \times 9} = \frac{26}{9}$.

2. Apprendre à calculer un PPMC et à comparer des fractions

7 **a.** 35 est un multiple de 7, car $7 \times 5 = 35$
donc PPMC(7 ; 35) = 35.
b. 48 est un multiple de 16, car $16 \times 3 = 48$
donc PPMC(48 ; 16) = 48.
c. 60 est un multiple de 12, car $12 \times 5 = 60$
donc PPMC(12 ; 60) = 60.

d. 55 n'est pas un multiple de 22 ;
$55 \times 2 = 110$ est un multiple de 22, car $22 \times 5 = 110$
donc PPMC(55 ; 22) = 110.
e. 35 n'est pas un multiple de 14 ;
$35 \times 2 = 70$ est un multiple de 14, car $14 \times 5 = 70$
donc PPMC(14 ; 35) = 70.
f. 42 n'est pas un multiple de 18 ;
$42 \times 2 = 84$ n'est pas un multiple de 18 ;
$42 \times 3 = 126$ est un multiple de 18, car $18 \times 7 = 126$
donc PPMC(18 ; 42) = 126.

8 **a.** $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ et $42 = 2 \times 3 \times 7$
donc PPMC(60 ; 42) $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$.
b. $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$ et $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$
donc PPMC(54 ; 84) $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 = 756$.
c. $98 = 2 \times 7 \times 7$ et $70 = 2 \times 5 \times 7$
donc PPMC(98 ; 70) $= 2 \times 5 \times 7 \times 7 = 490$.
d. $378 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7$ et $315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7$
donc PPMC(378 ; 315) $= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 1\,890$.
e. $231 = 3 \times 7 \times 11$ et $264 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 11$
donc PPMC(231 ; 264) $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 11 = 1\,848$.
f. $140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$ et $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$
donc PPMC(140 ; 126) $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 1\,260$.

9 **a.** 78 est un multiple de 26, car $26 \times 3 = 78$
donc PPMC(26 ; 78) = 78.
b. $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ et $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
donc PPMC(48 ; 32) $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 96$.
c. $25 = 5 \times 5$ et $40 = 5 \times 8$
donc PPMC(25 ; 40) $= 5 \times 5 \times 8 = 200$.
d. $77 = 7 \times 11$ et $343 = 7 \times 7 \times 7$
donc PPMC(77 ; 343) $= 7 \times 7 \times 7 \times 11 = 3\,773$.
e. 568 est un multiple de 142, car $568 \div 142 = 4$
donc PPMC(142 ; 568) = 568.
f. $245 = 5 \times 49$ et $294 = 6 \times 49$
donc PPMC(245 ; 294) $= 5 \times 6 \times 49 = 1\,470$.

10 PPMC(3 900 ; 10 725) $= 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 11 \times 13$
$= 42\,900$.

11 **1.** PPMC(15 ; 6) = 30 ; PPMC(12 ; 16) = 48 ; PPMC(39 ; 26) = 78.
2. a. $\frac{28}{15} = \frac{56}{30}$ et $\frac{11}{6} = \frac{55}{30}$; or $\frac{56}{30} > \frac{55}{30}$, donc $\frac{28}{15} > \frac{11}{6}$.
b. $\frac{7}{12} = \frac{28}{48}$ et $\frac{9}{16} = \frac{27}{48}$; or $\frac{28}{48} > \frac{27}{48}$, donc $\frac{7}{12} > \frac{9}{16}$.
c. $\frac{10}{39} = \frac{20}{78}$ et $\frac{7}{26} = \frac{21}{78}$; or $\frac{20}{78} < \frac{21}{78}$, donc $\frac{10}{39} < \frac{7}{26}$.

12 **a.** PPMC(12 ; 15) $= 3 \times 4 \times 5 = 60$ donc $\frac{11}{12} = \frac{55}{60}$
et $\frac{13}{15} = \frac{52}{60}$; or $\frac{52}{60} < \frac{55}{60}$, donc $\frac{13}{15} < \frac{11}{12}$.
b. $92 \div 23 = 4$ donc PPMC(23 ; 92) = 92 et $\frac{3}{23} = \frac{12}{92}$;
or $\frac{12}{92} < \frac{13}{92}$ donc $\frac{3}{23} < \frac{13}{92}$.
c. $42 = 2 \times 3 \times 7$ et $70 = 2 \times 5 \times 7$
donc PPMC(42 ; 70) $= 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$,
$\frac{17}{42} = \frac{17 \times 5}{42 \times 5} = \frac{85}{210}$ et $\frac{31}{70} = \frac{31 \times 3}{70 \times 3} = \frac{93}{210}$;
or $\frac{85}{210} < \frac{93}{210}$ donc $\frac{17}{42} < \frac{31}{70}$.
d. PPMC(8 ; 20) $= 2 \times 4 \times 5 = 40$
donc $\frac{7}{8} = \frac{35}{40}$ et $\frac{19}{20} = \frac{38}{40}$;
or $\frac{35}{40} < \frac{38}{40}$ donc $\frac{7}{8} < \frac{38}{40}$.
e. PPMC(14 ; 21) $= 2 \times 3 \times 7 = 42$
donc $\frac{31}{14} = \frac{96}{42}$ et $\frac{46}{21} = \frac{92}{42}$; or $\frac{92}{42} < \frac{96}{42}$ donc $\frac{46}{21} < \frac{31}{14}$.
f. $18 = 2 \times 3 \times 3$ et $4 = 2 \times 2$
donc PPMC(18 ; 4) $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$,
$\frac{37}{18} = \frac{74}{36}$ et $\frac{9}{4} = \frac{81}{36}$; or $\frac{74}{36} < \frac{81}{36}$ donc $\frac{37}{18} < \frac{9}{4}$.

13 **1. a.** $140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$;
b. $294 = 2 \times 3 \times 7 \times 7$;
c. $462 = 2 \times 3 \times 7 \times 11$.
2. a. PPMC(140 ; 294) $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7 = 2\,940$;
b. PPMC(140 ; 462) $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 4\,620$;
c. PPMC(294 ; 462) $= 2 \times 3 \times 7 \times 7 \times 11 = 3\,234$.

3. a. $\frac{220}{140} = \frac{220 \times 21}{140 \times 21} = \frac{4\,620}{2\,940}$
et $\frac{450}{294} = \frac{450 \times 10}{294 \times 10} = \frac{4\,500}{2\,940}$ or $\frac{4\,500}{2\,940} < \frac{4\,620}{2\,940}$
donc $\frac{450}{294} < \frac{220}{140}$.
b. $\frac{12}{140} = \frac{12 \times 33}{140 \times 33} = \frac{396}{4\,620}$
et $\frac{40}{462} = \frac{40 \times 10}{462 \times 10} = \frac{400}{4\,620}$ or $\frac{396}{4\,620} < \frac{400}{4\,620}$
donc $\frac{12}{140} < \frac{40}{462}$.
c. $\frac{20}{294} = \frac{20 \times 11}{294 \times 11} = \frac{220}{3\,234}$
et $\frac{210}{462} = \frac{210 \times 7}{462 \times 7} = \frac{1\,470}{3\,234}$ or $\frac{220}{3\,234} < \frac{1\,470}{3\,234}$
donc $\frac{20}{294} < \frac{210}{462}$.

Exercices d'application

Divisibilité

14 **a.** $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ et la liste des diviseurs de 24 est : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24.

b. 31 est un nombre premier, donc la liste des diviseurs de 31 est : 1 et 31.

c. $42 = 2 \times 3 \times 7$ et la liste des diviseurs de 42 est : 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 et 42.

d. $50 = 2 \times 5 \times 5$ et la liste des diviseurs de 50 est : 1, 2, 5, 10, 25 et 50.

e. $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ et la liste des diviseurs de 60 est : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60.

f. $76 = 2 \times 2 \times 19$ et la liste des diviseurs de 76 est : 1, 2, 4, 19, 38 et 76.

g. $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$ et la liste des diviseurs de 81 est : 1, 3, 9, 27 et 81.

h. $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$ et la liste des diviseurs de 100 est : 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 et 100.

15 **a.** 9 est un diviseur de 54.

b. 54 est un multiple de 9.

c. 54 est divisible par 9.

d. 9 divise 54.

16 Parmi 46, 75, 90, 121, 711, 552, 1 080, 2 013 :

a. les nombres divisibles par 2 sont :
46, 90, 552 et 1 080 ;

b. les nombres divisibles par 3 sont :
75, 90, 711, 552, 1 080 et 2 013 ;

c. les nombres divisibles par 5 sont : 75, 90 et 1 080 ;

d. les nombres divisibles par 9 sont : 90, 711 et 1 080 ;

e. les nombres divisibles par 2, 3, 5 et 9 sont :
90 et 1 080.

17 **a.** Il est faux qu'un nombre premier n'est divisible que par lui-même (il est aussi divisible par 1).

b. Il est faux qu'un nombre pair ne peut pas être premier (2 est le seul nombre premier pair).

c. Il est vrai que le nombre 1 n'est pas un nombre premier (il n'a qu'un seul diviseur : lui-même).

d. Il est faux qu'en multipliant deux nombres premiers on obtient un nombre premier.

18 **a.** 13 est un nombre premier ; en effet il n'est divisible que par 1 et 13.

b. 21 n'est pas un nombre premier ; en effet il est divisible par 1, 3, 7 et 21.

c. 29 est un nombre premier ; en effet il n'est divisible que par 1 et 29.

d. 39 n'est pas un nombre premier ; en effet il est divisible par 1, 3, 13 et 39.

e. 41 est un nombre premier ; en effet il n'est divisible que par 1 et 41.

f. 57 n'est pas un nombre premier ; en effet il est divisible par 1, 3, 19 et 57.

g. 59 est un nombre premier ; en effet il n'est divisible que par 1 et 59.

h. 93 n'est pas un nombre premier ; en effet il est divisible par 1, 3, 31 et 93.

19 **a.** La bonne décomposition en un produit de facteurs premiers de 198 est $2 \times 3 \times 3 \times 11$.

b. $2 \times 3 \times 13 \times 17$ est la décomposition en un produit de facteurs premiers de 1 326.

c. La bonne décomposition en un produit de facteurs premiers de 420 est $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

d. La bonne décomposition en un produit de facteurs premiers de 5 390 est $2 \times 5 \times 7 \times 7 \times 11$.

20 Décomposition en un produit de facteurs premiers :

a. $18 = 2 \times 3 \times 3$; **b.** $66 = 2 \times 3 \times 11$;

c. $70 = 2 \times 5 \times 7$; **d.** $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$;

e. $9 = 3 \times 3$; **f.** $121 = 11 \times 11$;

g. $147 = 3 \times 7 \times 7$; **h.** $330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$.

21 Décomposition en un produit de facteurs premiers :

a. $39 = 3 \times 13$ et $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$.

b. $1\,872 = 39 \times 48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 13$.

PGDC

22 **a.** $42 = 2 \times 3 \times 7$ (décomposition en produit de facteurs premiers) ;

la liste des diviseurs de 42 est :1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 et 42.

$70 = 2 \times 5 \times 7$ (décomposition en produit de facteurs premiers) ;

la liste des diviseurs de 70 est : 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35 et 70.

b. Diviseurs communs à 42 et 70 : 1, 2, 7, 14.

c. Le PGDC de ces deux nombres est 14.

23 **1. a.** $65 = 5 \times 13$;

b. $165 = 3 \times 5 \times 11$;

c. $182 = 2 \times 7 \times 13$;

d. $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

2. a. PGDC(65 ; 165) = 5 ;

b. PGDC(210 ; 165) = $3 \times 5 = 15$;

c. PGDC(182 ; 65) = 13.

24 **a.** $651 = 231 \times 2 + 189$
d'où PGDC(651 ; 231) = PGDC(231 ; 189) ;
$231 = 189 \times 1 + 42$
d'où PGDC(231 ; 189) = PGDC(189 ; 42) ;
$189 = 42 \times 4 + 21$
d'où PGDC(189 ; 42) = PGDC(42 ; 21) ;
$42 = 21 \times 2 + 0$
donc PGDC(42 ; 21) = 21 = PGDC(651 ; 231).
b. $444 = 168 \times 2 + 108$
d'où PGDC(444 ; 168) = PGDC(168 ; 108) ;
$168 = 108 \times 1 + 60$
d'où PGDC(168 ; 108) = PGDC(108 ; 60) ;
$108 = 60 \times 1 + 48$
d'où PGDC(108 ; 60) = PGDC(60 ; 48) ;
$60 = 48 \times 1 + 12$ d'où PGDC(60 ; 48) = PGDC(48 ; 12) ;
$48 = 12 \times 4 + 0$
donc PGDC(48 ; 12) = 12 = PGDC(444 ; 168).
c. $1\,638 = 858 \times 1 + 780$
d'où PGDC(1 638 ; 858) = PGDC(858 ; 780) ;
$858 = 780 \times 1 + 78$
d'où PGDC(858 ; 780) = PGDC(780 ; 78) ;
$780 = 78 \times 10 + 0$
donc PGDC(780 ; 78) = 78 = PGDC(1 638 ; 858).

25 PGDC(537 251 ; 133 705) $= 11 \times 13 \times 17 = 2\,431$.

Écriture irréductible d'une fraction

26 **a.** $\dfrac{32}{7}$ est une fraction irréductible.
b. $\dfrac{45}{14}$ est une fraction irréductible.
c. $\dfrac{35}{21}$ n'est pas une fraction irréductible ; $\dfrac{35}{21} = \dfrac{7}{3}$.
d. $\dfrac{56}{18}$ n'est pas une fraction irréductible ; $\dfrac{56}{18} = \dfrac{28}{9}$.
e. $\dfrac{88}{77}$ n'est pas une fraction irréductible ; $\dfrac{88}{77} = \dfrac{8}{7}$.
f. $\dfrac{98}{85}$ est une fraction irréductible.

27 **1. a.** $168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$;
b. $189 = 3 \times 3 \times 3 \times 7$;
c. $312 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 13$;
d. $390 = 2 \times 3 \times 5 \times 13$.
2. a. $\dfrac{168}{312} = \dfrac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 13} = \dfrac{7}{13}$;
b. $\dfrac{390}{189} = \dfrac{2 \times 3 \times 5 \times 13}{3 \times 3 \times 3 \times 7} = \dfrac{130}{63}$;
c. $\dfrac{189}{168} = \dfrac{3 \times 3 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7} = \dfrac{9}{8}$;
d. $\dfrac{312}{390} = \dfrac{2 \times 2 \times 2 \times 13}{2 \times 3 \times 5 \times 13} = \dfrac{4}{15}$.

28 **a.** PGDC(483 ; 920) = 23 d'où $\dfrac{483}{920} = \dfrac{23 \times 21}{23 \times 40} = \dfrac{21}{40}$;
b. PGDC(798 ; 714) = 42 d'où $\dfrac{798}{714} = \dfrac{42 \times 19}{42 \times 17} = \dfrac{19}{17}$;
c. PGDC(646 ; 418) = 38 d'où $\dfrac{646}{418} = \dfrac{38 \times 17}{38 \times 11} = \dfrac{17}{11}$;
d. PGDC(715 ; 855) = 5 d'où $\dfrac{715}{855} = \dfrac{5 \times 143}{5 \times 171} = \dfrac{143}{171}$;
e. PGDC(2 964 ; 8 465) = 19
d'où $\dfrac{2\,964}{8\,465} = \dfrac{19 \times 156}{19 \times 445} = \dfrac{156}{445}$;
f. PGDC(3 591 ; 1 764) = 63
d'où $\dfrac{3\,591}{1\,764} = \dfrac{63 \times 57}{63 \times 28} = \dfrac{57}{28}$.

PPMC et comparaison de fraction

29 **a.** PPMC(32 ; 8) = 32 car 32 est un multiple de 4 ;
b. PPMC(13 ; 39) = 39 car 39 est un multiple de 13 ;
c. PPMC(16 ; 20) = 80 car parmi les multiples successifs de 16 (16, 32, 48, 64, 80, 96, …) 80 est le premier multiple de 20 ;
d. PPMC(15 ; 25) = 75 car parmi les multiples successifs de 25 (25, 50, 75, 100, …) 75 est le premier multiple de 15 ;
e. PPMC(32 ; 24) = 96 car parmi les multiples successifs de 32 (32, 64, 96, 128, …) 96 est le premier multiple de 24 ;
f. PPMC(44 ; 33) = 132 car parmi les multiples successifs de 44 (44, 88, 132, 176, …) 132 est le premier multiple de 33.

30 **1.** Multiples successifs de 12 : 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132 et 144.
2. a. PPMC(12 ; 9) = 36 car 36 est le premier multiple de 9 parmi les multiples successifs de 12 ;
b. PPMC(12 ; 20) = 60 car 60 est le premier multiple de 20 parmi les multiples successifs de 12 ;
c. PPMC(12 ; 14) = 84 car 84 est le premier multiple de 14 parmi les multiples successifs de 12.

31 **a.** $92 = 2 \times 2 \times 23$ et $69 = 3 \times 23$,
donc PPMC(92 ; 23) $= 2 \times 2 \times 3 \times 23 = 275$;
b. $76 = 2 \times 2 \times 19$ et $95 = 5 \times 19$,
donc PPMC(76 ; 95) $= 2 \times 2 \times 5 \times 19 = 380$;
c. $75 = 3 \times 5 \times 5$ et $105 = 3 \times 5 \times 7$,
donc PPMC(75 ; 105) $= 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 525$;
d. $88 = 2 \times 2 \times 2 \times 11$ et $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$,
donc PPMC(88 ; 64) $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11 = 704$;
e. $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ et $280 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7$,
donc PPMC(210 ; 280) $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 840$;
f. $108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$ et $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$,
donc PPMC(108 ; 180) $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 540$.

32 PPMC(66 500 ; 4 312) $= 2^3 \times 5^3 \times 7^2 \times 11 \times 19$
$= 10\ 241\ 000$.

33 **a.** $\frac{21}{15} = \frac{7}{5} = \frac{35}{25}$ et $\frac{43}{25} > \frac{35}{25}$ donc $\frac{43}{25} > \frac{21}{15}$.

b. PPMC(39 ; 52) = 156, $\frac{5}{39} = \frac{20}{156}$ et $\frac{7}{52} = \frac{21}{156}$;
or $\frac{20}{156} < \frac{21}{156}$ donc $\frac{5}{39} < \frac{7}{52}$.

c. PPMC(34 ; 51) = 102, $\frac{13}{34} = \frac{39}{102}$ et $\frac{19}{51} = \frac{38}{102}$;
or $\frac{39}{102} > \frac{102}{102}$ donc $\frac{13}{34} > \frac{19}{51}$.

d. $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ et $\frac{36}{54} = \frac{2}{3}$ donc $\frac{16}{24} = \frac{36}{54}$.

e. $\frac{7}{38} = \frac{21}{114}$ et $\frac{21}{114} < \frac{23}{114}$ donc $\frac{7}{38} < \frac{23}{114}$.

f. $\frac{120}{108} = \frac{10}{9} = \frac{90}{81}$ et $\frac{100}{81} > \frac{90}{81}$ donc $\frac{100}{81} > \frac{120}{108}$.

Opérations sur les fractions

34 **a.** $\frac{15}{12} - \frac{7}{12} - \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$; **b.** $3 - \frac{3}{4} - \frac{12}{4} - \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$;

c. $\frac{17}{7} - 2 - \frac{17}{7} - \frac{14}{7} = \frac{3}{7}$.

35 **a.** $\frac{7}{13} + \frac{6}{13} = 1$; **b.** $\frac{47}{20} - \frac{7}{20} = 2$;

c. $\frac{5}{6} + \frac{8}{30} = \frac{11}{10}$; **d.** $\frac{11}{6} - 1 = \frac{5}{6}$.

36 **a.** $\frac{5}{7} + \frac{8}{3} + \frac{10}{21} - \frac{15}{21} + \frac{56}{21} + \frac{10}{21} = \frac{81}{21} = \frac{27}{7}$;

b. $\frac{3}{8} + \frac{11}{12} + \frac{19}{24} - \frac{9}{24} + \frac{22}{24} + \frac{19}{24} = \frac{50}{24} = \frac{25}{12}$;

c. $\frac{7}{15} - \frac{1}{3} + \frac{8}{15} - \frac{7}{15} - \frac{5}{15} + \frac{8}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$;

d. $\frac{16}{11} - \frac{13}{22} - \frac{12}{33} - \frac{16}{11} - \frac{13}{22} - \frac{4}{11} = \frac{11}{22} = \frac{1}{2}$.

37 **a.** $\frac{6}{7} \times \frac{11}{12} = \frac{6 \times 11}{7 \times 12} = \frac{11}{14}$;

b. $\frac{8}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{8 \times 3}{15 \times 2} = \frac{4}{5}$;

c. $\frac{2}{5} \times \frac{2}{7} \times \frac{15}{4} = \frac{3 \times 2 \times 15}{3 \times 7 \times 4} = \frac{9}{14}$;

d. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$;

e. $\frac{12}{5} \times 3 \times \frac{1}{6} = \frac{12 \times 3}{5 \times 6} = \frac{6}{5}$;

f. $\frac{3}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{14}{9} = \frac{3 \times 5 \times 14}{7 \times 6 \times 9} = \frac{5}{9}$.

Problèmes

38 **a.** Le nombre de sachets répartissant la totalité des 232 chocolats noirs et des 203 chocolats au lait, le nombre de chocolats noirs étant le même dans chaque sachet ainsi que le nombre de chocolats au lait, est un diviseur commun à 232 et 203 ;

donc 29 = PGDC(232 ; 203) est le nombre maximal de sachets que le confiseur peut réaliser.

b. Chaque sachet va alors contenir :

• $232 \div 29 = 8$ chocolats noirs,

• $203 \div 29 = 7$ chocolats au lait.

39 **a.** Avançant à la même vitesse, Malik et Paul poseront un pied exactement en même temps pour toute distance multiple commune de 84 et 68 ; après leur départ, ils poseront donc à nouveau un pied exactement en même temps pour une distance égale au PPMC(84 ; 68) = 1 428 cm ($84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$, $64 = 2 \times 2 \times 17$ et PPMC(84 ; 68) $= 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 17$).

b. Nombre de pas alors accomplis :

par Malik, $1\ 428 \div 84 = 17$, par Paul : $1\ 428 \div 68 = 21$.

40 **a.** Le nombre de dents qui ont défilé au point de contact des dents colorés, entre deux contacts consécutifs de ces dents, est égal :

au PPMC(75 ; 30) = 150

($75 = 3 \times 5 \times 5$, $30 = 2 \times 3 \times 5$

et PPMC(75 ; 30) $= 2 \times 3 \times 5 \times 5$).

b. Nombre de tours alors effectués ;

• par la roue à 75 dents, $150 \div 75 = 2$,

• par la roue à 30 dents, $150 \div 30 = 5$.

41 a. Dépense du vendredi : $\frac{7}{24}$;

dépense du samedi : $\frac{15}{54} = \frac{5}{18}$;

Comme : $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ et $18 = 2 \times 3 \times 3$, on a :

PPMC(24 ; 18) $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$,

$\frac{7}{24} = \frac{21}{72}$; $\frac{5}{18} = \frac{20}{72}$ avec $\frac{21}{72} > \frac{20}{72}$, donc c'est vendredi que Fatou a dépensé le plus d'argent.

b. Fraction de la dépense des deux jours :

$\frac{21}{72} + \frac{20}{72} = \frac{41}{72}$.

c. Avec une somme initiale de 7 200 FCFA, Fatou a dépensé en tout :

$7\ 200 \times \frac{41}{72} = = 4\ 100$ FCFA.

Bien comprendre, mieux rédiger

42 Nombre premier ou pas ?

1. a. • 127, nombre impair, n'est pas divisible par 2 ;
• $1 + 2 + 7 = 10$ n'est pas un multiple de 3, donc 127 n'est pas divisible par 3 ;
• 127, avec un chiffre des unités différent de 0 et 5, n'est pas divisible par 5.

b. Dans une succession de divisions euclidiennes à dividende constant, quand les diviseurs augmentent, les quotients diminuent :
• dans la division de 127 par 7, le quotient est 18 ;
• dans la division de 127 par 11, le quotient est 11 ;
• inutile de continuer : un nombre supérieur à 11 ne peut pas diviser 127 car le quotient, supposé obtenu et inférieur à 11, diviserait 127 ; ce qui est impossible d'après les résultats précédents.

2. • 221 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5 ;
• $221 = 7 \times 31 + 4$, donc 221 n'est pas divisible par 7 ;
• $221 = 11 \times 20 + 1$, donc 221 n'est pas divisible par 11 ;
• $221 = 13 \times 17$, donc 221, divisible par 13 et 17, n'est pas un nombre premier.

43 Fraction irréductible

1. a. $\frac{130}{231} = \frac{2 \times 5 \times 13}{3 \times 7 \times 11}$; $\frac{121}{385} = \frac{11 \times 11}{5 \times 7 \times 11}$;
$\frac{245}{204} = \frac{5 \times 7 \times 7}{2 \times 2 \times 3 \times 17}$;

b. • $\frac{130}{231}$ est une fraction irréductible ;
• $\frac{121}{385}$ n'est pas une fraction irréductible : $\frac{121}{385} = \frac{11}{35}$;
• $\frac{245}{204}$ est une fraction irréductible.

2. a. $1\,078 = 507 \times 2 + 64$
donc PGDC(1 078 ; 507) = PGDC(507 ; 64),
$507 = 64 \times 7 + 59$
donc PGDC(507 ; 64) = PGDC(64 ; 59),
$64 = 59 \times 1 + 5$ donc PGDC(64 ; 59) = PGDC(59 ; 5),
$59 = 5 \times 11 + 4$ donc PGDC(59 ; 5) = PGDC(5 ; 4),
$5 = 4 \times 1 + 1$ donc PGDC(5 ; 4) = 1 = PGDC(1 078 ; 507).
$1\,197 = 351 \times 23 + 144$
donc PGDC(1 197 ; 351) = PGDC(351 ; 144),
$351 = 144 \times 2 + 63$
donc PGDC(351 ; 144) = PGDC(144 ; 63),
$144 = 63 \times 2 + 18$
donc PGDC(144 ; 63) = PGDC(63 ; 18),
$63 = 18 \times 3 + 9$ donc PGDC(63 ; 18) = PGDC(18 ; 9),
$18 = 9 \times 2 + 0$
donc PGDC(18 ; 9) = 9 = PGDC(1 197 ; 351).
$8\,151 = 7\,735 \times 1 + 416$
donc PGDC(8 151 ; 7 735) = PGDC(7 735 ; 416),
$7\,735 = 416 \times 18 + 247$
donc PGDC(7 735 ; 416) = PGDC(416 ; 247),
$416 = 247 \times 1 + 169$
donc PGDC(416 ; 247) = PGDC(247 ; 169),
$247 = 169 \times 1 + 78$
donc PGDC(247 ; 169) = PGDC(169 ; 78),
$169 = 78 \times 2 + 13$
donc PGDC(169 ; 78) = PGDC(78 ; 13),
$78 = 13 \times 6 + 0$
donc PGDC(78 ; 13) = 13 = PGDC(7 735 ; 8 151).

b. • $\frac{1\,078}{507}$ est une fraction irréductible ;
• $\frac{1\,197}{351}$ n'est pas une fraction irréductible :
$\frac{1\,197}{351} = \frac{9 \times 133}{9 \times 39} = \frac{121}{385}$;
• $\frac{7\,735}{8\,151}$ n'est pas une fraction irréductible :
$\frac{7\,735}{8\,151} = \frac{13 \times 595}{13 \times 627} = \frac{595}{627}$.

44 PGDC, PPMC ou ni l'un, ni l'autre ?

Énoncé A

a. Le côté d'une plaque carrée doit être un diviseur commun de 360 et 210 ; si l'on veut utiliser des plaques les plus grandes possible, la mesure de leur côté doit donc être égale au PGDC(360 ; 210).
Or : $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ et $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$;
donc : PGDC(360 ; 210) $= 2 \times 3 \times 5 = 30$.
La mesure du côté d'une plaque est de 30 cm.

b. Nombre de plaques sur la longueur du mur :
$360 \div 30 = 12$;
nombre de plaques sur la largeur du mur :
$210 \div 30 = 7$;
nombre de plaques pour couvrir le mur : $12 \times 7 = 84$.

Énoncé B

1. a. La mesure du côté du carré, obtenu en juxtaposant (toujours dans le même sens) des plaques rectangulaires de 231 mm de longueur et 63 mm de largeur, doit être un multiple commun de 231 et 63 ; si l'on veut utiliser le moins de plaques possible, la mesure du côté du carré doit donc être égale au PPMC(231 ; 63).
Or : $231 = 3 \times 7 \times 11$ et $63 = 3 \times 3 \times 7$;
donc : PPMC(231 ; 63) $= 3 \times 3 \times 7 \times 11 = 693$.
La mesure du côté du carré réalisé est de 693 mm.

b. Nombre de plaques disposées selon leur longueur :
$693 \div 231 = 3$;
nombre de plaques disposées selon leur largeur :
$693 \div 63 = 11$;
nombre total de plaques utilisées : $3 \times 11 = 33$.

2. 1 386 = 693 × 2 ; on en déduit qu'un carré de 1 386 mm de côté est partagé en quatre carrés de 693 mm de côté.

Pour réaliser ce nouveau carré Kondo devra donc utiliser : $4 \times 33 = 132$ plaques.

45 Contrôler des fractions

1. Les justifications de Joseph et Safi sont incorrectes ; celle d'Abdoul est correcte.

2. On peut comparer directement deux fractions dans deux cas :

• deux fractions de même dénominateur sont dans le même ordre que leur numérateur : $\frac{7}{18} > \frac{5}{18}$ car $7 > 5$;

• deux fractions de même numérateur sont dans l'ordre inverse de celui de leur dénominateur : $\frac{29}{15} < \frac{29}{12}$ car $15 > 12$;

3. Pour comparer $\frac{12}{23}$ et $\frac{10}{18}$, des calculs sont nécessaires :

PPMC(23 ; 18) = $23 \times 18 = 414$;

$\frac{12}{23} = \frac{216}{414}$; $\frac{10}{18} = \frac{230}{414}$ et $\frac{216}{414} < \frac{230}{414}$ donc $\frac{12}{23} < \frac{10}{18}$.

Exercices d'approfondissement

46 Utiliser un tableur

1.

	A	B	C	D
1	a	b	PGDC(a;b)	PPMC(a;b)
2	588	1155	21	32340
3	6615	234	9	171990

2. • $588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$ et $1\,155 = 3 \times 5 \times 7 \times 11$.

Donc PGDC(588 ; 1 155) = $3 \times 7 = 21$

et PPMC(588 ; 1 155) = $2^2 \times 3 \times 5 \times 7^2 \times 11 = 32\,340$.

• $6\,615 = 3^3 \times 5 \times 7^2$ et $234 = 2 \times 3^2 \times 13$.

Donc PGDC(6 615 ; 234) = $3^2 = 9$

et PPMC(6 615 ; 234) = $2 \times 3^3 \times 5 \times 7^2 \times 13 = 171\,990$.

47 Quel est le nombre ?

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$, $12 = 2 \times 2 \times 3$, $792 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 11$.

Parmi les quatre nombres :

$66 = 2 \times 3 \times 11$, $120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$,

$132 = 2 \times 2 \times 3 \times 11$, $228 = 2 \times 2 \times 3 \times 19$,

• le nombre *a* tel que PGDC(*a* ; 72) = 12 est 132 ou 228 ;

• le nombre *b* tel que PPMC(*b* ; 72) = 792 est 66 ou 132 ;

• le nombre *c* tel que PGDC(*c* ; 72) = 12 et PPMC(*c* ; 72) = 792 est 132.

48 PGDC et PPMC

a. $330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$ et $525 = 3 \times 5 \times 5 \times 7$;

donc : PGDC(330 ; 525) = $3 \times 5 = 15$,

PPMC(330 ; 525) = $2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 11 = 11\,550$.

b. Constats : $330 \times 525 = 173\,250$,

PGDC(330 ; 525) × PPMC(330 ; 525) $= 15 \times 11\,550 = 173\,250$,

330 × 525 = PGDC(330 ; 525) × PPMC(330 ; 525).

c. Propriété … utile à retenir :

pour tout couple *a* et b de nombres naturels

a × *b* = PGDC(*a* ; *b*) × PPMC(*a* ; *b*).

Pour : $357 = 3 \times 7 \times 17$ et $441 = 3 \times 3 \times 7 \times 7$,

on a : $357 \times 441 = 157\,437$

et PGDC(357 ; 441) = $3 \times 7 = 21$,

donc : PPMC(357 ; 441) = $157\,437 \div 21 = 7\,497$.

49 Les arbres coupés

La distance qui séparait deux arbres consécutifs est un diviseur commun à 117 et 65.

Or $117 = 3 \times 3 \times 13$ et $65 = 5 \times 13$,

donc : PGDC(117 ; 65) = 13.

La distance, qui séparait deux arbres consécutifs, était donc de 13 m ; il y en avait donc : $\frac{117}{13} + \frac{65}{13} = 14$.

C'est-à-dire que : 11 arbres ont été coupés.

50 Bonbons à vendre

1. a. Le nombre de sachets de bonbons doit être un diviseur commun de 540, 468 et 396 ;

le plus grand nombre possible de sachets est donc le PGDC(540 ; 468 ; 396).

Or : $540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$,

$468 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 13$,

$396 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 11$;

donc : PGDC(540 ; 468 ; 396) = $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$.

Le plus grand nombre possible de sachets est 36.

b. Chaque sachet va contenir :
- $540 \div 36 = 15$ bonbons rouges,
- $468 \div 36 = 13$ bonbons verts,
- $396 \div 36 = 11$ bonbons jaunes.

2. a. Dans les sachets précédents, il y a :
$15 + 13 + 11 = 39$ bonbons ;
si le marchand veut que ses sachets toujours tous identiques (et en plus grand nombre) contiennent au moins 60 bonbons, il faut doubler dans chaque sachet le nombre de bonbons, c'est-à-dire diviser par deux le nombre de sachets : 18.

b. Chaque sachet va alors contenir :
- $540 \div 18 = 30$ bonbons rouges,
- $468 \div 18 = 26$ bonbons verts,
- $396 \div 18 = 22$ bonbons jaunes.

51 L'examen

1. Taux de réussite :
- cette année : $\frac{420}{570} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 19} = \frac{14}{19}$;
- l'année dernière : $\frac{324}{456} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 19} = \frac{27}{38}$;
- il y a deux ans : $\frac{276}{342} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 23}{2 \times 3 \times 3 \times 19} = \frac{46}{57}$.

2. PPMC(19 ; 38 ; 57) = 114,
$\frac{14}{19} = \frac{84}{114}$; $\frac{27}{38} = \frac{81}{114}$ et $\frac{46}{57} = \frac{81}{114}$;
donc c'est il y a deux ans que le taux de réussite a été le plus élevé.

52 Parcelles à vendre

a. $\frac{84}{288} = \frac{7}{24}$ et $\frac{12}{32} = \frac{3}{8}$.
La fraction du terrain initial vendu par M. Diboti est :
$\frac{7}{24} + \frac{3}{8} + \frac{2}{9} = \frac{21 + 27 + 16}{72} = \frac{64}{72} = \frac{8}{9}$.

b. Après la vente des trois parcelles il restera $\frac{1}{9}$ du terrain, c'est-à-dire : $15\,570 \times \frac{1}{9} = = 1\,730$ m².

Activités d'intégration

53 Construction d'un dispensaire

- L'aire de la pharmacie (qui a la forme d'un trapèze) est : $A_p = (2 + x + x) \times \frac{5}{2} = 5(x + 1)$.
- L'aire de la salle de soins (qui a la forme d'un rectangle) est : $A_s = (10 - 2 - x) \times 5 = 5(8 - x)$.
- Il faut que $A_p = A_s$, donc $x + 1 = 8 - x$ d'où $2x = 7$ donc $x = 3{,}5$ m.
- Les dimensions de la salle de soin sont donc 4,5 m et 5 m.
- Or PGDC(45 ; 50) = 5, donc chaque dalle doit être un carré de côté 50 cm.
- Il y a $9 \times 10 = 90$ dalles en tout.

Donc la dépense à prévoir est de 76 500 francs.

54 Le mouvement des planètes

- $96 = 2^5 \times 3$;
$168 = 2^3 \times 3 \times 7$;
Donc PPMC(96 ; 168) $= 2^5 \times 3 \times 7 = 672$.

Ainsi, les planètes A et B seront à nouveau alignées au bout de 672 jours.

- $312 = 2^3 \times 3 \times 13$ et $672 = 2^5 \times 3 \times 7$,
donc PPMC(312 ; 672) $= 2^5 \times 3 \times 7 \times 13 = 8\,736$.

Ainsi, les planètes A, B et C seront à nouveau alignées au bout de 8 736 jours.

2 Nombres rationnels

Manuel pages 17 à 38

Activités d'apprentissage	Cours Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre Mieux rédiger	Approfondissement
1	Les nombres rationnels [1 p 20]	18, 19, 20, 21, 22	50	60, 61
2	Comparaison de nombres rationnels [2 p 20]	31, 32		61
3	Addition et soustraction de nombres rationnels : règles de calcul [3a p 20]	23, 24, 37	51	59, 60
	Opposé d'un nombre rationnel [3b p 20]	28	54	61
4	Multiplication de nombres rationnels [4 p 21]	33, 34, 35, 36	51, 52, 53, 55	56, 57, 58, 60, 62, 63
	Apprendre à multiplier des nombres rationnels [1p 23]	**1, 2, 3, 4, 5, 6**		
5	Inverse d'un nombre rationnel non nul [5 p 21]	28, 31, 32	54	
6	Division de deux nombres rationnels non nuls [6 p 21]	29, 30	53, 55	58, 59, 60
	Apprendre à diviser deux nombres rationnels [2 p 24]	**7, 8, 9, 10, 11, 12, 13**		
7	Égalité, opérations et inégalités [7 p. 22]			
	Approximations décimales d'un nombre rationnel positif [8 p. 22]	39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 48		64, 65

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

Introduction et contrôle des pré-requis

Le bon cocktail

1. a. Proportion de jus d'ananas dans le mélange : $3 \times \frac{3}{20} = \frac{9}{20}$.

b. Proportion des trois jus de fruit dans le cocktail : $\frac{3}{8} + \frac{3}{20} + \frac{9}{20} = \frac{39}{40}$.

c. Proportion de sirop de grenadine dans le mélange : $1 - \frac{39}{40} = \frac{1}{40}$.

d. Le jus d'ananas est l'ingrédient en plus grande quantité.

2. Proportion de jus d'ananas fabriqué par Acha dans le mélange : $\frac{3}{4} \times \frac{9}{20} = \frac{27}{80}$.

3. Pour préparer 200 centilitres de cocktail, Acha a utilisé : • $200 \times \frac{3}{8} = 75$ cL de jus d'orange ;

• $200 \times \frac{3}{20} = 30$ cL de jus de papaye ; • $200 \times \frac{9}{20} = 90$ cL de jus d'ananas ; $200 \times \frac{1}{40} = 5$ cL de grenadine.

Activités d'apprentissage

1 Quotients de nombres entiers relatifs

1. a. $7 \times 3 = 21$, donc : $\frac{21}{7} = 3$; $7 \times (-3) = -21$, donc $-\frac{21}{7} = -3$;

$(-7) \times 3 = -21$, donc : $\frac{-21}{-7} = 3$; $(-7) \times (-3) = 21$, donc $\frac{21}{-7} = -3$.

b. $\frac{21}{7}$ et $\frac{-21}{-7}$ sont positifs ; $-\frac{21}{7}$ et $\frac{21}{-7}$ sont négatifs.

2. a. Le quotient de deux nombres relatifs de même signe est positif ; le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

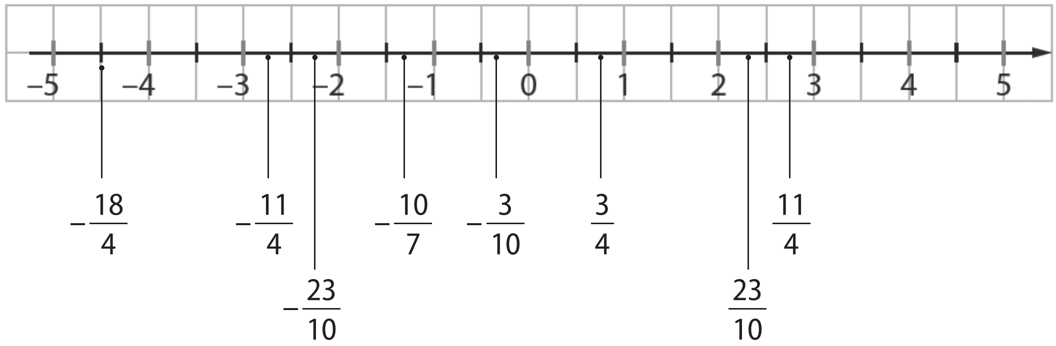
b. Quotients positifs : $\frac{-6}{-11}, \frac{9}{5}, \frac{-14}{-15}$; quotients négatifs : $\frac{-21}{7}, \frac{5}{-3}, \frac{-13}{-10}$.

2 Comparaison de nombres rationnels

1. a. $-3 < -\frac{11}{4} < -2$; $-2 < \frac{10}{7} < -1$; $2 < \frac{23}{10} < 3$; $2 < \frac{11}{4} < 3$;

$-1 < -\frac{3}{10} < 0$; $0 < \frac{3}{4} < 1$; $-3 < -\frac{23}{10} < -2$; $-5 < -\frac{18}{4} < -4$.

b.



c. Nombres opposés : $-\frac{11}{4}$ et $\frac{11}{4}$; $-\frac{23}{10}$ et $\frac{23}{10}$.

2. a. $\frac{11}{4} > \frac{3}{4}$; $-\frac{3}{10} > -\frac{23}{10}$; $\frac{3}{4} > -\frac{18}{4}$. (*Onpourra utiliser la représentation du* **1. b.**)

b. Règle : *Si deux nombres relatifs sont positifs,* ***le plus grand est celui dont la distance à zéro est la plus grande*** *; si deux nombres relatifs sont négatifs,* ***le plus grand est celui dont la distance à zéro est la plus petite****.*

3 Additionner et soustraire deux nombres rationnels

$\frac{22}{3} + \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{17}{3}$	$\frac{17}{3} - \frac{22}{3} = -\frac{5}{3}$	$\frac{17}{3} + \frac{-22}{3} = -\frac{5}{3}$
$\frac{15}{7} + \left(-\frac{4}{7}\right) = \frac{11}{7}$	$\frac{11}{7} - \frac{15}{7} = -\frac{4}{7}$	$\frac{11}{7} + \frac{-15}{7} = -\frac{4}{7}$
$\frac{16}{13} + \left(-\frac{7}{13}\right) = \frac{9}{13}$	$\frac{9}{13} - \frac{16}{13} = -\frac{7}{13}$	$\frac{9}{13} + \frac{-16}{13} = -\frac{7}{13}$
$\frac{16}{5} + \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{12}{5}$	$\frac{12}{5} - \frac{16}{5} = -\frac{4}{5}$	$\frac{12}{5} + \frac{-16}{5} = -\frac{4}{5}$
$\frac{7}{9} + \left(-\frac{11}{9}\right) = \frac{-4}{9}$	$\frac{-4}{9} - \frac{7}{9} = -\frac{11}{9}$	$\frac{-4}{9} + \frac{-7}{9} = -\frac{11}{9}$

4 Multiplier deux nombres rationnels

1. a. $\frac{7}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{8}$.

b. En appliquant la règle des signes (*le produit de deux nombres de même signe est positif, le produit de deux nombres de signes contraires est négatif*), on obtient : $\frac{-7}{4} \times \frac{3}{2} = -\frac{21}{8}$; $\frac{-7}{4} \times \frac{-3}{2} = \frac{21}{8}$; $\frac{7}{4} \times \frac{-3}{2} = -\frac{21}{8}$; $\frac{7}{-4} \times \frac{-3}{2} = \frac{21}{8}$.

2. a. $\frac{-7}{-4}$ est un nombre positif ; $\frac{-3}{2}$ est un nombre négatif. On en déduit (toujours d'après la règle des signes) que $\frac{-7}{-4} \times \frac{-3}{2}$ est un nombre négatif et $\frac{-7}{-4} \times \frac{-3}{2} = -\frac{21}{8}$.

b. En appliquant la règle des signes au numérateur et au dénominateur, on a : $\frac{(-7) \times (-3)}{(-4) \times 2} = \frac{21}{-8} = \frac{-7}{-4} \times \frac{-3}{2}$.

c. Règle : *Pour multiplier deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.*

5 Inverse d'un nombre rationnel

1. a. $5 \times \frac{1}{5} = 1$.

b. $\frac{1}{5}$ est l'inverse de 5. *Le produit d'un nombre non nul et de son inverse est égal à 1.*

2. a. $-4 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = 1$; $\left(-\frac{1}{4}\right) \times (-4) = 1$; $\frac{7}{3} \times \frac{3}{7} = 1$; $-\frac{6}{5} \times \left(-\frac{5}{6}\right) = 1$.

b. $-\frac{1}{4}$ est l'inverse de -4 ; -4 est l'inverse de $-\frac{1}{4}$; $\frac{3}{7}$ est l'inverse de $\frac{7}{3}$; $-\frac{5}{6}$ est l'inverse de $-\frac{6}{5}$.

c. Règle : a *et* b *désignant deux nombres entiers relatifs non nuls, l'inverse du nombre* $\frac{a}{b}$ *s'écrit* $\frac{b}{a}$.

3. a. Les résultats de : $\frac{11}{6} + \frac{5}{9}$ et $\frac{7}{6} - \frac{1}{8}$ ne sont pas immédiats car, dans chaque calcul, les dénominateurs des fractions sont différents.

b. $\frac{11}{6} + \frac{5}{9} = \frac{33}{18} + \frac{10}{18} = \frac{43}{18}$; $\frac{7}{6} - \frac{1}{8} = \frac{28}{24} - \frac{3}{24} = \frac{25}{24}$.

6 Diviser par un nombre rationnel

1. a. $20 \div 4 = 5$ et $20 \times \frac{1}{4} = 5$; $30 \div (-2) = -15$ et $30 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -15$.

Les nombres 4 et $\frac{1}{4}$, d'une part, -2 et $-\frac{1}{2}$ d'autre part, sont inverses.

b. Règle : *Diviser par un nombre rationnel revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.*

2. a. $12 \div (-3) = 12 \times \frac{1}{-3} = -4$; b. $14 \div \frac{1}{2} = 14 \times 2 = 28$; c. $5 \div \left(-\frac{2}{3}\right) = 5 \times \left(-\frac{3}{2}\right) = (-\frac{15}{2}$.

7 Nombres rationnels et inégalités

1. $\frac{21}{13} - \frac{5}{3} = \frac{21 \times 3}{13 \times 3} - \frac{5 \times 13}{3 \times 13} = \frac{63}{39} - \frac{65}{39} = \frac{63 - 65}{39} = -\frac{2}{39}$.

Le résultat est un nombre négatif (signe « moins »). $\frac{21}{13} - \frac{5}{3} < 0$ donc $\frac{21}{13} < \frac{5}{3}$.

2. a. • Lorsque $k = 1$, $\frac{21}{13} + 1 < \frac{5}{3} + 1$.

• Lorsque $k = -2$, $\frac{21}{13} - 2 < \frac{5}{3} - 2$.

• Lorsque $k = 5$, $\frac{21}{13} + 5 < \frac{5}{3} + 5$.

• Lorsque $k = -3$, $\frac{21}{13} - 3 < \frac{5}{3} - 3$.

b. Si $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, alors $\frac{a}{b} + k < \frac{c}{d} + k$.

3. • Lorsque $k = 1$, $\frac{21}{13} \times 1 < \frac{5}{3} \times 1$.

• Lorsque $k = -2$, $\frac{21}{13} \times (-2) > \frac{5}{3} \times (-2)$.

• Lorsque $k = 5$, $\frac{21}{13} \times 5 < \frac{5}{3} \times 5$.

• Lorsque $k = -3$, $\frac{21}{13} \times 5 < \frac{5}{3} \times 5$.

• Lorsque $k = -3$, $\frac{21}{13} \times (-3) > \frac{5}{3} \times (-3)$.

Pour $k > 0$, si $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, alors $\frac{a}{b} \times k < \frac{c}{d} \times k$.

Pour $k < 0$, si $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, alors $\frac{a}{b} \times k > \frac{c}{d} \times k$.

Méthodes et savoir-faire

1. Apprendre à multiplier des nombres rationnels

1 Si $*$ représente un nombre positif non nul :

a. $-\frac{*}{*}\times\frac{*}{*}<0$; **b.** $\frac{-*}{*}\times\frac{*}{-*}>0$;

c. $\frac{-*}{-*}\times\left(-\frac{*}{*}\right)<0$; **d.** $\frac{-*}{*}\times(-*)>0$;

2 **a.** $-\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}=\frac{24}{35}$; **b.** $\frac{3}{8}\times\frac{4}{9}=\frac{1}{6}$;

c. $\frac{3}{8}\times\left(-\frac{11}{4}\right)=-\frac{11}{22}$; **d.** $-\frac{7}{5}\times\left(-\frac{5}{7}\right)=1$;

e. $-7\times\frac{2}{9}=-\frac{14}{9}$; **f.** $-\frac{13}{3}\times(-4)=\frac{52}{3}$.

3 **a.** $\frac{-2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{-6}{25}$; **b.** $\frac{-4}{7}\times\frac{-14}{6}=\frac{4}{3}$;

c. $\frac{-7}{-10}\times\frac{11}{4}=\frac{77}{40}$; **d.** $\frac{6}{-13}\times\frac{-5}{12}=\frac{5}{26}$;

e. $\frac{1}{-1}\times\frac{7}{-15}=\frac{7}{45}$; f. $\frac{7}{-15}\times\frac{-5}{-1}=\frac{-7}{2}$.

4 $A=\frac{-8}{3}\times\frac{1}{6}=-\frac{4}{9}$; $B=-\frac{12}{9}\times\frac{1}{-3}=\frac{3}{5}$;

$C=\frac{10}{18}\times\frac{4}{-5}=-\frac{4}{9}$; $D=-\frac{12}{3}\times\frac{6}{9}=-\frac{8}{3}$;

$E=\frac{16}{-3}\times\frac{-1}{12}=\frac{4}{9}$; $F=\frac{-24}{-10}\times\frac{-5}{24}=-\frac{1}{2}$.

5 $E=\frac{3}{5}\times\left(-\frac{6}{10}\right)\times\left(-\frac{20}{12}\right)=\frac{3}{5}$;

$F=-\frac{1}{7}\times\left(-\frac{14}{3}\right)\times\left(-\frac{6}{11}\right)\times\frac{9}{4}=-\frac{9}{11}$;

$G=\frac{5}{4}\times\frac{-6}{13}\times\frac{16}{-3}\times\frac{-1}{10}\times\frac{26}{-5}=\frac{8}{5}$;

$H=\frac{-2}{3}\times\frac{-6}{5}\times\frac{15}{-8}\times\frac{-11}{-12}\times\frac{16}{3}=-\frac{22}{3}$.

6 Si $*$ est un nombre positif non nul :

a. $-\frac{*}{*}\times\frac{*}{*}\times\left(-\frac{*}{*}\right)\times\frac{*}{*}\times\frac{*}{*}>0$;

b. $-\frac{*}{*}\times\frac{*}{*}\times\left(-\frac{*}{*}\right)\left(-\frac{*}{*}\right)\times\frac{*}{*}<0$.

2. Apprendre à diviser deux nombres rationnels

7 Les inverses de $-\frac{11}{3}$; -8 ; $\frac{-1}{10}$; $\frac{3}{4}$ sont $-\frac{3}{11}$; $-\frac{1}{8}$; -10 ; $\frac{4}{3}$.

8 Les deux couples de nombres qui sont inverses l'un de l'autre sont : $-\frac{7}{5}$; $-\frac{5}{7}$ et -4 ; $-\frac{1}{4}$.

9 **a.** $-\frac{*}{*}\div\frac{*}{*}<0$; **b.** $-\frac{*}{*}\div\left(-\frac{*}{*}\right)>0$;

c. $\frac{-*}{-*}\div\left(-\frac{*}{*}\right)<0$; **d.** $\frac{-*}{*}\div(-*)>0$;

e. $\frac{*}{\frac{-*}{*}}<0$; **f.** $\frac{-*}{\frac{*}{-*}}>0$.

10 **a.** $\frac{3}{5}\div\frac{5}{7}=\frac{3}{5}\times\frac{7}{5}=\frac{21}{25}$;

b. $\frac{2}{9}\div\left(-\frac{7}{3}\right)=\frac{2}{9}\times\left(-\frac{3}{7}\right)=\frac{2}{21}$;

c. $-\frac{12}{5}\div\left(-\frac{1}{10}\right)=-\frac{12}{5}\times\left(-10\right)=24$;

d. $-3\div\frac{6}{7}=-3\times\frac{7}{6}=-\frac{7}{2}$;

e. $-\frac{12}{11}\div\left(-\frac{6}{11}\right)=-\frac{12}{11}\times\left(-\frac{11}{6}\right)=2$;

f. $-\frac{6}{11}\div 7=-\frac{6}{11}\times\frac{1}{7}=\frac{6}{77}$.

11 $E=\frac{\frac{7}{2}}{6}=\frac{7}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{7}{12}$; $F=\frac{9}{\frac{3}{7}}=9\times\frac{7}{3}=21$;

$G=\frac{\frac{2}{5}}{\frac{7}{10}}=\frac{2}{5}\times\frac{10}{7}=\frac{4}{7}$; $H=\frac{\frac{1}{9}}{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{9}\times(-3)=-\frac{1}{3}$;

$I=\frac{-15}{\frac{3}{5}}=-15\times\frac{5}{3}=-25$; $J=\frac{-\frac{4}{9}}{-8}=-\frac{4}{9}\times\frac{1}{-8}=\frac{1}{18}$.

12 $A=\frac{-14}{20}\div\frac{2}{5}=\frac{-7\times 2}{4\times 5}\times\frac{5}{2}=-\frac{7}{4}$;

$B=\frac{4}{3}\div\left(-\frac{7}{3}\right)=\frac{4}{3}\times\left(-\frac{3}{7}\right)=-\frac{4}{7}$;

$C=\frac{-21}{8}\div\left(-\frac{6}{4}\right)=\frac{-7\times 3}{4\times 2}\times\frac{-4}{2\times 3}=\frac{7}{4}$.

13 Les nombres qui vérifient l'égalité sont :

$\frac{-6}{5}$; $-\frac{12}{10}$ et $\frac{24}{-20}$.

Exercices d'application

Opérations sur les décimaux relatifs

14 **a.** $21 \times (-4) = -84$; **b.** $-12 \times 9 = -108$;
c. $-7 \times (-6) = 42$; **d.** $9 \times 2{,}5 = 22{,}5$;
e. $-11 \times 0 = 0$; **f.** $-1{,}5 \times (-7) = 10{,}5$.

15 **a.** $7 \times (-4) \times (-1) \times 2 \times (-3) = -168$;
b. $5 \times 2 \times (-3) \times (-10) \times (-1) \times (-4) = 1\,200$;
c. $(-0{,}2) \times (-1{,}8) \times 5 \times 10 \times 2 = 36$;
d. $-8 \times 5 \times (-0{,}4) \times 0{,}25 \times (-3) \times 10 = -120$.

16 Si $a \times b \times c < 0$ et $a \times b < 0$, alors $c > 0$;
si $a \times b \times c < 0$ et $b \times c > 0$, alors $a < 0$;
si $a \times b \times c < 0$, $a < 0$ et $c > 0$, alors $b > 0$.

17 **a.** $-96 \div 6 = -16$; **b.** $64 \div (-4) = -16$;
c. $-81 \div (-3) = 27$; **d.** $20 \div (-8) = -2{,}5$;
e. $84 \div (-24) = -3{,}5$; **f.** $-30 \div (-8) = 3{,}75$.

Nombres rationnels

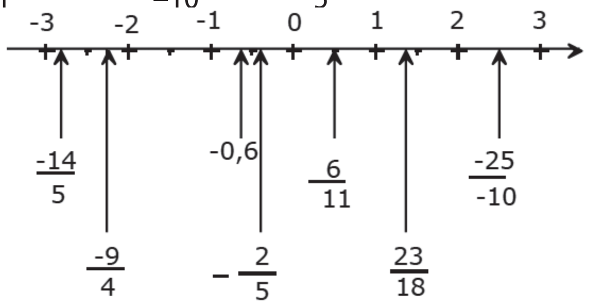
18 Le groupe des nombres égaux entre eux est :
$\dfrac{-6}{-10}$; $\dfrac{12}{-20}$; $-\dfrac{3}{5}$; $-0{,}6$.

19 $\dfrac{30}{4} = \dfrac{15}{2}$; $0{,}5 = \dfrac{1}{2}$; $\dfrac{-7}{3} = -\dfrac{7}{3}$; $\dfrac{10}{-4} = -\dfrac{5}{2}$;
$\dfrac{-11}{-8} = \dfrac{11}{8}$; $\dfrac{-4}{-8} = \dfrac{1}{2}$; $-1{,}7 = -\dfrac{17}{10}$.

20 **a.** $\dfrac{2}{8} > \dfrac{-7}{3}$; **b.** $\dfrac{8}{7} > \dfrac{4}{5}$; **c.** $\dfrac{7}{2} > \dfrac{24}{7}$;
d. $\dfrac{-2}{3} > \dfrac{3}{-4}$; **e.** $-\dfrac{7}{10} > -\dfrac{9}{8}$; **f.** $\dfrac{-7}{-12} > \dfrac{4}{7}$.

21 Les quatre couples de nombres opposés sont :
$\dfrac{-5}{-3}$ et $\dfrac{5}{-3}$; $\dfrac{18}{12}$ et $-1{,}5$; $\dfrac{-10}{4}$ et $2{,}5$; $0{,}4$ et $-\dfrac{2}{5}$.

22 Les nombres à placer sur la droite graduée sont :
$\dfrac{-14}{5} = -2{,}8$; $\dfrac{23}{18} = 1{,}27\ldots$; $\dfrac{-9}{4} = 2{,}25$;
$\dfrac{6}{11} = 0{,}54\ldots$; $\dfrac{-25}{-10} = 2{,}5$; $-\dfrac{2}{5} = -0{,}4$; $-0{,}6$.



Opérations sur les nombres rationnels

23 **a.** $-\dfrac{3}{10} + \dfrac{7}{10} = \dfrac{2}{5}$; **b.** $\dfrac{5}{8} - \dfrac{11}{8} = -\dfrac{3}{4}$;
c. $-\dfrac{3}{17} - \dfrac{9}{17} = -\dfrac{12}{17}$; **d.** $\dfrac{7}{6} + \dfrac{-9}{6} = -\dfrac{1}{3}$;
e. $-\dfrac{12}{2} + \dfrac{-8}{5} = -4$; **f.** $\dfrac{9}{4} + \dfrac{-1}{4} = \dfrac{5}{2}$.

24 **a.** $-\dfrac{6}{5} + \dfrac{8}{15} = -\dfrac{2}{3}$; **b.** $\dfrac{5}{7} - \dfrac{5}{3} = -\dfrac{20}{21}$;
c. $-\dfrac{13}{3} - \dfrac{5}{4} = -\dfrac{67}{12}$; **d.** $\dfrac{-7}{16} + \dfrac{-13}{24} = -\dfrac{47}{48}$;
e. $\dfrac{11}{9} + \left(-\dfrac{5}{6}\right) = \dfrac{7}{18}$; **f.** $\dfrac{-12}{7} - \dfrac{7}{3} = -\dfrac{85}{21}$.

25 **a.** $-\dfrac{21}{4} \times \dfrac{7}{3} = -14$;
b. $-\dfrac{17}{5} \times (-3) = \dfrac{51}{5}$;
c. $\dfrac{1}{12} \times \left(-\dfrac{4}{7}\right) = -\dfrac{4}{3 \times 4 \times 7} = -\dfrac{1}{21}$;
d. $\dfrac{13}{6} \times \dfrac{-2}{5} = -\dfrac{13 \times 2}{3 \times 3 \times 5} = -\dfrac{13}{15}$;
e. $\dfrac{-2}{9} \times \dfrac{-3}{8} = \dfrac{2 \times 3}{3 \times 3 \times 2 \times 4} = \dfrac{1}{12}$;
f. $-\dfrac{15}{3} \times \left(-\dfrac{24}{25}\right) = \dfrac{3 \times 5 \times 24}{13 \times 5 \times 5} = \dfrac{72}{65}$.

26 $A = -\dfrac{2}{3} \times \left(-\dfrac{15}{8}\right) \times \dfrac{4}{7} = \dfrac{2 \times 3 \times 5 \times 4}{3 \times 4 \times 2 \times 7} = \dfrac{5}{7}$;
$B = \dfrac{10}{3} \times \dfrac{-8}{5} \times \dfrac{7}{4} = -\dfrac{5 \times 2 \times 4 \times 7 \times 7}{3 \times 5 \times 4} = -\dfrac{28}{3}$;
$C = -\dfrac{3}{11} \times \dfrac{1}{6} \times (-5) \times \dfrac{11}{3} \times \left(-\dfrac{7}{5}\right)$
$= -\dfrac{3 \times 1 \times 5 \times 11 \times 7}{11 \times 3 \times 2 \times 3 \times 5} = -\dfrac{7}{6}$;
$D = -\dfrac{5}{14} \times \dfrac{-3}{10} \times \dfrac{-2}{9} \times \dfrac{7}{4} \times (-8) \times \dfrac{1}{4}$
$= \dfrac{5 \times 3 \times 2 \times 7 \times 8 \times 1}{2 \times 7 \times 5 \times 2 \times 3 \times 3 \times 8 \times 2} = \dfrac{1}{12}$.

27 **a.** Inverse de -5 : $-\dfrac{1}{5}$; **b.** inverse de $\dfrac{1}{4}$: 4 ;
c. inverse de $\dfrac{3}{8}$: $\dfrac{8}{3}$; **d.** inverse de $-\dfrac{7}{2}$: $-\dfrac{2}{7}$;
e. inverse de -1 : 1 ; **f.** inverse de $\dfrac{-4}{11}$: $\dfrac{11}{-4}$;
f. inverse de $\dfrac{-1}{7}$: -7 ; **g.** inverse de $\dfrac{9}{-4}$: $\dfrac{-4}{9}$.

28 L'opposé de l'inverse de 4 est : $-\dfrac{1}{4}$;
l'opposé de l'opposé de $-\dfrac{1}{3}$ est : $-\dfrac{1}{3}$;

l'inverse de l'opposé de –5 est : $\frac{1}{5}$;

l'inverse de l'inverse de $-\frac{5}{6}$ est : $-\frac{5}{6}$.

29 **a.** $\frac{1}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{8}$;

b. $-\frac{3}{11} \div \frac{6}{5} = -\frac{3}{11} \times \frac{5}{6} = -\frac{5}{22}$;

c. $\frac{10}{7} \div (-5) = \frac{10}{7} \times \frac{1}{-5} = -\frac{2}{7}$;

d. $\frac{5}{8} \div \frac{1}{2} = \frac{5}{8} \times 2 = \frac{5}{4}$;

e. $\frac{14}{15} \div \frac{-21}{5} = \frac{14}{15} \times \frac{5}{-21} = -\frac{2}{9}$;

f. $\frac{-7}{17} \div \left(-\frac{14}{34}\right) = \frac{-7}{17} \times \left(-\frac{34}{14}\right) = 1$.

30 $A = \dfrac{12}{\frac{3}{5}} = 12 \times \frac{5}{3} = 20$;

$B = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{7}} = \frac{1}{4} \times \frac{7}{1} = \frac{7}{4}$;

$C = \dfrac{\frac{4}{7}}{-8} = \frac{4}{7} \times \frac{1}{-8} = -\frac{1}{14}$;

$D = \dfrac{\frac{21}{10}}{\frac{-28}{5}} = \frac{21}{10} \times \frac{5}{-28} = -\frac{3}{8}$;

$E = \dfrac{-12}{\frac{-1}{12}} = -12 \times (-12) = 144$;

$F = \dfrac{-\frac{1}{9}}{9} = -\frac{1}{9} \times \frac{1}{9} = -\frac{1}{81}$;

$G = \dfrac{-15}{-\frac{3}{7}} = (-15) \times \left(-\frac{7}{3}\right) = 35$;

$H = \dfrac{-\frac{14}{75}}{\frac{28}{25}} = -\frac{14}{75} \times \frac{25}{28} = -\frac{1}{6}$.

31 **1. a.** $\frac{65}{7} - \frac{191}{16} = -\frac{297}{112}$.

b. $\frac{65}{7} - \frac{191}{16} < 0$.

c. $\frac{65}{7} < \frac{191}{16}$.

2. $\frac{154}{3} - \frac{275}{5} = -\frac{1}{15} < 0$ donc $\frac{154}{3} < \frac{275}{5}$.

32 **1.** $\frac{89}{11} - \frac{57}{7} = -\frac{4}{77}$, donc $\frac{89}{11} < \frac{57}{7}$.

2. a. $\frac{89}{11} - 12 < \frac{57}{7} - 12$.

b. $\frac{89}{11} \times (-45) > \frac{57}{7} \times (-45)$.

c. $\frac{89}{11} + 13 < \frac{57}{7} + 13$.

d. $\frac{89}{11} \times 8 < \frac{57}{7} \times 8$.

33 Mme Diboti avait au départ dans son portefeuille :

$7\,500 \times \frac{9}{5} = 13\,500$ F CFA.

34 **1.** Fraction utilisée pour acheter des friandises :

$\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$.

2. Coût des friandises : $7\,000 \times \frac{6}{35} = 1\,200$ F CFA.

35 **1.** Proportion des places occupées après le premier arrêt : $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$.

2. Nombre de passagers descendus au premier arrêt :

$60 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = 9$.

36 Contenance totale du réservoir : $\dfrac{16}{\frac{2}{5}} = 16 \times \frac{5}{2} = 40$ L.

37 **a.** Contenance du grand bocal :

$\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{4}\right) - \frac{3}{10} + \frac{7}{10} = \frac{8 + 15}{20} - \frac{6}{20} + \frac{14}{20} = \frac{31}{20}$ L.

b. $\frac{31}{20} = ,55 > 1,5$; donc, à la fin, le bocal aura débordé.

38 **a.** $\frac{17}{4} = 4,25$ est un nombre décimal ;

b. $\frac{25}{12} = 2,083\,333\ldots$ n'est pas un nombre décimal ;

c. $-\frac{13}{3} = -4,333\,333\ldots$ n'est pas un nombre décimal ;

d. $-\frac{15}{5} = -5$ est un nombre décimal ;

e. $\frac{14}{8} = 1,75$ est un nombre décimal ;

f. $-\frac{11}{35} = -3,181\,818\ldots$ n'est pas un nombre décimal ;

g. $-\frac{24}{15} = 1,6$ est un nombre décimal ;

h. $\frac{13}{14} = 0,928\,571\ldots$ n'est pas un nombre décimal.

39 Le nombre $\frac{18}{7}$ est non décimal.

1. $18 \div 7 = 2{,}571\ldots$

2.

	à l'unité	au dixième	au centième
Troncature	2	2,5	2,57
Arrondi	3	2,6	2,57

40 $A = \frac{17}{12} = 1{,}416\,6\ldots$; $B = \frac{35}{24} = 1{,}458\,3\ldots$;

$C = \frac{26}{19} = 1{,}368\,4\ldots$

1. 1 est l'arrondi à l'unité de chaque nombre.

2. A et B ont la même troncature au dixième : 1,4.

3. A et C ont le même arrondi au dixième : 1,4.

4. Nombres dont la troncature et l'arrondi au millième sont égaux :

• B (dont la troncature et l'arrondi valent 1,458) ;

• C (dont la troncature et l'arrondi valent 1,368).

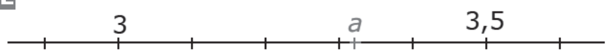
41 **a.** Nombres dont la troncature au dixième est égale à 13,3 et l'arrondi au dixième est égal à 13,4 :

13,35 ; 13,36 ; 13,385 ; …

b. Nombres dont la troncature au centième et l'arrondi au centième sont tous deux égaux à 0,75 :

0,752 ; 0,7549 ; 0,75385 ; …

42



a. $3 < a < 4$. **b.** $3{,}3 < a < 4{,}4$.

43 **a.** Si la troncature à l'unité d'un nombre n est égale à 4 alors : $4 \leqslant n < 5$.

b. Si la troncature au dixième d'un nombre n est égale à 0,3 alors : $0{,}3 \leqslant n < 0{,}4$.

c. Si la troncature au centième d'un nombre n est égale à 9,72 alors : $9{,}72 \leqslant n < 9{,}73$.

44 **a.** Si l'arrondi à l'unité d'un nombre n est égale à 6 alors : $5{,}5 \leqslant n < 6{,}4$.

b. Si l'arrondi au dixième d'un nombre n est égale à 17,2 alors : $17{,}15 \leqslant n < 17{,}24$.

c. Si l'arrondi au centième d'un nombre n est égale à 0,65 alors : $0{,}645 \leqslant n < 0{,}654$.

45 Si $8 \leqslant p < 9{,}05$ alors :

• la troncature à l'unité de p est impossible à indiquer,

• la troncature au dixième de p est impossible à indiquer.

Si $12{,}6 \leqslant p < 12{,}67$ alors :

• la troncature à l'unité de p est égale à 12,

• la troncature au dixième de p est égale à 12,6.

Si $0{,}5 \leqslant p < 1$ alors :

•la troncature à l'unité de p est égale à 0,

• la troncature au dixième de p est impossible à indiquer.

Si $3{,}12 \leqslant p < 3{,}82$ alors :

• la troncature à l'unité de p est égale à 3,

• la troncature au dixième de p est impossible à indiquer.

46 $\frac{552}{100} = 5{,}52$ donc $5{,}5 \leqslant \frac{552}{100} < 5{,}6$;

$\frac{61}{11} \approx 5{,}545\ldots$ donc $5{,}5 \leqslant \frac{61}{11} < 5{,}6$;

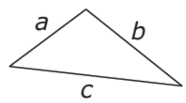
$\frac{113}{20} = 5{,}65$ donc $\frac{113}{20}$ n'est pas compris entre 5,5 et 5,6 ;

$\frac{220}{40} = 5{,}5$ donc $5{,}5 \leqslant \frac{220}{40} < 5{,}6$;

$\frac{39}{7} \approx 5{,}571\ldots$ donc $5{,}5 \leqslant \frac{39}{7} < 5{,}6$;

$\frac{28}{5} = 8{,}6$ donc $\frac{28}{5}$ n'est pas compris entre 5,5 et 5,6.

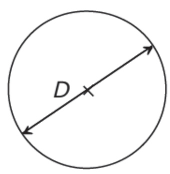
47



Si $4 < a < 5$, $6 < b < 7$ et $8 < c < 9$ alors le meilleur encadrement possible du périmètre p du triangle est :

$$4 + 5 + 8 < p < 5 + 7 + 9$$
$$17 < p < 21.$$

48



Pour $3{,}1 < \pi < 3{,}2$ et $35 < D < 36$, le meilleur encadrement possible du périmètre L de ce cercle est :

$$3{,}1 \times 35 < \pi \times D < 3{,}2 \times 36$$
$$108{,}5 < L < 115{,}2.$$

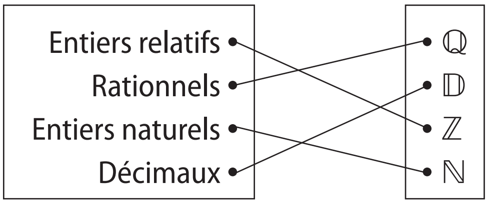
49 En payant cinq cahiers identiques entre 200 et 250 F CFA, le prix d'un cahier est compris entre :

$\frac{200}{5}$ et $\frac{250}{5}$, soit entre 40 et 50 F CFA.

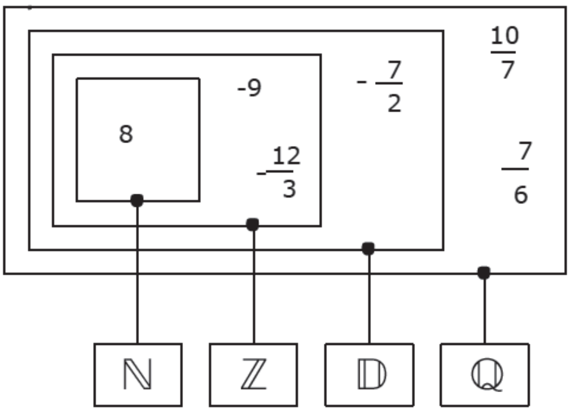
Bien comprendre, mieux rédiger

50 Les ensembles de nombres

1.



2. a.



b. $\frac{5}{4} \notin \mathbb{N}$, $\frac{5}{4} \notin \mathbb{Z}$, $\frac{5}{4} \in \mathbb{D}$ et $\frac{5}{4} \in \mathbb{Q}$.

51 Simplifier les calculs

$A = \frac{10}{9} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{7} \times \frac{7}{8} = \frac{2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 7}{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 4 \times 2} = \frac{1}{3}$;

$B = \frac{5}{14} \times \left(-\frac{42}{6}\right) \times \frac{1}{20} \times (-3) = \frac{5 \times 7 \times 6 \times 3}{7 \times 2 \times 6 \times 5 \times 4} = \frac{3}{8}$;

$C = \frac{12}{7} \times 5 \times \frac{1}{4} \times \frac{-21}{10} \times \frac{1}{9} \times (-2)$

$= \frac{4 \times 3 \times 5 \times 7 \times 3 \times 2}{7 \times 4 \times 5 \times 2 \times 3 \times 3} = 1.$

52 Parenthèses et signes inutiles

$E = (+10) \times (+2) \times (-3) \times (-7) \times (+5)$

$= 10 \times 2 \times (-3) \times (-7) \times 5$;

$F = \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{9}{8}\right) \times \left(+\frac{5}{6}\right) \times \left(-\frac{7}{11}\right)$

$= -\frac{2}{5} \times \left(-\frac{9}{8}\right) \times \frac{5}{6} \times \left(-\frac{7}{11}\right)$;

$G = \left(\frac{-2}{7}\right) \times \left(\frac{+3}{4}\right) \times \left(\frac{-6}{11}\right) \times \left(\frac{12}{15}\right) \times (-7)$

$= \frac{-2}{7} \times \frac{3}{4} \times \frac{-6}{11} \times \frac{12}{15} \times (-7).$

53 Règle des signes

1. Un produit de plusieurs nombres rationnels est :
- positif si le nombre de facteurs négatifs est pair ;
- négatif si le nombre de facteurs négatifs est impair.

Un quotient de deux nombres rationnels est :
- positif si les deux nombres sont de même signe ;
- négatif si les deux nombres sont de signes contraires.

2.a. $\left(-\frac{*}{*}\right) \times \left(\frac{-*}{*}\right) \times \left(-\frac{*}{*}\right) \times \left(\frac{-*}{-*}\right) \times \left(\frac{*}{*}\right) < 0$;

b. $-\frac{*}{*} \times \frac{*}{*} \times \frac{-*}{*} \times \frac{*}{-*} \times \frac{-*}{-*} < 0$;

c. $\frac{*}{*} \div \left(\frac{-*}{-*}\right) > 0$; **d.** $\frac{\frac{-*}{-*}}{\frac{-*}{*}} < 0.$

54 Inverses et opposés

a. $\frac{7}{8}$ est l'opposé de $-\frac{7}{8}$; **b.** $\frac{1}{8}$ est l'inverse de 8 ;

c. $\frac{3}{2}$ est l'inverse de $\frac{2}{3}$; **d.** $-\frac{4}{4}$ est l'inverse de –4 ;

(« $-\frac{1}{8}$ est l'inverse de 8 » et « $\frac{3}{2}$ est l'opposé de $\frac{2}{3}$ » sont des phrases fausses).

55 Relier calculs et questions

Questions manquantes :

1. a. Quelle est la proportion des 15 km que Kodick a parcourue en courant, avant qu'il ne s'arrête pour se reposer ?

b. Quelle est, à ce moment, la distance qu'il a parcourue en courant ?

2. a. Que représentent, en proportion de la distance totale, les 3 km parcourus en courant par Kodick, avant qu'il ne s'arrête ?

b. Quelle est la distance totale parcourue par Kodick ?

Exercices d'approfondissement

56 Boucher les trous

a. $3 \times (-2) \times (-5) \times (-4) = -120$;

b. $-6 \times 3 \times (-1) \times (-4) = -72$;

c. $-2 \times 0{,}5 \times (-4) \times (-3) \times (-8) = 96$;

d. $-1 \times (-0{,}75) \times (-4) \times (-1) \times 2 = 6$.

57 Encore des trous

a. $\frac{3}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{21}$; **b.** $-4 \times \frac{2}{3} = -\frac{8}{3}$;

c. $-\frac{5}{8} \times -\frac{4}{7} = \frac{5}{14}$; **d.** $\frac{1}{4} \times \frac{16}{7} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$;

e. $\left(-\frac{7}{96}\right) \times \left(-\frac{12}{7}\right) = \frac{1}{8}$; **f.** $\left(-\frac{26}{9}\right) \times \frac{15}{13} = -\frac{10}{3}$.

58 Multiplier pour diviser

a. $\frac{a}{b} = \frac{9}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$; **b.** $\frac{a}{b} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{3}$;

c. $\frac{a}{b} = \frac{3}{5} \div \frac{9}{10} = \frac{3}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{2}{3}$;

d. $\frac{a}{b} = \frac{2}{7} \div \frac{4}{3} = \frac{2}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{14}$.

59 Attention aux parenthèses

$A = -3 \times 7 + 11 \times 4 - 2 = -21 + 44 - 2 = 21$;

$B = -3 \times (7 + 11) \times (4 - 2) = -3 \times 18 \times 2 = -108$;

$C = (-3 \times 7) + 11 \times (4 - 2) = -21 + 11 \times 2 = 1$;

$D = \frac{3}{5} \times \frac{5}{2} - \frac{7}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2} - \frac{21}{8} = -\frac{9}{8}$;

$E = \frac{3}{5} \times \left(\frac{5}{2} - \frac{7}{2}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5} \times (-1) \times \frac{3}{4} = -\frac{9}{20}$.

60 Des nombres et des signes

Si $a \times c < 0$ et $\frac{a}{b} < 0$, alors c et b sont de même signe ; or $b + c < 0$ donc $b < 0$, $c < 0$ et $a > 0$.

61 Qui suis-je ?

1. Soit a le nombre cherché.
Si $-a > -4$ et $-2 \times a < -4$ alors $a < 4$ et $a > 2$;
donc : $a = 3$.

2. Soit b le nombre cherché.
Si $b > -3$ et $b \div (-2)$ est un entier positif alors b est un nombre pair négatif et supérieur à -3 ; donc $b = -2$.

3. Si $a > b$, $\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$ et $a \times b = -16$ alors $a = 4$ et $b = -4$.

62 Places à prendre

1. Après l'entracte, la proportion des sièges occupés est : $\frac{5}{7} \times \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{5}{8}$; la proportion des sièges libres est : $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$; donc le nombre total de sièges dans la salle est : $42 \div \frac{3}{8} = 42 \times \frac{8}{3} = 112$.

2. Nombre de spectateurs partis à l'entracte :
$112 \times \frac{5}{7} \times \frac{1}{8} = 10$.

63 Ça roule !

Proportion du déplacement effectué avant le premier arrêt et après le deuxième arrêt : $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$.
Proportion du déplacement effectué entre les deux arrêts : $1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$.
Distance totale parcourue par Ali :
$150 \div \frac{5}{12} = 150 \times \frac{12}{5} = 360$ km.

64 Troncture et arrondi

1. Si la troncature au dixième de x est égale à 3,7 alors : $3{,}7 \leqslant x < 3{,}8$.

2. a. Si l'arrondi à l'unité de a est égal à 6 alors :
$5{,}5 \leqslant a < 6{,}5$.

b. Si la troncature au centième de b est égale à 9,18 alors : $9{,}18 \leqslant b < 9{,}19$.

c. Si l'arrondi au dixième de c est égal à 12,1 alors : $12{,}05 \leqslant c < 12{,}15$.

65 Quel est le nombre ?

a. $36 \div 11 = 3{,}27\ldots$; $30 \div 9 = 3{,}33\ldots$;
$44 \div 13 = 3{,}38\ldots$

b. $\frac{30}{9}$ est le seul de ces trois nombres dont l'arrondi au dixième est égal à sa troncature au dixième : 3,3.

Activités d'intégration

66 Production de jus d'orange

$\frac{3}{4}$ t = 750 kg et 1 200 g = 1,2 kg.

$\frac{750}{1,2} = 625$ L de jus d'orange pur.

$\frac{625}{\frac{5}{6}} = 625 \times \frac{6}{5} = 750.$

Elle pourra commercialiser 750 briques de jus d'orange cette année.

67 Le mur à peindre

On note $\mathscr{A}$ l'aire de la surface à peindre.

$15,4 \times 2,3 < \mathscr{A} < 15,5 \times 2,4$

donc $35,42 < \mathscr{A} < 37,2$.

Yene doit passer deux couches de peinture, donc il devra couvrir une surface d'aire $2 \times \mathscr{A}$, c'est-à-dire au minimum 70,84 m^2.

Comme la peinture couvre au maximum 14 m^2 par litre (et donc par pot), il devra utiliser utiliser au minimum 6 pots de peinture.

En effet, $\frac{70,84}{14} = 5,06$.

3 Puissances entières d'un nombre rationnel

Manuel pages 31 à 40

Activités d'apprentissage	Cours Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre Mieux rédiger	Approfondissement
1	Puissances de nombres rationnels [1 p 33]	19, 20, 21, 22	38, 39, 41	49, 56
	Calculs avec des puissances [2 p 33]	22, 23, 24	39, 40	47, 50, 56
	Apprendre à calculer avec des puissances [1 p 35]	**1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**		47, 56
2, 3	Puissances de dix [3a p 33 et 3b p 34]	25, 26	42	43, 44, 45, 46
4	Calculs sur les puissances de 10 [3c p 34]	27, 28, 28, 30, 31	43, 44, 45, 46	48, 54
	Nombres de la forme $a \times 10^p$ [4 p 34]	32, 33	43, 44, 45, 46	51, 55, 57
	Apprendre à utiliser les puissances de dix [2 p 36]	**10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18**		54
	Écriture scientifique d'un nombre décimal [5 p 34]	34, 35, 36, 37	43, 44, 45, 46	52, 55

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir–faire.

Introduction et contrôle des pré-requis

Des distances… astronomiques !

1. a. $10^8 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000\,000$.

b. $1{,}5 \times 10^8 = 1{,}5 \times 100\,000\,000 = 150\,000\,000$ (150 millions).

Les deux sites donnent la même distance Terre-Soleil.

c. La distance Terre-Soleil peut aussi s'écrire : $1{,}5 \times 10^2 \times 10^6 = 150 \times 10^6$.

2.

Planète	Distance
Neptune	4 500 000 000
Saturne	mille quatre cent trente millions = 1 430 000 000
Uranus	$2{,}87 \times 10^9 = 2\,870\,000\,000$

d'où le rangement des trois planètes de la plus proche à la plus éloignée du Soleil : Saturne, Uranus et Neptune.

Activités d'apprentissage

1 Puissances de nombres rationnels (exposants entiers positifs)

1.

4 exposant 3	3 exposant 4	10 exposant 5	–0,5 exposant 3	$\frac{3}{7}$ exposant 2	–2 exposant 6
4^3	3^4	10^5	$(-0{,}5)^3$	$\left(\frac{3}{7}\right)^2$	$(-2)^6$
$4 \times 4 \times 4$	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	$(-0{,}5) \times (-0{,}5) \times (-0{,}5)$	$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7}$	$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$
64	81	100 000	–0,125	$\frac{9}{49}$	64

2. Pour trouver le signe d'une puissance d'un nombre négatif, il suffit de regarder l'exposant :
- lorsque l'exposant est pair, la puissance est positive,
- lorsque l'exposant est impair, la puissance est négative.

2 Puissances de dix

1. a. À la division par 10 correspond sur l'exposant la soustraction du nombre 1.

b.

$\div 10$; $\div 10$; $\div 10$; $\div 10$; $\div 10$; $\div 10$; $\div 10$

Écriture décimale	10 000	1 000	100	10	1	0,1	0,01	0,001
Écriture avec exposant	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}

2. a. Le nombre de zéros des nombres 10 000, 1 000, 100, 10 et 1 est égal à l'exposant p de leur écriture sous la forme 10^p.

b. Le nombre de zéros et le nombre de chiffres après la virgule des nombres 0,1 ; 0,01 ; et 0,001 sont égaux au nombre p de leur écriture sous la forme 10^{-p}.

c. $10^6 = 1\,000\,000$ (1 million) ; $10^9 = 1\,000\,000\,000$ (1 milliard) ; $10^{-5} = 0{,}000\,01$; $10^{-9} = 0{,}000\,000\,001$.

3 Inverse d'une puissance de dix

1. $10^1 \times 10^{-1} = 10 \times 0{,}1 = 1$; $10^2 \times 10^{-2} = 100 \times 0{,}01 = 1$; $10^3 \times 10^{-3} = 1\,000 \times 0{,}001 = 1$.

2. a. D'après la question précédente, on peut dire que :
les inverses de 10^1 ; 10^2 ; 10^3 ; 10^{-1} ; 10^{-2} et 10^{-3} sont respectivement 10^{-1} ; 10^{-2} ; 10^{-3} ; 10^1 ;10^2 et 10^3.

b. On en déduit que : $\dfrac{1}{10^1} = 10^{-1}$; $\dfrac{1}{10^{-1}} = 10^1$; $\dfrac{1}{10^2} = 10^{-2}$; $\dfrac{1}{10^{-2}} = 10^2$; $\dfrac{1}{10^3} = 10^{-3}$; $\dfrac{1}{10^{-3}} = 10^3$.

4 Produit et quotient de deux puissances de dix

1. a. $10^5 \times 10^{-2} = 10^5 \times \dfrac{1}{10^2} = \dfrac{10^5}{10^2} = \dfrac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10} = 10^3$.

b. $10^4 \times 10^{-3} = 10^4 \times \dfrac{1}{10^3} = \dfrac{10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10} = 10$.

$10^{-5} \times 10^{-2} = \dfrac{1}{10^5} \times \dfrac{1}{10^2} = \dfrac{1}{10^5 \times 10^2} = \dfrac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = 10^{-7}$.

$10^3 \times 10^{-5} = 10^3 \times \dfrac{1}{10^5} = \dfrac{10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10.} = 10^{-2}$.

$10^2 \times 10^{\,4} = (10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10 \times 10) = 10^6$.

c. *Règle* : p et q étant deux entiers relatifs, on a : $10^p \times 10^q = 10^{p+q}$.

2. a. $\dfrac{10^5}{10^2} = 100\,000 \div 100 = 1\,000 = 10^3$. $\dfrac{10^2}{10^5} = 100 \div 100\,000 = 0{,}001 = 10^{-3}$.

b. *Règle* : pour calculer le quotient de deux puissances de 10, il suffit d'écrire 10 et de soustraire l'exposant du dénominateur à celui du numérateur.

Méthodes et savoir-faire

1. Apprendre à calculer avec des puissances

1 **a.** $2^4 \times 2^2 = 2^6$; **b.** $4^2 \times 4^1 = 4^3$;

c. $\left(-\dfrac{3}{4}\right)^3 \times \left(-\dfrac{3}{4}\right)^8 = \left(-\dfrac{3}{4}\right)^{11}$; **d.** $\left(\dfrac{6}{7}\right)^6 \times \left(\dfrac{6}{7}\right)^3 = \left(\dfrac{6}{7}\right)^9$;

2 **a.** $(3^2)^5 = 3^{10}$; **b.** $((-4)^3)^2 = (-4)^6$;

c. $\left(\left(\dfrac{3}{5}\right)^4\right)^3 = \left(\dfrac{3}{5}\right)^{12}$; **d.** $\left(\left(-\dfrac{4}{9}\right)^5\right)^2 = \left(-\dfrac{4}{9}\right)^{10}$.

3 **a.** $5^2 \times (-7)^2 = (-35)^2$; **b.** $3^3 \times \left(\dfrac{1}{4}\right)^3 = \left(\dfrac{3}{4}\right)^3$;

c. $(-2)^4 \times \left(\dfrac{7}{4}\right)^4 = \left(-\dfrac{7}{2}\right)^4$; **d.** $\left(-\dfrac{1}{3}\right)^5 \times \left(\dfrac{2}{7}\right)^5 = \left(-\dfrac{2}{21}\right)^5$.

4 **a.** $5^5 \times 5^5 = 5^9$; **b.** $\left(\dfrac{5}{4}\right)^8 \times \left(\dfrac{5}{4}\right)^7 = \left(\dfrac{5}{4}\right)^{15}$;

c. $6^4 \times 6^3 = 6^7$; ; **d.** $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{15} \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-7} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^8$.

5 **a.** $3^5 \times (5)^5 = 15^5$; **b.** $(5)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2$;
c. $(2)^2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{10}{3}\right)^2$; **d.** $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{6}\right)^4$.

6 **a.** $10^{-7} \times 10^2 = 10^{-5}$; **b.** $\frac{10^4}{10^2} = 10^2$;
c. $\left(10^{-1}\right)^5 = 10^{-5}$.

7 $10^3 \times 10^{-8} = 10^{-5}$; **b.** $10^{-4} \times 10^3 = 10^{-1}$;
c. $10^9 \times 10^{-1} = 10^8$; **d.** $10^{-7} \times 10^3 = 10^{-4}$.

8 **a.** $\frac{10^1}{10^3} = 10^{-2}$; **b.** $\frac{10^5}{10^2} = 10^3$;
c. $\frac{10^4}{10^{-4}} = 10^8$; **d.** $\frac{10^{-7}}{10^{-9}} = 10^2$.

9 **a.** $\left(10^3\right)^{-4} = 10^{-12}$; **b.** $\left(10^2\right)^{-4} = 10^{-8}$;
c. $\left(10^{-6}\right)^{-3} = 10^{18}$; **d.** $\left(10^{-5}\right)^5 = 10^{-25}$.

2. Apprendre à utiliser les puissances de 10

10 **a.** $10\,000 = 10^4$; **b.** $10\,000\,000 = 10^7$;
c. $0{,}000\,01 = 10^{-5}$; **d.** $\frac{1}{10\,000} = 10^{-4}$.

11 **a.** $10^5 = 100\,000$ = cent mille ;
b. $10^6 = 1\,000\,000$ = un million ;
c. $10^9 = 1\,000\,000\,000$ = un milliard ;
d. $10^{10} = 10\,000\,000\,000$ = dix milliards ;
e. $10^{-2} = 0{,}01$ = un centième ;
f. $10^{-3} = 0{,}001$ = un millième ;
g. $10^{-5} = 0{,}000\,01$ = un cent millième ;
h. $10^{-9} = 0{,}000\,000\,001$ = un milliardième.

12 **a.** $14{,}7 \times 10^3 = 14\,700$; **b.** $0{,}002\,8 \times 10^2 = 0{,}28$;
c. $-8{,}41 \times 10^{-2} = -0{,}084\,1$; **d.** $3\,520 \times 10^{-3} = 3{,}52$.

13 **a.** $64{,}51 = 0{,}645\,1 \times 10^2$; **b.** $-708 = -7{,}08 \times 10^2$;
c. $4{,}82 = 0{,}048\,2 \times 10^2$; **d.** $-0{,}071 = -0{,}000\,71 \times 10^2$;
e. $50\,010 = 500{,}1 \times 10^2$; **f.** $0{,}4 = 0{,}004 \times 10^2$

14 **a.** $940 = 940\,000 \times 10^{-3}$; **b.** $7{,}25 = 7\,250 \times 10^{-3}$;
c. $-0{,}09 = -90 \times 10^{-3}$; **d.** $0{,}000\,1 = 0{,}1 \times 10^{-3}$;
e. $-26 = -26\,000 \times 10^{-3}$; **f.** $34{,}5 = 34\,500 \times 10^{-3}$.

15 **a.** $0{,}032 \times 10^4 = 320$; **b.** $-680 \times 10^{-2} = -6{,}8$;
c. $0{,}000\,42 \times 10^3 = 0{,}42$; **d.** $1\,200 \times 10^{-4} = 0{,}12$.

16 **a.** $3{,}04 \times 10^3 = 3\,040$; **b.** $0{,}08 \times 10^3 = 80$;
c. $7{,}6 \times 10^{-2} = 0{,}076$; **d.** $9\,100 \times 10^{-5} = 0{,}091$;
e. $436{,}82 = 43{,}682 \times 10 = 4{,}368\,2 \times 10^2$;
f. $0{,}057 = 0{,}57 \times 10^{-1} = 5{,}7 \times 10^{-2} = 57 \times 10^{-3}$.

17 $A = 254\,000 = 254 \times 10^3$;
$B = 72\,000\,000\,000 = 72 \times 10^9$;
$C = 0{,}000\,06 = 6 \times 10^{-5}$;
$D = 0{,}000\,000\,000\,37 = 37 \times 10^{-10}$.

18 **a.** $(7 \times 10^6) \times (2{,}3 \times 10^{-4}) = 16{,}1 \times 10^2$;
b. $(-0{,}4 \times 10^{-5}) \times (5 \times 10^{-1}) = -2 \times 10^{-6}$;
c. $(8 \times 10^{-2}) \times (0{,}03 \times 10^3) = 0{,}24 \times 10^1$;
d. $(-81 \times 10^{-4}) \times (0{,}1 \times 10^2) = 8{,}1 \times 10^{-2}$).

Exercices d'application

Calculs sur les puissances

19 $4^3 = 64$; $3^4 = 81$; $\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$;
$1{,}5^1 = 1{,}5$; $(-1)^4 = -1$; $13^0 = 1$.

20 $(-2)^6 = 64$; $(-1{,}1)^2 = 1{,}21$;
$(-1)^5 = -1$; $(-5)^3 = -125$;
$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = (-2)^5 = -32$; $\left(-\frac{4}{3}\right)^1 = -\frac{4}{3}$;
$\left(-\frac{7}{5}\right)^0 = 1$; $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$.

21 $A = (-8) \times (-8) \times (-8) \times (-8) \times (-8) \times (-8) = (-8)^6$;
$B = \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} = \left(\frac{1}{7}\right)^7$;
$C = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 1{,}5 \times 1{,}5 \times 1{,}5 = 5^5 \times 1{,}5^3$;
$D = (-4) \times (-4) \times (-4) \times 3 \times 3 = (-4)^3 \times 3^2$.

22 Si l'étoile représente un nombre positif, alors :
a. $*^4 > 0$; **b.** $*^6 > 0$; **c.** $*^5 > 0$; **d.** $*^3 > 0$;
e. $(-*)^2 > 0$; **f.** $(-*)^7 < 0$; **g.** $(-*)^4 > 0$; **h.** $(-*)^5 < 0$.

23 **a.** $3^5 \times 3^2 = 3^7$; **b.** $1{,}8^3 \times 1{,}8^4 = 1{,}8^7$;
c. $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \left(\frac{3}{5}\right)^8$; **d.** $0{,}2^7 \times 6^7 = 1{,}8^7$;
e. $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \times 4^3 = \left(-\frac{8}{3}\right)^3$; **f.** $7^6 \times \left(-\frac{5}{7}\right)^6 = (-5)^6$.

24 **a.** $(4^3)^4 = 4^{12}$; **b.** $(6^4)^2 = 6^8$;
c. $\left((-6)^2\right)^5 = (-6)^{10}$; **d.** $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^9$.

Puissances de 10

25 **a.** mille = 1 000 = 10^3 ;
b. un million = 1 000 000 = 10^6 ;
c. un milliard = 1 000 000 000 = 10^9 ;
d. mille milliards = 1 000 000 000 000 = 10^{12} ;
e. un millième = 0,001 = 10^{-3} ;
f. un millionième = 0,000 001 = 10^{-6} .

26 **a.** 10 000 = 10^4 ; **b.** 100 000 000 = 10^8 ;
c. 10 000 000 000 = 10^{10} ; **d.** 0,01 = 10^{-2} ;
e. 0,000 1 = 10^{-4} ; **f.** 0,000 000 1 = 10^{-7} .

27 **a.** $10^3 \times 10^{-}7 = 10^{-4}$; **b.** $10^{-6} \times 10^{-3} = 10^{-9}$;
c. $10^{-5} \times 10^3 \times 10^2 = 10^0 = 1$;
d. $10^{-4} \times 10^{-6} \times 10^0 \times 10^9 = 10^{-1}$.

28 **a.** $\dfrac{10^3}{10^{-2}} = 10^5$; **b.** $\dfrac{10^{-3}}{10^2} = 10^{-5}$;
c. $\dfrac{10^{-5}}{10^{-3}} = 10^{-2}$; **d.** $\dfrac{10^5}{10^{-3}} = 10^8$;
e. $\dfrac{10^{11}}{10^{-1}} = 10^{12}$; **f.** $\dfrac{10^{-1}}{10^{11}} = 10^{-12}$;
g. $\dfrac{10^7}{10^0} = 10^7$; **h.** $\dfrac{10^0}{10^7} = 10^{-7}$.

29 **a.** $(10^2)^2 = 10^4$; **b.** $(10^{-1})^4 = 10^{-4}$;
c. $(10^3)^{-4} = 10^{-12}$; **d.** $(10^6)^0 = 10^0 = 1$.

30 **a.** $10^5 \times (10^2)^3 = 10^{11}$; **b.** $10^6 \times (10^{-4})^2 = 10^{-2}$;
c. $10^{-3} \times (10^3)^2 = 10^3$; **d.** $(10^5)^{-1} \times (10^2)^{-4} = 10^3$.

31 **a.** $\dfrac{10^4 \times 10^5}{10^3} = 10^6$; **b.** $\dfrac{10^{-2} \times 10^7}{10^4 \times 10^3} = 10^{-2}$;
c. $\dfrac{10^{-8} \times 10^{11}}{10^4 \times 10^0} = 10^{-1}$; **d.** $\dfrac{10^{-8} \times 10^1 \times 10^7}{10^4 \times (10^{-2})^2} = 10^0 = 1$.

32 **a.** 28 200 × 10^{-4} = 2,82 ; **b.** 0,79 × 10^3 = 790 ;
c. –0,12 × 10^{-2} = –0,0012 ; **d.** 0,007 5 × 10^5 = 750.

33 **a.** 26,58 = 0,026 58 × 10^3 ; **b.** 0,15 = 0,000 15 × 10^3 ;
c. 900 = 0,9 × 10^3 ; **d.** 0,006 = 0,000 006 × 10^3 ;
e. -1 001 = -1,001 × 10^3 ; **f.** -78 300 = -78,3 × 10^3.

34 **a.** 563 = 5,63 × 10^2 ; **b.** 0,046 = 4,6 × 10^{-2} ;
c. –593 500 = –5,935 × 10^5 ;
d. –0,123 4 = –1,234 × 10^{-1} ;
e. 0,000 08 = 8 × 10^{-5} ; **f.** 2 000 000 = 2 × 10^6 .

35 **a.** 136 × 10^3 = 1,36 × 10^5 ;
b. –0,034 × 10^2 = –3,4 × 10^0 = –3,4 ;
c. –0,000 7 × 10^9 = –7 × 10^5 ;
d. 4837 × 10^{-1} = 4,837 × 10^2 .

36 Superficie du terrain :
(2,30 × 10^3) × (8,15 × 10^2) = 18,745 × 10^5 m²
= 1,874 5 × 10^6 m² (écriture scientifique)
= 1 874 500 m² (écriture décimale)

37 **1.** 200 milliards = 2 × 10^{11} et 80 milliards = 8 × 10^{10} .
2. Nombre d'atomes d'hydrogène contenus dans l'univers observable :
a. calcul : 2 × 10^{11} × 8 × 10^{10} × 10^{57} ;
b. résultat : 1,6 × 10^{79} .

Bien comprendre, mieux rédiger

38 **Vocabulaire**
a. 5^4 est une puissance de 5. Dans cette écriture, 4 est un exposant.
b. 5^4 se lit « 5 exposant 4 » ou « 5 puissance 4 ».
c. 5^2 peut se lire « 5 au carré » et 5^3 peut se lire « 5 au cube ».

39 **Confusions à éviter**
1. a. $4^3 = 64$ et $4 \times 3 = 12$; donc : $4^3 \neq 4 \times 3$.
b. $A = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 54$ et $B = 5 + 5 + 5 + 5 = 5 \times 4$.
2. a. $3^2 = 9$; $3^3 = 27$; $3^2 + 3^3 = 36$;
$3^2 \times 3^3 = 243$ et $3^5 = 243$.
b. donc : $3^2 + 3^3 \neq 3^{2+3}$; $3^2 \times 3^3 = 3^{2+3}$.
3. $(-10)^2 = 100$ et $10^{-2} = 0{,}01$; donc : $(-10)^2 \neq 10^{-2}$.

40 **Rôle des parenthèses**
1. a. $(-1)^2 = 1$, $-1^2 = -(+1)^2 = -1$;
$(-2)^4 = 16$, $-2^4 = -(+2)^4 = -16$.
b. $(-1)^2 \neq -1^2$ car $(-1)^2 = (-1) \times (-1) > 0$,
$-1^2 = -1 \times 1 < 0$;
$(-2)^4 \neq -2^4$ car $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) > 0$,
$-2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 < 0$.
2. a. $4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$;
b. $4^2 + (-3)^2 = 16 + 9 = 25$;
c. $(-4)^2 \times (-3)^2 = 16 \times 9 = 144$;
d. $-4^2 \times (-3)^2 = -16 \times 9 = -144$.

41 Vrai ou faux ?

a. 5^2 est le double de 5 : faux.
b. 6×6 est le carré de 6 : vrai.
c. 10^{-3} est un nombre plus petit que zéro : faux.
d. 10^{-1} est un nombre plus petit que 1 : vrai.
e. 1 exposant 10 est égal à 10 exposant 1 : faux.
f. La moitié de 2^{10} est 2^9 : vrai.

42 De mots en puissances

Mille, c'est 10^3.
Un million, c'est 10^6.
Un milliard, c'est 10^9.
Mille milliards, c'est 10^{12}.
Un million de milliards, c'est 10^{15}.
Un milliard de milliards, c'est 10^{18}.
Un million de milliards de milliards, c'est 10^{24}.

43 Notation scientifique (1)

Nombres écrits en notation scientifique :
a.. $4,5 \times 10^3$; **e.** 6×10^5 ;
f. $3,68 = 3,68 \times 10^0$; **h.** $4,001 \times 10^{-3}$.

44 Notation scientifique (2)

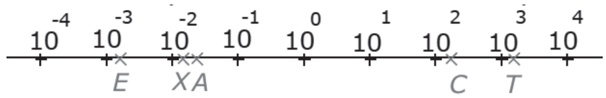
a. $9\,350 \times 10^2 = 9,35 \times 10^3 \times 10^2 = 9,35 \times 10^5$;
b. $67,4 \times 10^{-1} = 6,74 \times 10^1 \times 10^{-1} = 6,74 \times 10^0$;
c. $0,379 \times 10^3 = 3,79 \times 10^{-1} \times 10^3 = 3,79 \times 10^2$;
d. $465,89 = 4,658\,9 \times 10^2$;
e. $67,2 \times 10^2 = 6,72 \times 10^1 \times 10^2 = 6,72 \times 10^3$;
f. $5\,000 \times 10^{-6} = 5 \times 10^3 \times 10^{-6} = 5 \times 10^{-3}$.

45 Encadrements

1. $10^3 \leqslant 4,6 \times 10^3 \leqslant 10^4$
(en effet : $1\,000 \leqslant 4\,600 \leqslant 10\,000$).

2. Si $C = 6 \times 10^2$ alors : $10^2 \leqslant C \leqslant 10^3$
(en effet : $100 \leqslant 600 \leqslant 1\,000$) ;
si $A = 8,3 \times 10^{-2}$ alors : $10^{-2} \leqslant A \leqslant 10^{-1}$
(en effet : $0,01 \leqslant 0,083 \leqslant 0,1$) ;
si $T = 7,84 \times 10^3$ alors : $10^3 \leqslant T \leqslant 10^4$
(en effet : $1\,000 \leqslant 7\,840 \leqslant 10\,000$) ;
si $X = 3 \times 10^{-2}$ alors : $10^{-2} \leqslant X \leqslant 10^{-1}$
(en effet : $0,01 \leqslant 0,03 \leqslant 0,1$) ;
si $E = 1,6 \times 10^{-3}$ alors : $10^{-3} \leqslant E \leqslant 10^{-2}$
(en effet : $0,001 \leqslant 0,0016 \leqslant 0,01$).

3.



46 Ordre de grandeur d'un résultat

1. • 5 028 est de l'ordre de 5×10^3 ;
• 387 260 est de l'ordre de 4×10^5 ;
• 0,231 est de l'ordre de 2×10^{-1} ; donc un ordre de grandeur de $5\,028 \times 387\,260 \times 0,231$ est :
$5 \times 10^3 \times 4 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-1} = 4 \times 10^8$
(quatre centaines de millions).

2. $A = 198,27 \times 407\,328 \approx (2 \times 10^2) \times (4 \times 10^5)$
$A \approx 8 \times 10^7$ (8 dizaines de millions) ;
$B = 705\,238 \times 0,302 \approx (5 \times 10^7) \times (3 \times 10^{-1})$
$B \approx 2 \times 10^5$ (2 centaines de mille) ;

$$C = \frac{8\,213\,6 \times 0,041}{1428,57} \approx \frac{(8 \times 10^3) \times (4 \times 10^{-2})}{4 \times 10^2}$$

$C \approx 8 \times 10^{-1}$ (8 dixièmes) ;

$$D = \frac{598\,409 \times 0,528}{30} \approx \frac{(6 \times 10^5) \times (5 \times 10^{-1})}{3 \times 10^1}$$

$D \approx 10 \times 10^3 \approx 10^4$ (1 dizaine de mille).

Exercices d'approfondissement

47 Calculs avec des puissances

a. $4^3 \times 5 + 5^2 \times 4 = 64 \times 5 + 25 \times 4 = 420$;
b. $(3^0 + 2^4) \times 10^3 = 17 \times 1\,000 = 17\,000$;
c. $10^4 \times 10^{-3} \times 7^2 \times 0,1 = 10 \times 49 \times 0,1 = 49$;
d. $(2^3 + 3^3) \times 0^3 + 9 \times 3^2 = (8+27) \times 0 + 9 \times 9 = 81$.

48 Opérations et puissances de 10

a. $10^6 + 10^3 = 1\,000\,000 + 1\,000 = 1\,001\,000$;
b. $10^5 - 10^4 = 100\,000 - 10\,000 = 90\,000$;
c. $10^3 - 10^4 = 1\,000 - 10\,000 = -9\,000$;
d. $10^3 \times 10^2 - (10^2)^2 = 10^5 - 10^4 = 90\,000$;
e. $10^4 - (10^3 + 10^2) = 10\,000 - (1\,000 + 100) = 8\,900$.

49 Chiffre des unités

Puissance de 4	4^1	4^1	4^1	4^1	4^1	…	4^{2n}	4^{2n+1}
Chiffre des unités	4	6	4	6	4	…	6	4

Justification
$4^1 = 4$; $4^2 = 16$; $4^3 = 64$; $4^4 = 256$; $4^5 = 1\,024$; …

l'alternance 4, 6, 4, 6, … va se poursuivre car :
• en multipliant un nombre dont le chiffre des unités est 4 par 4, on obtient un nombre dont le chiffre des unités est 6 ;
• en multipliant un nombre dont le chiffre des unités

est 6 par 4, on obtient un nombre dont le chiffre des unités est 4.

50 Produit et puissances

a. Pour $n = 2$ $(5 \times n)^2 = 100$ $(5 \times n)^3 = 1\,000$
$5 \times n^2 = 20$ $5 \times n^3 = 40$;
b. pour $n = -2$ $(5 \times n)^2 = 100$ $(5 \times n)^3 = -1\,000$
$5 \times n^2 = 20$ $5 \times n^3 = -40$.

51 Rangement

$23 \times 10^5 = 2{,}3 \times 10^6$; $426 \times 10^2 = 4{,}26 \times 10^4$;
$0{,}39 \times 10^4 = 3{,}9 \times 10^3$; $0{,}001 \times 10^8 = 1 \times 10^5$;
$300 \times 10^{-1} = 3 \times 10^1$; $330 \times 10^3 = 3{,}3 \times 10^5$;
$47\,900 = 4{,}79 \times 10^4$; $0{,}061 \times 10^4 = 6{,}1 \times 10^2$.
Rangement dans l'ordre croissant :
300×10^{-1} ; $0{,}061 \times 10^4$; $0{,}39 \times 10^4$; 426×10^2 ;
$47\,900$; $0{,}001 \times 10^8$; 330×10^3 ; 23×10^5 .

52 Encadrements

a. $325 \times 10^2 = 3{,}25 \times 10^4$,
donc $10^4 < 325 \times 10^2 < 10^5$;
b. $0{,}28 \times 10^4 = 2{,}8 \times 10^3$,
donc $10^3 < 0{,}28 \times 10^4 < 10^4$;
c. $0{,}09 \times 10^5 = 9 \times 10^3$
donc $10^3 < 0{,}09 \times 10^5 < 10^4$;
d. $794 \times 10^{-2} = 7{,}94 \times 100$
donc $10^0 < 794 \times 10^{-2} < 10^1$;
e. $0{,}04 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-4}$
donc $10^{-4} < 0{,}04 \times 10^{-2} < 10^{-3}$;
f. 505 × 10–4 = 5,05 × 10–2
donc 10–2 < 505 × 10–4 < 10–1.

53 Établir l'égalité

a. 1,2 × 102 × 4 × 103 = 4,8 × 105 ;
b. 3,25 × 10–2 × 2 × 106 = 6,5 × 104 ;
c. 3 × 103 × 9 × 102 = 2,7 × 106 ;
d. 7 × 102 × 8 × 104 = 5,6 × 107 .

54 Le sel des océans

1. $1\ \text{km}^3 = 10^3\ \text{hm}^3 = 10^6\ \text{dam}^3 = 10^9\ \text{m}^3 = 10^{12}\ \text{dm}^3$.
2. a. 1 370 millions de $\text{km}^3 = 137 \times 10^7 \times 10^{12}\ \text{dm}^3$
$= 137 \times 10^{19}\ \text{dm}^3$.
b. Masse de sel dissous dans les océans :
$27 \times 137 \times 10^{19} = 3\,699 \times 10^{19}$g.

55 Bon voyage

1. Distance de la Terre au Soleil : 15×10^7 km.
Pour aller de la Terre au Soleil, le géant devrait faire :
$$\frac{15 \times 10^7}{4 \times 10^5} = 375 \text{ pas.}$$
2. Pour aller de la Terre à Sirius, le géant devrait faire :
$$\frac{8 \times 10^{13}}{4 \times 10^5} = 2 \times 10^8 = 200 \text{ millions de pas.}$$

56 Multiplication des bactéries

a. Nombre de bactéries présentes, à partir d'une seule bactérie initiale :
- au bout de 20 min : $2^1 = 2$,
- au bout de 40 min (2 fois 20 min) : $2 \times 2 = 2^2 = 4$,
- au bout d'1 heure (3 fois 20 min) : $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$,
- au bout de 4 heures (12 fois 20 min) : $2^{12} = 4\,096$.

b. Nombre de bactéries présentes, à partir de 100 bactéries initiales :
- après 20 min : $100 \times 2 = 200$,
- après deux heures (6 fois 20 min) : $100 \times 2^6 = 6\,400$.

57 Recherche d'exo planètes

a. Distance entre la Terre et la planète Kepler 22-b :
$6 \times 10^2 \times 946 \times 10^{10} = 5\,676 \times 10^{12} = 5{,}676 \times 10^{15}$ km ;
b. Masse de la planète Kepler 22-b :
$2{,}4 \times 598 \times 10^{22} = 1\,435{,}2 \times 10^{22} = 1{,}435\,2 \times 10^{25}$ kg.

Activités d'intégration

58 La légende du jeu d'échecs

• Le nombre de grains de blé sur la dernière case est : $2^{64} \approx 1{,}84467 \times 10^{19}$.

Or un grain de blé pèse en moyenne 0,1 g, donc la masse des grains de blé sur la dernière case est $0{,}1 \times 2^{64}$ soit environ $1{,}84467 \times 10^{18}$ g, c'est-à-dire $1{,}84467 \times 10^{12}$ tonnes.

Ce qui est bien supérieur à la production annuelle de blé du royaume du roi Belkid.

(Il lui faudrait donner 3 690 années de production !)

• Évidemment, puisqu'il ne peut pas donner les grains contenus sur tout le plateau.

(Pour information, sur l'ensemble du plateau, il y a $2^{65} - 1 \approx 3{,}689 \times 10^{19}$ grains de blé. Il lui faudrait plus de 7 378 années pour payer Sissa).

59 Densité de population

Par exemple, pour calculer la densité de population au Bénin, on effectue le calcul suivant :

$$\frac{1{,}089 \times 10^7}{114{,}8 \times 10^3} \approx 94{,}86 \text{ habitants par km}^2.$$

On obtient le tableau ci-contre qui donne le classement de ces pays par ordre croissant de leur densité de population.

(Les données sont arrondies au centième).

Pays	Densité de population (en habitants par km^2)
Gabon	6,44
Mali	14,18
Niger	15,71
RDC	32,96
Cameroun	49,10
RCI	70,50
Sénégal	76,91
Bénin	94,86
Togo	128,60
Rwanda	440,40

4 Calcul littéral

Manuel pages 41 à 54

Activités d'apprentissage	Cours Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre Mieux rédiger	Approfondissement
	Expression littérale [1 p. 44]	34, 35, 36, 37, 38, 39	81, 83, 84, 87	88, 93
	Apprendre à simplifier et évaluer une expression littérale [1 p 46]	**1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11**	47	
1	Suppression des parenthèses [2 p 44]	40, 41, 42, 43, 44, 45, 46	82, 85	89
2	Simple distributivité [3 p 44]]	56, 57		89, 95
3	Forme développée, forme factorisée [4 p 45]	57, 58, 59, 64	80	89, 90, 93
	Réduire une expression littérale [5 p 45]	47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 61, 62, 63	82	89, 90, 91
	Apprendre à réduire des expressions littérales [2 p 47]	**12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21**	47	
4	Double distributivité [6 p 44]	65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72	81	89
5	Identités remarquables [7 p 44]	73, 74, 75, 76, 77, 78, 79	85, 86	89, 94, 95
	Apprendre à développer et à factoriser [3 p 48]	**22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33**	83	

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir–faire.

Introduction et contrôle des pré-requis

Les containers

1. a. a, b et c représentent les longueurs des 3 côtés du parallélépipède rectangle (plus précisément : a et b sont les longueur et largeur de s*a* *b*ase, c est la hauteur).

$A = 2(bc + ca + ab)$ est l'aire totale du parallélépipède rectangle, $V = abc$ est le volume du parallélépipède rectangle.

b. Formules laissant apparaître tous les signes : $A = 2 \times (b \times c + c \times a + a \times b)$ et $V = a \times b \times c$.

2. a. Pour le container représenté sur la photo : $a = 6{,}1$; $b = 2{,}4$ et $c = 2{,}6$.

b. Volume du container : $V = 6{,}1 \times 2{,}4 \times 2{,}6 = 38{,}064$ m^3 et $A = 2(2{,}4 \times 2{,}6 + 2{,}6 \times 6{,}1 + 6{,}1 \times 2{,}4) = 73{,}48$ m^2.

Activités d'apprentissage

1 Suppression des parenthèses

Partie A

1. Calculs permettant de déterminer la taille du bébé à deux ans :

• 52 + (21 + 12) (à la taille à la naissance est ajouté le cumul des croissances des deux premières années),

• 52 + 21 + 12 (à la taille à la naissance est ajouté successivement la croissance de la 1re année puis celle de la 2e année).

2. Calculs permettant de déterminer la somme d'argent qu'il reste à Joseph après ses deux achats :

• 2 000 – 500 – 270 (au capital initial est enlevé successivement le montant du 1er achat puis celui du 2e achat),

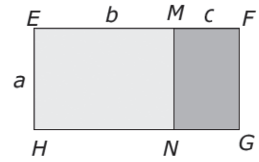
• 2 000 – (500 + 270) (au capital initial est enlevé le cumul des montants des deux achats).

Partie B

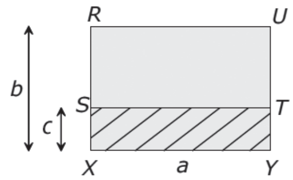
1. $a + b + c = a + (b + c)$ et $a - b - c = a - (b + c)$.

2. Pour $a = 3$, $b = 5$ et $c = 1$: $a + b - c = 7$, $a - b + c = -1$, $a + (b - c) = 7$, $a - (b - c) = -1$;
pour $a = 6$, $b = 4$ et $c = 3$: $a + b - c = 7$, $a - b + c = 5$, $a + (b - c) = 7$, $a - (b - c) = 5$.
Constats : $a + b - c = a + (b - c)$ $a - b + c = a - (b - c)$.

2 Simple distributivité



1. a. $\mathscr{A}(EFGH) = a \times (b + c)$.
$\mathscr{A}(EMNH) = a \times b$; $\mathscr{A}(MFGN) = a \times c$.
b. $EF = b + c$.
c. $\mathscr{A}(EFGH) = \mathscr{A}(EMNH) + \mathscr{A}(MFGN)$, donc $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$.



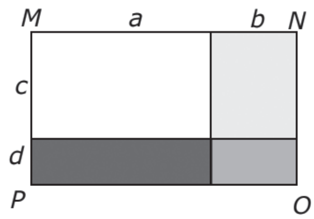
2. a. $RS = b - c$.
b. $\mathscr{A}(RSTU) = a \times (b - c)$
ou encore $\mathscr{A}(RSTU) = \mathscr{A}(RXYU) - \mathscr{A}(SXYT) = a \times b - a \times c$.
c. D'après le **b.**, $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$.

3 Formes d'écritures

1. Expressions littérales développées : $A = 2x + 5$, $C = a^2 + 5a$, $D = 4b - 2$;
expressions littérales factorisées : $B = y(3 - y)$, $E = 3x(1 + 4x)$, $F = (a + 3)(2a - 3)$.

2.a. $3x + 4x + 8x + 10 = (3 + 4)x + 8x + 10 = 7x + 8x + 10$;
$7x + 8x + 10 = (7 + 8)x + 10 = 15x + 10$.
b. Les expressions $3x + 4x + 8x + 10$; $7x + 8x + 10$ et $15x + 10$ sont égales.
c. Parmi ces trois expressions littérales, celle qui s'écrit le plus simplement est : $15x + 10$.
d. Une autre écriture est égale à ces trois expressions : $5(3x + 2)$.
e. Mais « l'expression réduite » est $15x + 10$: avec le minimum de termes, elle ne contient ni parenthèses, ni signe $\times$, ni calcul à effectuer.

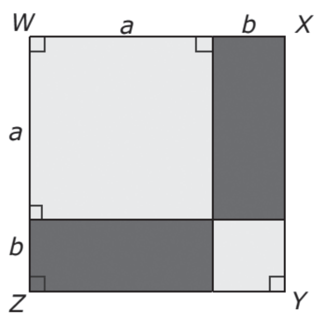
4 Double distributivité



1. a. Aires des quatre rectangles : ac, bc, ad et bd.
Donc l'aire du rectangle $MNOP$ est : $ac + bc + ad + bd$.
b. $MN = a + b$ et $MP = c + d$.
c. Lorsqu'on écrit $(a + b)(c + d)$, on calcule le produit $MN \times MP$.
d. On en déduit que l'aire du rectangle $MNOP$ est : $(a + b)(c + d)$;
donc : $(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$.

2. a, b, c et d désigne des nombres relatifs.
$(a + b)(c + d)$ est le produit de $a + b$ par $c + d$.
Je sais d'après la règle de la simple distributivité que $k(c + d) = kc + kd$.
Donc, si je pose $k = (a + b)$, je peux écrire que $(a + b)(c + d) = (a + b) \times c + (a + b) \times d$.
En appliquant encore une fois la règle de la simple distributivité à chacun des deux termes obtenus, j'obtiens :
$(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$.

5 Identités remarquables



1. a. Les surfaces colorées ci-contre sont :
- deux carrés (l'un de côté a, l'autre de côté b),
- deux rectangles identiques (de côtés a et b).

b. Aires des carrés : a^2 et b^2 ; aire de chacun des rectangles : ab.
c. $(a + b)^2$ est l'aire du carré $WXYZ$.
On en déduit que : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

2. a et b désigne des nombres relatifs.
a. D'après la règle de la double distributivité, $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = aa + ba + ab + bb$.
b. Après réduction, on obtient : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
3. En utilisant dans les deux cas la règle de la double distributivité :
a. $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = aa - ba - ab + bb$ donc $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
b. $(a+b)(a-b) = aa + ba - ab - bb$ donc $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

Méthodes et savoir–faire

1. Apprendre à simplifier et évaluer une expression littérale

1 **a.** $7 \times y = 7y$; **b.** $x \times 6 = 6x$;
c. $a \times b = ab$; **d.** $12 \times 3 = 12 \times 3$;
e. $5 \times 7 \times a = 5 \times 7a$; **f.** $y + 4 \times x = y + 4x$.

2 **a.** $y \times 4 = 4y$; **b.** $2 \times x \times 6 = 12x$; **c.** $a \times 5 \times b = 5ab$;
d. $0 \times a = 0$; **e.** $8 \times b \times b = 8b^2$; **f.** $7 \times 30 = 210$.

3 **a.**$3 + 2 \times x = 3 + 2x$; **b.** $7 \times a - 2 = 7a - 2$;
c. $i \times i + 6 \times 8 = i^2 + 48$;
d. $9 \times 2 \times m - 3 \times n \times n = 18m - 3n^2$;
e. $x \times x \times 4 + 8 \times y = 4x^2 + 8y$; **f.** $a \times b \times c \times d = abcd$.

4 **a.** $3 \times (5 + c) = 3(5 + c)$;
b. $(9 - a) \times 6 \times b = 6b(9 - a)$;
c. $x \times (2 + 6 \times x) = x(2 + 6x)$;
d. $y \times y \times (7 + z) = (7 + z)y^2$;
e. $(5 \times t - 1) \times (u - 2) = (5t - 1)(u - 2)$;
f. $(a + 2) \times (a + 2) = (a + 2)^2$.

5 **a.** $4x - 5 = 4 \times x - 5$; **b.** $3 - 6y + 8 = 3 - 6 \times y + 8$;
c. $a^2 - 5a = a \times a - 5 \times a$;
d. $2 - 7t^2 + 5u^2 = 2 - 7 \times t \times t + 5 \times u \times u$.

6 **a.** $3(a + 1) = 3 \times (a + 1)$; **b.** $8(2 - x) = 8 \times (2 - x)$;
c. $4b(b + 3) = 4 \times b \times (b + 3)$;
d. $y(1 - 3y) = y \times (1 - 3 \times y)$;
e. $(x + 2)(y\text{-}5) = (x + 2) \times (y\text{-}5)$;
f. $(4a - 3)(1 - b^2) = (4 \times a - 3) \times (1 - b \times b)$.

7 Soit $A = 4y + 3 = 4 \times y + 3$.
a. Pour $y = 7$, $A = 4 \times 7 + 3 = 31$;
b. Pour $y = -2$, $A = 4 \times (-2) + 3 = -5$;
c. Pour $y = 0$, $A = 4 \times 0 + 3 = 3$;
d. Pour $y = -1$, $A = 4 \times (-1) + 3 = -1$.

8 Soit $B = 10 - v^2 = 10 - v \times v$.
a. Pour $v = 3$, $B = 10 - 3 \times 3 = 1$.
b. Pour $v = \text{-}3$, $B = 10 - (-3) \times (-3) = 1$.
c. Pour $v = 0$, $B = 10 - 0 \times 0 = 10$.
d. Pour $v = 1$, $B = 10 - 1 \times 1 = 9$.

9 Pour $x = 4$:
$A = 5x - 2 = 5 \times 4 - 2 = 18$;
$B = x^2 + 2x = 4 \times 4 + 2 \times 4 = 24$;
$C = 100 - x^2 = 100 - 4 \times 4 = 84$;
$D = x^2 + 10x\text{-}10 = 4 \times 4 + 10 \times 4\text{-}10 = 46$.
Pour $x = -6$:
$A = 5x - 2 = 5 \times (-6) - 2 = -32$;
$B = x^2 + 2x = (-6) \times (-6) + 2 \times (-6) = 24$;
$C = 100 - x^2 = 100 - (-6) \times (-6) = 64$;
$D = x^2 + 10x - 10 = (-6) \times (-6) + 10 \times (-6) - 10 = -34$.

10 **a.** $C = a(50 - a) = a \times (50 - a)$.
b. Pour $a = -10$, $C = (-10) \times [50 - (-10)] = -600$;
pour $a = 10$, $C = 10 \times [50 - 10] = 400$.

11 Pour $z = 2$:
$A = z(3z + 6) = 2 \times (3 \times 2 + 6) = 24$;
$B = z(1 + z^2) = 2 \times (1 + 2 \times 2) = 10$;
$C = 4(z^2 + z) = 4 \times (2 \times 2 + 2) = 24$;
$D = 7(10z - z^2) = 7 \times (10 \times 2 - 2 \times 2) = 112$.
Pour $z = 5$:
$A = z(3z + 6) = 5 \times (3 \times 5 + 6) = 105$;
$B = z(1 + z^2) = 5 \times (1 + 5 \times 5) = 130$;
$C = 4(z^2 + z) = 4 \times (5 \times 5 + 5) = 120$;
$D = 7(10z - z^2) = 7 \times (10 \times 5 - 5 \times 5) = 175$.
Pour $z = -1$:
$A = z(3z + 6) = (-1) \times [3 \times (-1) + 6] = -3$;
$B = z(1 + z^2) = (-1) \times [1 + (-1) \times (-1)] = -2$;
$C = 4(z^2 + z) = 4 \times [(-1) \times (-1) + (-1)] = 0$;
$D = 7(10z - z^2) = 7 \times [10 \times (-1) - (-1) \times (-1)] = -77$.

2 Apprendre à réduire des expressions littérales

12 **a.** $3a + 8a = 11a$; **b.** $11x - 4x = 7x$;
c. $5y^2 + 9y^2 = 14y^2$; **d.** $7a^2 - 4a^2 = 3a^2$;
e. $4x + 5x + x = 10x$; **f.** $6x^2 - 7x^2 + x^2 = 0$.

13 $A = 7b - 6a + 4b = 11b - 6a$;
$B = 3 + 4x^2 + 9x^2 = 3 + 13x^2$;
$C = 4y + 5y + 6y^2 + 5y^2 = 9y + 11y^2$;
$D = 8a + 7 - 5a + 1 = 3a + 8$;
$E = 6x^2 - 5 + 2 + 4x^2 = 10x^2 - 3$;
$F = 3z^2 + 5x + z^2 - 6x = 4z^2 - x$.

14 **a.** $G = 4x + 5x^2 + 3x + 8 + 2x^2 = 7x^2 + 7x + 8$;
$H = 5a^2 + 3a - 7 - 9a^2 + 6 = -4a^2 + 3a - 1$;
$I = 2y + 7y^2 - 6y + 1 + 9y^2 - 2 = 16y^2 - 4y - 1$.

15 **a.** $\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}x = 3x$; **b.** $\frac{8}{9}a - \frac{5}{9}a = \frac{1}{3}a$;
c. $\frac{1}{4}b + \frac{1}{8}b = \frac{1}{8}b$; **d.** $\frac{7}{30}z - \frac{4}{15}z + \frac{9}{30}z = \frac{4}{15}z$.

16 $A = \frac{1}{4}y + \frac{1}{3}y = \frac{7}{12}y$; $B = \frac{1}{2}x - \frac{1}{6}x = \frac{1}{3}x$;
$C = 2a + \frac{3}{2}a = \frac{7}{2}a$; $D = b + \frac{2}{3}b = \frac{5}{3}b$;
$D = 9z - \frac{1}{2}z - 4z = \frac{9}{2}z$.

17 **a.** $7x \times x = 7x^2$; **b.** $y \times (-4y) = -4y^2$;
c. $6a \times 5 = 30a$; **d.** $-8 \times 2z = -16z$;
e. $7t \times 4t = 28t^2$; **e.** $(-5b) \times (-3b) = 15b^2$.

18 **a.** $.8z \times yz = 8z^2y$; **b.** $a \times (-7ab) = -7a^2b$;
c. $9x \times 2y = 18xy$; **d.** $3i \times (-5j) = -15ij$;
e. $2xy \times 6x = 12x^2y$; **f.** $(-4ab) \times (-3ab) = 12a^2b^2$.

19 $A = \frac{1}{3}x \times \frac{3}{5}x = \frac{4}{5}xy$; $B = \frac{7}{9}x \times 18 = 14x$;
$C = -\frac{5}{6}y \times \frac{6}{25}y = -\frac{1}{5}y^2$; $D = -\frac{3}{7}y \times \frac{21}{4}y = -\frac{9}{4}y^2$.

20 **a.** $(4y)^2 = 16y^2$; **b.** $(7x)^2 = 49x^2$;
c. $(-5a)^2 = 25a^2$; **d.** $(-b)^2 = b^2$;
e. $(3x)^2 \times (5y)^2 = 225x^2y^2$; **f.** $(-2b)^2 \times (-a)^2 = 4b^2a^2$.

21 **a.** $7x + 4x = 11x$; $7 \times 4x = 28x$;
$7 + 4x = 7 + 4x$; $7x \times 4x = 28x^2$.
b. $-6 + 3x = -6 + 3x$; $-6x + 3x = -3x$;
$(-6) \times 3x = -18x$; $(-6x) \times 3x = -18x^2$.
c. $8x - 10 + 3 \times 4x = 20x - 10$;
$-5x - 9 \times 2 + 4 \times 3x = 7x-18$.

3 Apprendre à développer et à factoriser

22 **a.** $3(a + 4) = 3a + 12$; **b.** $7(1 + x) = 7 + 7x$;
c. $6(y + 2) = 6y + 12$; **d.** $a(3 + b) = 3a + ab$;
e. $x(4 + y) = 4x + xy$; **f.** $b(a + b) = ba + b^2$.

23 **a.** $2(x-5) = 2x-10$; **b.** $6(3-a) = 18-6a$;
c. $4(b-7) = 4b-28$; **d.** $y(5-z) = 5y-yz$;
e. $a(6-b) = 6a-ab$; **f.** $z(z-y) = z^2-zy$.

24 **a.** $-3(5x + 4) = -15x - 12$; **b.** $-7(2a - 1) = -14a + 7$;
c. $-b(3a + 2) = -3ba - 2b$; **d.** $-x(5y - 3) = -5xy + 3x$.

25 **a.** $(x + 2)(y + 3) = xy + 2y + 3x + 6$;
b. $(4 + a)(b + 1) = 4b + ab + 4 + a$;
c. $(5 + y)(y + 3) = y^2 + 8y + 15$;
d. $(8 + a)(b + a) = 8b + 8a + ab + a^2$.

26 $A = (a + 7)(b - 4) = ab + 7b - 4a - 28$;
$B = (7 - x)(x + 1) = -x^2 + 6x + 7$;
$C = (a - 5)(b - 2) = ab - 2a - 5b + 10$;
$D = (5 - y)(y - 8) = -y^2 + 13y - 40$.

27 $E = (2x + 1)(3x + 4) = 6x^2 + 11x + 4$;
$F = (2y + 1)(3y - 4) = 6y^2 - 5y - 4$;
$G = (2a - 1)(3a + 4) = 6a^2 + 5a - 4$;
$H = (2b - 1)(3b - 4) = 6b^2 - 11b + 4$.

28 **a.** $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$; **b.** $(6 + a)^2 = 36 + 12a + a^2$;
c. $(2 + y)^2 = 4 + 4y + y^2$; **d.** $(b + 1)^2 = b^2 + 2b + 1$.

29 **a.** $(a - 3)^2 = a^2 - 6a + 9$; **b.** $(5 - x)^2 = 25 - 10x + x^2$.
c. $(1 - b)^2 = 1 - 2b + b^2$; **d.** $(y - 3)^2 = y^2 - 6y + 9$.

30 **a.** $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$; **b.** $(3 + a)(3-a) = 9 - a^2$;
c. $(b - 2)(b + 2) = b^2 - 4$; **d.** $(1 - y)(1 + y) = 1 - y^2$.

31 **a.** $8 \times x + 8 \times 3 = 8(x + 3)$; **b.** $7 \times y-7 \times 4 = 7(y-4)$;
c. $x \times y + 5 \times x = x(y + 5)$; **d.** $x \times x-1 \times x = x(x - 1)$.

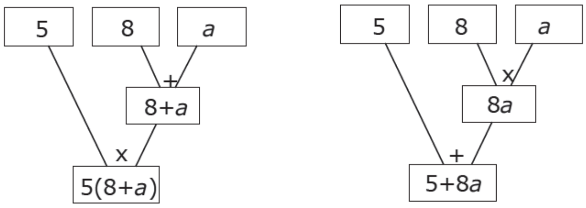
32 **a.** $3x + 3y = 3(x + y)$; **b.** $5a - 5b = 5(a - b)$;
c. $7y + xy = y(7 + x)$; **d.** $ab - 9b = b(a - 9)$.

33 **a.** $a^2 + 5a = a(a + 5)$; **b.** $9x - x^2 = x(9 - x)$;
c. $2z - z^2 = z(2 - z)$; **d.** $b^2 - 10b = b(b - 10)$.

Exercices d'application

Expressions littérales

34



35 **a.** La somme de 7 et x : $7 + x$;

b. le produit de 4 et y : 4y ;

c. la différence de 7 et a : 7 – a.

36 **a.** La somme de 5 et du produit de 7 et x : 5 + 7x ;

b. le produit de 3 et de la somme de 8 et a : 3(8 + a) ;

c. la différence de 7 et de la somme de y et 1 : 7 – (y + 1) ;

d. le produit de la différence de b et 5 par 4 : (b – 5) × 4.

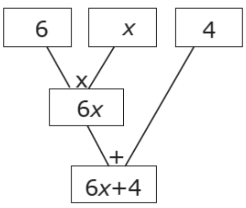
37 **a.** 4 + (3 + a) est la somme de 4 et de la somme de 3 et a ;

b. 6(x + 4) est le produit de 6 et de la somme de x et 4 ;

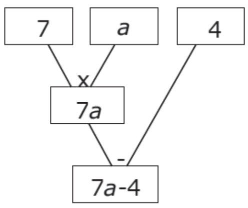
c. 7 – 8 × b est la différence de 7 et du produit de 8 et b ;

d. 7(1 – y) est le produit de 7 et de la différence de 1 et y.

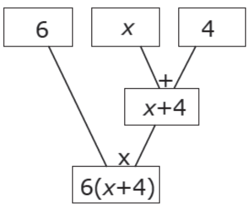
38 **a.**



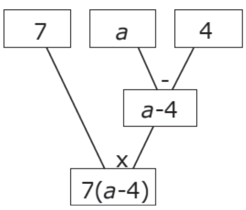
b.



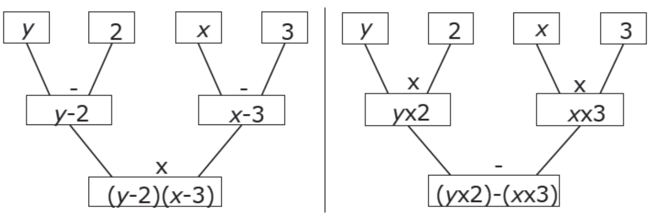
c.



d.

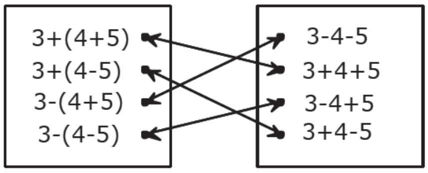


39



Suppression des parenthèses

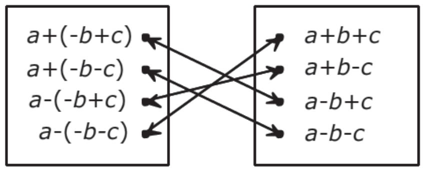
40



41 **a.** 4,25 + (0,75 + 3) = 4,25 + 0,75 + 3 = 5 + 3 = 8 ;
b. 14,2 – (7 + 4,2) = 14,2 – 7-4,2 = 10 – 7 = 3 ;
c. 6,7 + (1 – 2,7) = 6,7 + 1 – 2,7 = 4 + 1 = 5 ;
d. 8,3 – (10 – 0,7) = 8,3 – 10 + 0,7 = –1.

42 **a.** 3,1 – (1,1 + 6) = 3,1 – 1,1 – 6 = 2 – 6 = –4 ;
b. 6,75 + (3 – 1,75) = 6,75 + 3 – 1,75 = 5 + 3 = 8 ;
c. 7,2 + (9 + 0,8) = 7,2 + 9 + 0,8 = 8 + 9 = 17 ;
d. 6,9 – (0,9-5) = 6,9 – 0,9 + 5 = 6 + 5 = 11.

43



44 $A = 6 + (-x + y) = 6 - x + y$;
$B = -3a + (b - 8) = -3a + b - 8$;
$C = x + (-7 + x - z) = x - 7 + x - z$;
$D = -9 + (-6a - a^2) = -9 - 6a - a^2$.

45 $E = 5 - (-x + y) = 5 + x - y$;
$F = -2a - (b - 4) = -2a - b + 4$;
$G = x - (-8 + y - z) = x + 8 - y + z$;
$H = -4\text{-}(a^2 - 3a) = -4 - a^2 + 3a$.

46 $I = 4a + (-7 + 3b - c) = 4a - 7 + 3b - c$;
$J = -9 - (-x^2 + 3x) = -9 + x^2 - 3x$;
$K = -5b + 2 + (-a + 3) = -5b + 2\text{-}a + 3$;
$L = -3y - (4x - x^2) = -3y - 4x + x^2$

Réduction

47 $A = a - a + a - a + a - a$
$= (a - a) + (- -a) + (a - a) = 0$;

$B = a + a + a - a - a - a$
$= (a + a + a - a + a + a) = 3a - 3a = 0$;

$C = a + b - a - b = (a - a) + (b - b) = 0$.

48 $D = 3x + 5x + 2x - 5x - 3x$
$= (3x - 3x) + (5x - 5x) + 2x$
$= 0x + 0x + 2x = 2x$;

$E = x + 7x - 4x - 7x + x + 4x$
$= (x + x) + (7x - 7x) + (4x - 4x)$
$= 2x + 0x + 0x = 2x$;

$F = -5x + 8x^2 + 2x - 8x^2 + 5x$
$= (-5x + 5x) + (8x^2 - 8x^2) + 2x$
$= 0x + 0x^2 + 2x = 2x$.

49 $G = 4x - 5x + 3x - 4x - 3x$
$= (4x\text{-}4x) + (3x - 3x) - 5x = -5x$;

$H = 3a - a + 2a + a + 2a - 2a - 3a + 7a$
$= (3a - 3a) + (-a + a) + (2a - 2a) + 2a + 7a = 9a$;

$I = 9y^2 + 5y - 9y^2 + 3y^2 - 5y$
$= (9y^2 - 9y^2) + (5y - 5y) + 3y^2 = 3y^2$.

50 $J = 5x - 4 + (7 + 6x) = 5x - 4 + 7 + 6x = 11x + 3$;

$K = -8a^2 + 2a + (9a - a^2) = -8a^2 + 2a + 9a - a^2$
$= -9a^2 + 11a$;

$L = 7 - 4c - (8 - 5c) + (1 - 2c)$
$= 7 - 4c - 8 + 5c + 1 - 2c = -c$.

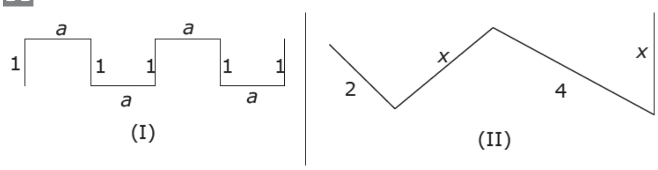
51 $M = (x^2 + 6x - 4) - (5x - x^2 + 4)$
$= x^2 + 6x - 4 - 5x + x^2 - 4 = 2x^2 + x - 8$;

$N = 3a^2 - (2a - 7) - (-a^2 + 5a - 6)$
$= 3a^2 - 2a + 7 + a^2 - 5a + 6 = 4a^2 - 7a + 13$;

$O = -(y^2 + 2 - 3y) + (2y^2 - 3y + 1)$
$= -y^2 - 2 + 3y + 2y^2 - 3y + 1 = y^2 - 1$.

52 Les trois expressions égales à $x + y$ sont :
$P = (x + 5) - (5 - y)$, $S = (x - 5) - (-y - 5)$ et
$U = (-5 + y) - (-5 - x)$.
[$Q = x - (-5 + y) - 5 = x - y$]
[$R = x - (-y + 5 - 5 = x + y - 10$]
[$T = -(5 - x) + 5 - y = x - y$]

53

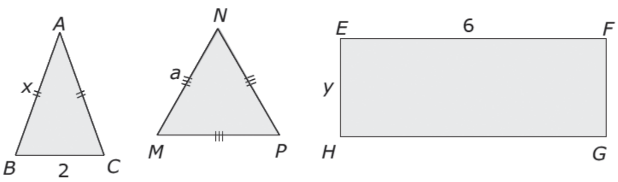


1. Longueur de la ligne brisée (I) : $4a + 5$;
longueur de la ligne brisée (II) : $2x + 6$.

2. Lorsque $a = 3$ et $x = 6$:
- la longueur de la ligne brisée (I) est égale à 17 cm,
- la longueur de la ligne brisée (II) est égale à 18 cm ;

lorsque $a = 6$ et $x = 15$:
- la longueur de la ligne brisée (I) est égale à 29 cm,
- la longueur de la ligne brisée (II) est égale à 36 cm.

54



1. Périmètre…
- du triangle isocèle ABC : $2x + 2$,
- du triangle équilatéral MNP : $3a$,
- du quadrilatère $EFGH$: $2y + 12$.

2. Lorsque $x = 6$, $a = 4$ et $y = 2$
- le périmètre de ABC est égal à 14 cm,
- le périmètre de MNP est égal à 12 cm,
- le périmètre de $EFGH$ est égal à 16 cm.

55 **1.** Soit $A = 4 + (-3x + 7) - (-2x + 11)$.
a. Pour $x = 5$, $A = -5$;
b. pour $x = -2$, $A = 2$;
c. pour $x = 10$, $A = -10$.
2. On remarque que, dans les trois cas, A est égal à $-x$.
Justification : $A = 4 - 3x + 7 + 2x - 11 = -x$.

Simple distributivité

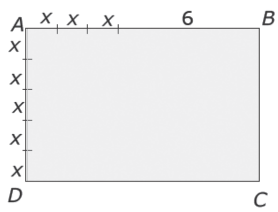
56 **1. a.** $5(100 - 2) = 5 \times 100 - 5 \times 2$.
b. $5 \times 98 = 5(100 - 2) = 500 - 10 = 490$.
2. a. $7 \times 95 = 7(100 - 5) = 7 \times 100 - 7 \times 5$
$= 700 - 35 = 665$;
b. $199 \times 4 = (200 - 1)4 = 200 \times 4 - 1 \times 4$
$= 800 - 4 = 796$;
c. $12 \times 999 = 12(1\,000 - 1) = 12 \times 1\,000 - 12 \times 1$
$= 12\,000 - 12 = 11\,988$.

57 $x(y - z) = xy - xz$ [① ↔ ⑥] ;
$xz - xy = x(z - y)$ [② ↔ ⑤] ;
$x(y + z) = xy + xz$ [③ ↔ ④].

58 $A = x(5x + 7) = x \times 5x + x \times 7 = 5x^2 + 7x$;
$B = a(1 + 6a) = a \times 1 + a \times 6a = a + 6a^2$;
$C = 10y(y + 3) = 10y \times y + 10y \times 3 = 10y^2 + 30y$;
$D = 6b(1 + b) = 6b \times 1 + 6b \times b = 6b + 6b^2$;
$E = 3z(4z + 5) = 3z \times 4z + 3z \times 5 = 12z^2 + 15z$;
$F = 8c(3 + 5c) = 8c \times 3 + 8c \times 5c = 24c + 40c^2$.

59 $G = a(3a - 8) = a \times 3a - a \times 8 = 3a^2 - 8a$;
$H = t(4 - 2t) = t \times 4 - t \times 2t = 4t - 2t^2$;
$I = 5x(x - 1) = 5x \times x - 5x \times 1 = 5x^2 - 5x$;
$J = 7u(2 - u) = 7u \times 2 - 7u \times u = 14u - 7u^2$;
$K = 8y(10y - 3) = 8y \times 10y - 8y \times 3 = 80y^2 - 24y$;
$L = 6v(2 - 3v) = 6v \times 2 - 6v \times 3v = 12v - 18v^2$.

60 **1.** $AB = 3x + 6$ et $AD = 5x$.



2. Aire du rectangle $ABCD$:
$5x(3x + 6) = 15x^2 + 30$.
3. Pour $x = 2$ cm, l'aire est égale à $5 \times 2(3 \times 2 + 6) = 120\ \text{cm}^2$;
pour $x = 4$ cm, l'aire est égale à :
$5 \times 4(3 \times 4 + 6) = 360\ \text{cm}^2$.

61 $M = x(2x+5)+3(x-2) = 2x^2+5x+3x-6$
$= 2x^2+8x-6$;
$N = 4a(1-a)+a(3a+5) = 4a-4a^2+3a^2+5a$
$= -a^2+9a$;
$O = 6y(8-2y)-y(2-12y) = 48y-12y^2-2y+12y^2$
$= 46y$.

62 $P = \frac{7}{3}(x-3)-\frac{4}{3}(x-6) = \left(\frac{7}{3}-\frac{4}{3}\right)x-\frac{7}{3}\times 3+\frac{4}{3}\times 6$
$= x+1$.

$Q = \frac{x}{10}\left(1-\frac{x}{10}\right)+\frac{x^2}{100} = \frac{x}{10}\times 1-\frac{x}{10}\times\frac{x}{10}+\frac{x^2}{100}$
$= \frac{x}{10}$.

63 $R = 5(x-y)+5(x+y) = 5x-5y+5x+5y = 10x$.

Donc, pour $x = -\frac{1}{10}$ et $y = \frac{7,5}{4}$, $R = 10\times -\frac{1}{10} = -1$.

64 $S = 6x^2+9x = 3x(x+3)$;
$T = 4a+12a^2 = 4a(1+3a)$;
$U = 15y^2-5y = 5y(3y-1)$;
$V = 8b-14b^2 = 2b(4-7b)$;
$W = 10x^2+5xy+15x = 5x(2x+y+3)$;
$X = 6a-18a^2+3ab = 3a(2-6a+b)$.

Double distributivité

65 **1. a.** $(10+2)(20+3) = 200+30+40+6$.
b. $12\times 23 = (10+2)(20+3) = 276$.
2.a. $(10+5)(100-1) = 1\,000-10+500-5$.
b. $15\times 99 = (10+5)(100-1) = 1\,485$.

66 **a.** $13\times 41 = (10+3)(40+1) = 400+10+120+3$
$= 533$;
b. $21\times 105 = (20+1)(100+5)$
$= 2\,000+100+100+5 = 2\,205$;
c. $110\times 201 = (100+10)(200+1)$
$= 20\,000+100+2\,000+10 = 22\,110$;
d. $31\times 95 = (30+1)(100-5)$
$= 3\,000-150+100-5 = 2\,945$;
e. $199\times 102 = (200-1)(100+2)$
$= 20\,000+400-100-2 = 20\,298$;
f. $98\times 999 = (100-2)(1\,000-1)$
$= 100\,000-100-2\,000+2 = 97\,902$.

67 **1.** $E = (x+2)(x-1)-x^2 = x^2+2x-x-2-x^2 = x-2$.
2. Pour $x = 3\,000$:
$E = 3\,002\times 2\,999-3\,000^2 = 3\,000-2 = 2\,998$.

68 $(x+3)(y+2) = xy+3y+2x+6$ [③↔⑥]
$(x-3)(y-2) = xy-3y-2x+6$ [②↔⑦]
$(x+3)(y-2) = xy+3y-2x-6$ [⑧↔①]
$(x-3)(y+2) = xy-3y+2x-6$ [⑤↔④]

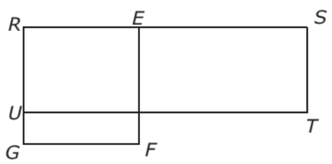
69 **1.** $A = (3x-5)(4+x) = 12x+3x^2-20-5x$
$= 3x^2+7x-20$.
2. Test de la réponse pour $x = 1$:
$(3x-5)(4+x) = (3-5)(4+1) = -10$,
$3x^2+7x-20 = 3+7-20 = -10$,
les deux expressions prennent la même valeur en 1.
3.a. Lorsque le test donne deux valeurs différentes, on en déduit que l'expression développée et réduite est incorrecte.
b. Lorsque le test donne les mêmes valeurs, il n'est pas certain que l'expression développée et réduite est correcte.

70 **1.a.** $A = (5x+2)(2x+1) = 10x^2+4x+5x+2$
$= 10x^2+9x+2$.
b. Test de la réponse pour $x = 0$: $(5x+2)(2x+1) = 2$,
$10x^2+9x+2 = 2$,
les deux expressions prennent la même valeur en 0.
2. $B = (3x+1)(x+5) = 3x^2+15x+x+5$
$= 3x^2+16x+5$;
test de la réponse pour $x = 1$: $(3x+1)(x+5) = 24$,
$3x^2+16x+5 = 24$;
$C = (x+3)(1+2x) = x+2x^2+3+6x = 2x^2+7x+3$;
test de la réponse pour $x = 1$: $(x+3)(1+2x) = 12$,
$2x^2+7x+3 = 12$;
$D = (2x+4)(3+x) = 6x+2x^2+12+4x$
$= 2x^2+10x+12$;
test de la réponse pour $x = 1$: $(2x+4)(3+x) = 24$,
$2x^2+10x+12 = 24$;
$E = (7+x)(8+9x) = 56+63x+8x+9x^2$
$= 9x^2+71x+56$;
test de la réponse pour $x = 1$: $(7+x)(8+9x) = 136$,
$9x^2+71x+56 = 136$;
$F = (5x+2)(2x+3) = 10x^2+15x+4x+6$
$= 10x^2+19x+6$;
test de la réponse pour $x = 1$: $(5x+2)(2x+3) = 35$,
$10x^2+19x+6 = 35$;
$G = (6x+1)(2+7x) = 12x+42x^2+2+7x$
$= 42x^2+19x+2$;
test de la réponse pour $x = 1$: $(6x+1)(2+7x) = 63$,
$42x^2+19x+2 = 63$.

71 $H = (2x+3)(x-4) = 2x^2-8x+3x-12$
$= 2x^2-5x-12$;
test de la réponse pour $x = 0$: $(2x+3)(x-4) = -12$,
$2x^2-5x-12 = -12$;
test de la réponse pour $x = 1$: $(2x+3)(x-4) = -15$,
$2x^2-5x-12 = -15$;

$I = (x-2)(3x+6) = 3x^2 + 6x - 6x - 12 = 3x^2 - 12$;
test de la réponse pour $x = 0$: $(x-2)(3x+6) = -12$, $3x^2 - 12 = -12$;
test de la réponse pour $x = 1$: $(x-2)(3x+6) = -9$, $3x^2 - 12 = -9$;
$J = (5x+3)(7-x) = 35x - 5x^2 + 21 - 3x$
$= -5x^2 + 32x + 21$;
test de la réponse pour $x = 0$: $(5x+3)(7-x) = 21$, $-5x^2 + 32x + 21 = 21$;
test de la réponse pour $x = 1$: $(5x+3)(7-x) = 48$, $-5x^2 + 32x + 21 = 48$;
$K = (7x-1)(x-3) = 7x^2 - 21x - x + 3 = 7x^2 - 22x + 3$;
test de la réponse pour $x = 0$: $(7x-1)(x-3) = 3$, $7x^2 - 22x + 3 = 3$;
test de la réponse pour $x = 1$: $(7x-1)(x-3) = -12$, $7x^2 - 22x + 3 = -12$;
$L = (4x-3)(6x-1) = 24x^2 - 4x - 18x + 3$
$= 24x^2 - 22x + 3$;
test de la réponse pour $x = 0$: $(4x-3)(6x-1) = 3$, $24x^2 - 22x + 3 = 3$;
test de la réponse pour $x = 1$: $(4x-3)(6x-1) = 5$, $24x^2 - 22x + 3 = 5$;
$M = (8x-2)(6-3x) = 48x - 24x^2 - 12 + 6x$
$= -24x^2 + 54x - 12$;
test de la réponse pour $x = 0$: $(8x-2)(6-3x) = -12$, $-24x^2 + 54x - 12 = -12$;
test de la réponse pour $x = 1$: $(8x-2)(6-3x) = 18$, $-24x^2 + 54x - 12 = 18$;
$N = (2x-7)(1-5x) = 2x - 10x^2 - 7 + 35x$
$= -10x^2 + 37x - 7$;
test de la réponse pour $x = 0$: $(2x-7)(1-5x) = -7$, $-10x^2 + 37x - 7 = -7$;
test de la réponse pour $x = 1$: $(2x-7)(1-5x) = 20$, $-10x^2 + 37x - 7 = 20$;
$O = (7x-8)(2-3x) = 14x - 21x^2 - 16 + 24x$
$= -21x^2 + 38x - 16$;
test de la réponse pour $x = 0$: $(7x-8)(2-3x) = -16$, $-21x^2 + 38x - 16 = -16$;
test de la réponse pour $x = 1$: $(7x-8)(2-3x) = 1$, $-21x^2 + 38x - 16 = 1$.

72



REFG carré de côté $x > 2$; *RSTU* rectangle ; $ES = 6$ cm et $UG = 2$ cm

1. a. Aire du carré *REFG* : $A_1 = x^2$;

b. Aire du rectangle *RSTU* :
$A_2 = (x+6)(x-2)$
$= x^2 - 2x + 6x - 12$
$= x^2 + 4x - 12$.

2. Pour $x = 3$:
$A_1 = 9$ et $A_2 = 9 + 12 - 12 = 9$.

Identités remarquables

73 **1. a.** $(30+1)^2 = 900 + 60 + 1$.
b. Donc : $31^2 = (30+1)^2 = 961$.
2. a. $(50+4)(50-4) = 2\,500 - 16$.
b. Donc : $54 \times 46 = (50+4)(50-4) = 2\,484$.

74 **a**. $43^2 = (40+3)^2 = 1\,600 + 240 + 9 = 1\,849$;
b. $71^2 = (70+1)^2 = 4\,900 + 140 + 1 = 5\,041$;
c. $106^2 = (100+6)^2 = 10\,000 + 1\,200 + 36 = 11\,236$;
d. $48^2 = (50-2)^2 = 2\,500 - 200 + 4 = 2\,304$;
e. $95^2 = (100-5)^2 = 10\,000 - 1\,000 + 25 = 9\,025$;
f. $990^2 = (1\,000 - 10)^2 = 1\,000\,000 - 20\,000 + 100 = 980\,100$;
g. $32 \times 28 = (30+2)(30-2) = 900 - 4 = 896$;
h. $97 \times 103 = (100-3)(100+3) = 10\,000 - 9 = 9\,991$;
i. $1\,010 \times 990 = (1\,000 + 10)(1\,000 - 10) = 1\,000\,000 - 100 = 999\,900$.

75 $A = (5x+3)^2 = 25x^2 + 30x + 9$;
$B = (3a+2)^2 = 9a^2 + 12a + 4$;
$C = (1+7y)^2 = 1 + 14y + 49y^2$;
$D = (3+8b)^2 = 9 + 48b + 64b^2$.

76 $E = (2a-5)^2 = 4a^2 - 20a + 25$;
$F = (4x-1)^2 = 16x^2 - 8x + 1$;
$G = (6-7b)^2 = 36 - 84b + 49b^2$;
$H = (1-5y)^2 = 1 - 10y + 25y^2$.

77 **a.** $(6x+2)^2 = 36x^2 + 24x + 4$;
b. $(a+2)^2 = a^2 + 4a + 4$;
c. $(2b-4)^2 = 4b^2 - 16b + 16$;
d. $(4-3y)^2 = 16 - 24y + 9y^2$.

78 $I = (6x+1)(6x-1) = 36x^2-1$;
$J = (4a-3)(4a+3) = 16a^2-9$;
$K = (3+7y)(3-7y) = 9-49y^2$;
$L = (2-5b)(5b+2) = 4-25b^2$.

79 **a.** $(5x+6)(5x-6) = 25x^2 - 36$;
b. $(b+8)(b-8) = b^2 - 64$;
c. $(7y+1)(7y-1) = 49y^2 - 1$.

Bien comprendre, mieux rédiger

80 « Développées » ou « factorisées »

1.

Expressions factorisées	Expressions développées
$(x+4)^2$	x^2-4x
$(x+4)(x-4)$	$x^2-8x+16$
$4(x-4)$	$x^2+8x+16$
$(x-4)^2$	x^2-16
$x(x-4)$	$4x-1$

2. Ces expressions « vont par deux » :
$(x+4)^2 = x^2+8x+16$; $(x-4)^2 = x^2-8x+16$;
$4(x-4) = 4x-16$; $x(x-4) = x^2-4x$;
$(x+4)(x-4) = x^2-16$.

81 Contrôler des réponses

Azah : $(2x+1)(x+4) = 11x+4$;
Marie : $(2x+1)(x+4) = 2x^2+8x+6$;
Dahirou : $(2x+1)(x+4) = 2x^2+9x+4$.
1. Les réponses ne sont pas identiques.
2. Pour $x = 1$:
a. $(2x+1)(x+4) = 15$.
b. $11x+4 = 15$; $2x^2+8x+6 = 16$; $2x^2+9x+4 = 15$.
c. Constat : la réponse de Marie est incorrecte.
3.a. Pour $x = 2$:
$(2x+1)(x+4) = 30$;
$11x+4 = 26$; $2x^2+8x+6 = 30$; $2x^2+9x+4 = 30$.
Constat : la réponse d'Azah est incorrecte.
b. Pour $x = 3$:
$(2x+1)(x+4) = 49$;
$11x+4 = 37$; $2x^2+8x+6 = 48$; $2x^2+9x+4 = 49$.
Constat : les réponses d'Azah et Marie sont incorrectes.
4. Finalement :
a. deux élèves se sont trompés : Azah et Marie.
b. un élève a trouvé la bonne réponse : Dahirou.

82 Gérer les signes « – »

$3 - 2y(y+4) = 3 - 2y \times y + 2y \times 4$
1. Correction : $3 - 2y(y+4) = 3 - 2y \times y - 2y \times 4$
$= 3 - 2y^2 - 8y$.
2. a. $5x - 6x(x+2) = 5x - 6x^2 - 12x = -6x^2 - 7x$
(la réponse donnée est correcte) ;
b. $10x^2 - 3x(5x-3) = 10x^2 - 15x^2 + 9x = -5x^2 + 9x$
(la réponse donnée est correcte) ;
c. $3 - 4(x-7) - 3x(x-2) = 3 - 4x + 28 - 3x^2 + 6x$
$= -3x^2 + 2x + 31$
(la réponse donnée est incorrecte) ;
d. $2 - (x+4)(x+1) = 2 - x^2 - x - 4x - 4 = -x^2 - 5x - 2$
(la réponse donnée est correcte) ;

83 Toujours les signes « – »

$4x - 1 - 5x - 5x = 4x - 1$
1. Daniel n'a pas tenu compte de l'un des signes moins devant l'un des 5x.
2. $4x - 1 - 5x - 5x = -6x - 1$.

84 Signe de *a*, signe de –*a*

1. a. $-a = (-1) \times a$.
b. Si $a = 5$ alors $-a = -5$; si $a = 8$ alors $-a = -8$;
si $a = -3$ alors $-a = 3$; si $a = -10$ alors $-a = 10$.
2. a. $-a$ n'est pas toujours négatif :
si a est positif alors $-a$ est négatif,
si a est négatif alors $-a$ est positif.
b. a n'est pas toujours positif.
3. Pour $a = 8$,
$A = -a + 5 = -3$ $B = (-a+4)(-a+7) = 4$;
pour $a = -6$,
$A = -a + 5 = 11$ $B = (-a+4)(-a+7) = 130$.

85 $(3x)^2$ ou $3x^2$

1. a. $3 \times x \times 3 \times x = (3x)^2$.
b. $3 \times x \times x = 3x^2$.
2. $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2$
$= 9x^2 + 30x + 25$ [et non $3x^2 + 30x + 25$].
3. $-2 \times 2x^2 = -4x^2$; $(4x)^2 = 16x^2$; $(-5x)^2 = 25x^2$;
$3 \times 7x^2 = 21x^2$; $-(6x)^2 = -36x^2$.

86 Double produit

1.

a	b	a^2	b^2	a^2+b^2	$a+b$	$(a+b)^2$
0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	2	1	4	5	3	9
3	5	9	25	34	8	64

2. a. $a^2 + b^2 = (a+b)^2$ est une égalité fausse.
b. Il faut ajouter $2ab$ à $a^2 + b^2$ pour obtenir $(a+b)^2$

87 Choisir la bonne expression

1. Pour $x = 6$;
• en ajoutant 1 au triple de 6, on obtient :
$3 \times 6 + 1 = 19$,
• en calculant le carré de 19, on obtient $19^2 = 361$,
• en retranchant 4, on obtient $361 - 4 = 357$.
2. $x \rightarrow 3x + 1 \rightarrow (3x+1)^2 \rightarrow (3x+1)^2 - 4$.
b. La puissance de 5 dont l'exposant est 3 est égale à125.

Exercices d'approfondissement

88 Bien s'exprimer

1. Double produit ↔ $2xy$

Carré de la somme ↔ $(x+y)^2$

Somme des carrés ↔ x^2+y^2

Carré du produit ↔ $(xy)^2$

Double de la somme des carrés ↔ $2(x^2+y^2)$

Double du carré de la somme ↔ $2(x+y)^2$

2. Le double du produit de deux nombres ajouté à la somme de leurs carrés est égal au carré de leur somme.

$2ab+a^2+b^2=(a+b)^2$ (identité remarquable)

Le double de la somme des carrés de deux nombres est égal au carré de leur somme augmenté du carré de leur différence.

$$\begin{aligned}(a+b)^2+(a-b)^2 &= a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2\\ &= a^2+b^2+a^2+b^2\\ &= 2(a^2+b^2)\end{aligned}$$

(identités remarquables)

89 Méli Mélo

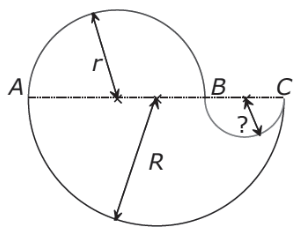
$$\begin{aligned}A &= 2x(5x+3)+(4x+1)(3x+7)\\ &= 10x^2+6x+12x^2+28x+3x+7\\ &= 22x^2+37x+7\ ;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= (5a+1)(6a-2)-(a^2+5a-1)\\ &= 30a^2-10a+6a-2-a^2-5a+1\\ &= 29a^2-9a-1\ ;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C &= (y+7)^2-(2y-3)(2y+3)\\ &= y^2+14y+49-4y^2+9\\ &= -3y^2+14y+58\ ;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D &= b+4-(6b-2)^2+(3b-5)\\ &= b+4-36b^2+24b-4+3b-5\\ &= -36b^2+28b-5.\end{aligned}$$

90 Plus court chemin



1. Longueur du demi-cercle de rayon R : πR ;

longueur du demi-cercle de rayon r : πr.

2. a. $AC=2R$ et $AB=2r$;

$BC=2R-2r=2(R-r)$;

donc le rayon du 3e demi-cercle (à droite) est égal à $R-r$.

b. On en déduit que la longueur du 3e demi-cercle est égale à : $\pi(R-r)$;

3. $\pi r+\pi(R-r)=\pi r+\pi R-\pi r=\pi R$;

donc la longueur du demi-cercle de rayon R est égale à la somme des longueurs des deux autres demi-cercles.

91 Avec des fractions (1)

$$E=\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}+\frac{3}{2}x+\frac{5}{3}=2x+\frac{7}{3}\ ;$$

$$\begin{aligned}F&=\frac{3}{4}a^2+\frac{3}{5}a+\frac{5}{8}+\frac{7}{4}a^2-\frac{2}{5}a-\frac{3}{8}\\ &=\frac{5}{2}a^2+\frac{1}{5}a+\frac{1}{4}\ ;\end{aligned}$$

$$G=\frac{1}{2}y+\frac{7}{3}+\frac{3}{4}y+\frac{2}{5}=\frac{5}{4}y+\frac{41}{15}.$$

92 Avec des fractions (2)

$$I=\frac{1}{3}x\left(x+\frac{5}{4}\right)=\frac{1}{3}x^2+\frac{5}{12}\ ;$$

$$J=\frac{3}{2}y\left(\frac{1}{5}-\frac{9}{7}y\right)=\frac{3}{10}y-\frac{27}{14}y^2\ ;$$

$$K=\left(\frac{5}{4}a+\frac{1}{12}\right)\left(\frac{1}{3}+a\right)=\frac{5}{4}a^2+\frac{1}{2}a+\frac{1}{36}\ ;$$

$$L=\left(\frac{3}{2}b+\frac{1}{5}\right)^2=\frac{9}{4}b^2+\frac{3}{5}b+\frac{1}{25}.$$

93 Magie ou pas magie

1. Pour Walter qui a 23 ans :

$$\begin{aligned}&(23+2)\times(23-2)+5-23^2\\ &\quad=25\times21+5-529=525+5-529=1.\end{aligned}$$

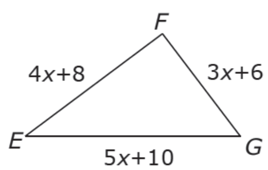
Pour Catherine qui a 16 ans :

$$\begin{aligned}&(16+2)\times(16-2)+5-16^2\\ &\quad=18\times14+5-256=252+5-256=1.\end{aligned}$$

2. Pour une personne dont l'âge est x ans :

$(x+2)(x-2)+5-x^2=x^2-4+5-x^2=1.$

94 Bon souvenir de Pythagore



Le triangle EFG est rectangle en F car :

$EF^2=(4x+8)^2=16x^2+64x+64$

$FG^2=(3x+6)^2=9x^2+36x+36$

$EG^2=(5x+10)^2=25x^2+100x+100$

donc: $EF^2+FG^2=EG^2$.

95 Avec un tableur

1.

	A	B	C	D
1	Nombre entier : n	(n+1)²	n(n+2)	A
2	0	1	0	1
3	1	4	3	1
4	2	9	8	1
5	3	16	15	1
6	4	25	24	1
7	5	36	35	1
8	6	49	48	1
9	7	64	63	1
10	8	81	80	1
11	9	100	99	1
12	10	121	120	1
13	11	144	143	1
14	12	169	168	1
15	13	196	195	1
16	14	225	224	1
17	15	256	255	1
18	16	289	288	1
19	17	324	323	1
20	18	361	360	1
21	19	400	399	1
22	20	441	440	1
23				

On observe que l'expression A est constante et égale à 1.

2. $A = (n+1)^2 - n(n+2)$

$A = n^2 + 2n + 1 - n^2 - 2n$

$A = 1$.

Activités d'intégration

96 Les couleurs des carrelages

a. • L'aire à carreler en blanc d'une pièce de côté x est : $\mathscr{A}_B = (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$.

• L'aire à carreler en rouge d'une pièce de côté x est : $\mathscr{A}_R = x^2 - \mathscr{A}_B$

$\mathscr{A}_R = x^2 - (x-2)^2$

$\mathscr{A}_R = 4x - 4$.

b. Pour les 5 pièces du bâtiment, Moussa doit carreler :

• en rouge : $2 \times (4 \times 10 - 4) + 2 \times (4 \times 12 - 4) + 4 \times 15 - 4 = 216$ m².

• en blanc : $2 \times (10-2)^2 + 2 \times (12-2)^2 + (15-2)^2 = 497$ m².

97 Le bon prix

a. Recette journalière de Maria si elle baisse son tarif de x francs :

$R = (40 + 2x) \times (25 - x) \times 10$.

b. On peut utiliser un tableur pour répondre à la quesiton.

En cellule B2, on tape la formule : = (40 + 2 * A2) * (25 – A2) * 10

Puis on étire vers le bas.

	A	B
1	Baisse du tarif : x	Recette journalière de Maria
2	0	10000
3	1	10080
4	2	10120
5	3	10120
6	4	10080
7	5	10000
8	6	9880
9	7	9720
10	8	9520
11	9	9280
12	10	9000

Les meilleurs tarifs pour Maria seraient de :

25 – 2 = 23 francs ou 25 – 3 = 22 francs pour 1 mois de communication.

Dans les deux cas, sa recette journalière serait de 10 120 francs.

5 Équations et inéquations

Manuel pages 55 à 66

Activités d'apprentissage	Cours Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre Mieux rédiger	Approfondissement
1	Égalité et opérations [1 p 58]	22, 23, 24		
2	Équations du premier degré à une inconnue [2 p 58]	25, 26, 27	52, 53, 54	
3	Résolution des équations [3 p 58]	28, 29, 30, 31, 32, 33, 34	54, 55	60, 61, 62, 63, 64, 65, 66
	Apprendre à résoudre un problème par une équation [1 p 60]*	**1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10**	54, 55	64, 65, 66, 69, 70
4	Symboles d'inégalité [4 p 59]	35 à 51	56, 58, 59	
5	Inégalité : ordre et opérations [5 p 59]	35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48	57, 59	67, 68
6	Inéquations à une inconnue [6 p 59]	49, 50, 51	56, 57	68
	Apprendre à trouver des solutions d'une inéquation [2 p 61]*	**11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 18, 20, 21**		

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

Introduction et contrôle des pré-requis

Les jeunes lions

1. Distance parcourue le 1er jour : $\dfrac{88-26}{2} = 31$ km ; distance parcourue 2e jour : $31 + 26 = 57$ km.

2. Si la distance parcourue le 1er jour est de x km, celle parcourue le 2e jour est de $(x + 17{,}5)$ km
celle parcourue le 3e jour est de $(x - 8)$ km ;

donc : $x + (x + 17{,}5) + (x-8) = 3x + 9{,}5 = 66{,}5$; d'où : $x = \dfrac{66{,}5 - 9{,}5}{3} = 19$;

on en déduit que : les lions ont parcouru le 1er jour 19 km ;
les lions ont parcouru le 2e jour $19 + 17{,}5 = 36{,}5$ km ;
les lions ont parcouru le 3e jour $19 - 8 = 11$ km.

Activités d'apprentissage

1 L'équilibre est-il conservé ?

1. Lorsque la balance est en équilibre, les masses a (d'un cube) et b (d'une boule) sont égales : $a = b$.

2. En ajoutant sur chacun des plateaux une pyramide de masse c, la balance reste en équilibre : $a + c = b + c$.

3. En remplaçant les pyramides par 4 cubes (où il y en a déjà un) et 4 boules (où il y en a déjà une), la balance est toujours en équilibre : $5a = 5b$.

Application : ① lorsque $4x + 5 = x + 11$, on a aussi $(4x + 5) + 3 = (x + 11) + 3$, c'est-à-dire : $4x + 8 = x + 14$;
② lorsque $5x = 6$, on aussi $7 \times 5x = 7 \times 6$, c'est-à-dire : $35x = 42$;
③ lorsque $3x + 4 = x + 9$, on a aussi $3x + 4-x = x + 9-x$, c'est-à-dire : $2x + 4 = 9$;
④ lorsque $6x = 15$, on a aussi $\dfrac{1}{3} \times 6x = \dfrac{1}{3} \times 15$, c'est-à-dire : $2x = 5$.

2 Équation et méthode du test

1. a. Masse posée sur le plateau A : $3m$; masse posée sur le plateau B : $m + 500$.

b. Lorsque la balance est en équilibre, on a : $3m = m + 500$.

2. a.

Masse m (en g) d'un flacon	80	150	200	250	300
Masse sur le plateau A (en g)	240	450	600	750	900
Masse sur le plateau B (en g)	580	650	700	750	800

b. L'égalité écrite précédemment est vraie pour $m = 250$.
On en déduit que la masse d'un flacon est égale à 250 g.

3 Résoudre une équation (du premier degré à une inconnue)

1. Équation traduisant l'équilibre de la balance de départ : $3x + 20 = x + 90$ (i).
2. a. À l'étape 1, Sonia a enlevé une balle de chaque plateau de la balance.
b. Nouvelle équation traduisant le nouvel équilibre de la balance : $2x + 20 = 90$.
3. a. À l'étape 2, Sonia a enlevé 20 g de chaque plateau de la balance.
b. Nouvelle équation traduisant le nouvel équilibre de la balance : $2x = 70$.
4. a. À l'étape 3, pour trouver la masse d'une seule balle, Sonia a divisé par deux la masse du plateau de droite.
b. La masse d'une balle est : $x = \dfrac{70}{2} = 35$ g.
5. Test (recommandé après toute résolution d'équation) :
$3 \times 35 + 20 = 125$ et $35 + 90 = 125$; donc l'équation de départ (i) est bien vérifiée pour $x = 35$.

4 Des boxeurs de masses inégales

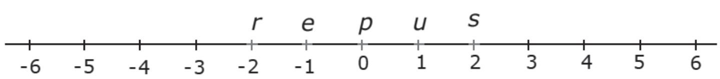
Moyens	Mi-lourds	Lourds	Super-lourds
$69 \text{ kg} < p \leqslant 75 \text{ kg}$	$75 \text{ kg} < p \leqslant 81 \text{ kg}$	$81 \text{ kg} < p \leqslant 91 \text{ kg}$	$91 \text{ kg} < p$

1. Dans le tableau ci-dessus, la lettre p désigne le poids d'un boxeur.
2. Ali, qui pèse 79,250 kg, appartient à la catégorie des mi-lourds ;
Malik, qui pèse $79{,}250 + 2{,}120 = 81{,}370$ kg, appartient à la catégorie des lourds ;
ces deux boxeurs, qui n'appartiennent pas à la même catégorie, ne peuvent pas combattre ensemble.
3.a. Noah, qui pèse exactement 91 kg, appartient à la catégorie des lourds.
b. Joseph, qui pèse exactement 69 kg, n'appartient pas à la catégorie des moyens ; Achille, qui pèse 69,100 kg, appartient à cette catégorie des moyens ; donc ces deux boxeurs (dont le poids ne diffère que de 0,100 kg) ne peuvent pas combattre ensemble.

5 Ordre conservé ou ordre inversé

1. a. Ordre croissant :
$-2 < -1 < 0 < 1 < 2$.

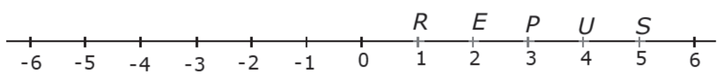
b.



c. On lit le mot : « repus ».

2. Consigne ① : Ajouter 3 à chacun des nombres 0, 1, 2, –1 et –2
a. On obtient dans l'ordre croissant :
$1 < 2 < 3 < 4 < 5$.

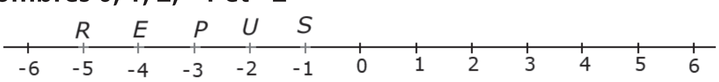
b.



c. On lit le mot : « repus ».

3. Consigne ② : Ajouter (–3) à chacun des nombres 0, 1, 2, –1 et –2
a. On obtient dans l'ordre croissant :
$-5 < -4 < -3 < -2 < -1$.

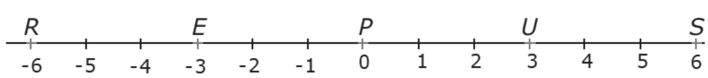
b.



c. On lit le mot : « repus ».

Consigne ③ : Multiplier par 3 chacun des nombres 0, 1, 2, –1 et –2
a. On obtient dans l'ordre croissant :
$-6 < -3 < 0 < 3 < 6$.

b.

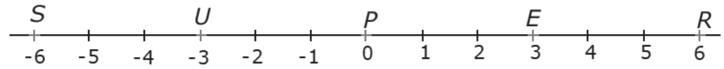


c. On lit le mot : « repus ».

Consigne ④ : Multiplier par (– 3) chacun des nombres 0, 1, 2, –1 et –2

a. On obtient dans l'ordre croissant :
$-6 < -3 < 0 < 3 < 6$.

b.



c. On lit le mot : « SUPER ».

4. La remarque de Kouma est correcte : l'ordre est conservé lorsqu'on ajoute un même nombre à tous ceux de la liste de départ.

La remarque de David est incorrecte : l'ordre est conservé lorsqu'on multiplie par un même nombre positif tous ceux de la liste de départ ; l'ordre est inversé lorsqu'on multiplie par un même nombre négatif tous ceux de la liste de départ.

6 Recherche de solutions pour une inéquation

On considère l'inéquation : $2x + 5 < 3x + 7$.

1. Pour $x = 0$: $2x + 5 = 5$ et $3x + 7 = 7$; c'est-à-dire : le membre de gauche $2x + 5$ est inférieur au membre de droite $3x + 7$.

Pour $x = -3$: $2x + 5 = -1$ et $3x + 7 = -2$; c'est-à-dire : le membre de gauche $2x + 5$ est supérieur au membre de droite $3x + 7$.

C'est donc Sarah qui a raison.

2.

	– 7	– 4	– 2	0,5	1	3	5
$2x + 5$	– 4	– 3	1	6	7	11	15
$3x + 7$	– 14	– 5	1	8,5	10	16	22

3. a. Sont solutions de l'inéquation $2x + 5 < 3x + 7$ les nombres : 0,5 ; 1 ; 3 et 5.

b. Ne sont pas solutions de l'inéquation $2x + 5 < 3x + 7$ les nombres : – 7 ; – 4 ; – 2.

Méthodes et savoir–faire

1. Apprendre à résoudre un problème par une équation

1 **a.** 5 est la solution de l'équation $3x + 9 = 2x + 14$ car : $3 \times 5 + 9 = 24$ et $2 \times 5 + 14 = 24$.

b. 2 est la solution de l'équation $1 - 6y = 3y - 17$ car :
$1 - 6 \times 2 = -11$ et $3 \times 2 - 17 = -1$.

2 **a.** $x + 12 = 17$
$x = 17 - 12$
$x = 5$

b. $a - 7 = 13$
$a = 13 + 7$
$a = 20$

c. $-4 = 6 + y$
$y = -4 - 6$
$y = -10$

d. $8 = -2 + b$
$b = 8 + 2$
$b = 10$.

3 **a.** $7x = 42$
$x = \dfrac{42}{7}$
$x = 6$

b. $36 = -12a$
$a = \dfrac{36}{-12}$
$a = -3$

c. $9y = -72$
$y = \dfrac{-72}{9}$
$y = -8$

d. $-55 = -5b$
$b = \dfrac{-55}{-5}$
$b = 11$.

4 **a.** $8a + 72 = 0$
$8a = -72$
$a = \dfrac{-72}{8}$
$a = -9$

b. $0 = 3x - 15$
$3x = 15$
$x = \dfrac{15}{3}$
$x = 5$

c. $0 = -2v + 48$
$2v = 48$
$v = \dfrac{48}{2}$
$v = 24$.

d. $-30 - y = 0$
$y = -30$

5 **a.** $9a + 4 = 31$
$9a = 31 - 4$
$a = \dfrac{27}{9}$
$a = 3$

b. $2 + 5b = -33$
$5b = -33 - 2$
$b = \dfrac{-35}{5}$
$b = -7$

c. $19 = -4x - 7$
$-4x = 19 + 7$
$x = \dfrac{26}{-4}$
$x = -6{,}5$.

d. $-13 = -10 - y$
$-y = -13 + 10$
$y = 3$

6 **a.** $6x = 4x + 14$
$2x = 14$
$x = 7$

b. $5a = 56 - 3a$
$8a = 56$
$a = 7$

c. $-27 + 7y = -2y$
$-9y = 27$
$y = 3$

d. $-8b = -49 - b$
$-7b = -49$
$b = 7$.

7 **a.** $5x + 4 = 3x + 10$
$2x = 6$
$x = 3$

b. $2y - 7 = 38 + 7y$
$5y = -45$
$y = -9$

c. $-a + 6 = 8a - 30$
$9a = 36$
$a = 4$

d. $5 - 12b = -7 - 11b$
$-b = -12$
$b = 12$.

8 **1.** Si x est le nombre de garçons, alors $3x$ est le nombre de filles.
2. Dans une classe de 56 élèves, il y a :
$x = \frac{56}{4} = 14$ garçons et $3x = 3 \times 14 = 42$ filles.

9 Soit f le prix, en F CFA, d'une carte téléphonique.
On a : $3 \times 1\,000 + 6f = 21\,000$
$6f = 18\,000$
$f = 3\,000$.

10 Soit m la masse, en kg, d'un panier de légumes.
On a : $5m + 12 = 8m$
$3m = 12$
$m = 4$.

2. Apprendre à trouver des solutions à une inéquation

11 $7 \times 4 + 2 = 30$ et $3 \times 4 + 15 = 27$, donc 4 n'est pas solution de l'inéquation : $7x + 2 < 3x + 15$;
$7 \times (-5) + 2 = -33$ et $3 \times (-5) + 15 = 0$, donc -5 est solution de l'inéquation : $7x + 2 < 3x + 15$.

12 $-3 \times 1 - 5 = -8$ et $8 \times 1 + 12 = 20$, donc 1 n'est pas solution de l'inéquation : $-3x - 5 \geqslant 8x + 12$;
$-3 \times (-2) - 5 = 1$ et $8 \times (-2) + 12 = -4$, donc -2 est solution de l'inéquation : $-3x - 5 \geqslant 8x + 12$.

13 Parmi les nombres 2 ; 5 ; -1 et -4,
1. 2 ; 5 et -1 sont solutions de l'inéquation $5x + 9 > 2x$;
2. 5 est solution de l'inéquation $9x + 8 < 11x$.

14 **1.** Inéquations pour lesquelles 3 est une des solutions : $4x + 2 > 6$; $1 - 5x \geqslant -14$.
2. Inéquations pour lesquelles -5 est une des solutions : $-6x < 12 - 11x$; $1 - 5x \geqslant -14$.

15 $\frac{1}{3}$ est une solution pour les trois inéquations :
$6x - 2 \leqslant 0$; $-4x \geqslant -2$; $-3x + 2 \leqslant 1$;
en effet : $6 \times \frac{1}{3} - 2 = 0$; $-4 \times \frac{1}{3} = -\frac{4}{3}$; $-3 \times \frac{1}{3} + 2 = 1$.

16 **a.** Pour l'inéquation $x + 4 < 7$ (ou $x < 3$) :
0 et 1 sont des solutions ;
3 et 4 ne sont pas des solutions ;
b. Pour l'inéquation $y - 2 \geqslant 5$ (ou $y \geqslant 7$) :
7 et 8 sont des solutions ;
3 et 4 ne sont pas des solutions ;
c. Pour l'inéquation $a + 2 \geqslant -6$ (ou $a \geqslant -8$) :
0 et 1 sont des solutions ;
-9 et -10 ne sont pas des solutions ;
d. Pour l'inéquation $b - 1 \leqslant -8$ (ou $b \leqslant -7$) :
-7 et -8 sont des solutions ;
3 et 4 ne sont pas des solutions.

17 **a.** Pour l'inéquation $5x \geqslant 30$ (ou $x \geqslant 6$) :
7 et 8 sont des solutions ;
0 et 3 ne sont pas des solutions ;
b. Pour l'inéquation $-7y < 42$ (ou $y > -6$) :
0 et 4 sont des solutions de l'inéquation :;
-6 et -7 ne sont pas des solutions ;
c. Pour l'inéquation $3a > -12$ (ou $a > -4$) :
0 et -1 sont des solutions :;
-4 et -5 ne sont pas des solutions ;
d. Pour l'inéquation $-10b \leqslant -50$ (ou $b \geqslant 5$) :
5 et 6 sont des solutions ;
3 et 4 ne sont pas des solutions.

18 **a.** Pour l'inéquation $2x + 7 \leqslant 11$ (ou $x \leqslant 2$) :
0 et 1 sont des solutions ;
3 et 4 ne sont pas des solutions ;
b. Pour l'inéquation $-8 > 5y + 12$ (ou $-6 > y$) :
-6 et -7 sont des solutions ;
0 et 1 ne sont pas des solutions ;
c. Pour l'inéquation $31 \leqslant -4a - 9$ (ou $-10 \geqslant a$) :
-10 et -11 sont des solutions de l'inéquation ;
0 et 1 ne sont pas des solutions ;
d. Pour l'inéquation $-8b - 1 \leqslant -17$ (ou $b \geqslant 2$) :
2 et 3 sont des solutions ;
0 et 1 ne sont pas des solutions.

19 **a.** Pour l'inéquation $5x + 8 > 3x$ (ou $x > -4$) :
0 et 1 sont des solutions ;
-5 et -4 ne sont pas des solutions ;
b. Pour l'inéquation $6y \leqslant 18 - 3y$ (ou $y \leqslant 2$) :
0 et 2 sont des solutions ;
3 et 4 ne sont pas des solutions ;

c. Pour l'inéquation $-a + 21 > -8a$ (ou $a > -3$) :
0 et 1 sont des solutions de l'inéquation ;
-3 et -10 ne sont pas des solutions ;
d. Pour l'inéquation $-5b \geqslant -2b - 12$ (ou $b \leqslant 4$) :
0 et 4 sont des solutions ;
5 et 6 ne sont pas des solutions.

20 **a.** Pour l'inéquation $-8a + 7 > 4a - 5$ (ou $1 > a$) :
-1 et 0 sont des solutions ;
1 et 4 ne sont pas des solutions ;
b. Pour l'inéquation $y - 12 \geqslant -9y + 8$ (ou $y \geqslant 2$) :
2 et 5 sont des solutions ;
0 et 1 ne sont pas des solutions ;
c. Pour l'inéquation $4x + 12 < 2x + 18$ (ou $x < 3$) :
0 et 1 sont des solutions ;
3 et 10 ne sont pas des solutions ;

d. Pour l'inéquation $-7b - 4 \leqslant -2b - 19$ (ou $3 \leqslant b$) :
3 et 8 sont des solutions ;
-1 et 2 ne sont pas des solutions.

21 **a.** Pour l'inéquation $\frac{4}{5}x \geqslant 20$ (ou $x \geqslant 25$) :
25 et 30 sont des solutions ;
15 et 20 ne sont pas des solutions ;
b. Pour l'inéquation $-\frac{3}{4}x < 28$ (ou $x > -\frac{112}{3}$) :
-8 et 4 sont des solutions ;
-40 et -60 ne sont pas des solutions ;
c. Pour l'inéquation $5 < 4 - x$ (ou $x < -1$) :
-5 et -2 sont des solutions ;
-1 et 3 ne sont pas des solutions ;
d. Pour l'inéquation $5 - 2x < -3$ (ou $4 < x$) :
5 et 6 sont des solutions ;
-4 et 4 ne sont pas des solutions.

Exercices d'application

Propriétés des égalités

22 On considère l'équation : $7x + 4 = -3x + 2$.
On passe à :
a. $10x + 4 = 2$ en additionnant $3x$ aux deux membres ;
b. $7x = -3x - 2$ en soustrayant 4 aux deux membres ;
c. $7x + 2 = -3x$ en soustrayant 2 aux deux membres ;
d. $4 = -10x + 2$ en soustrayant $7x$ aux deux membres.

23 **1.** On passe de $7 - \frac{1}{4}y = 3$ à $-\frac{1}{4}y = -4$
en soustrayant 7 aux deux membres ;
2. On passe de $\frac{b}{3} = 4$ à $b = 12$
en multipliant les deux membres par 3 ;
3. On passe de $\frac{2-x}{5} = -9$ à $x - 2 = 45$
en multipliant les deux membres par -5 ;
4. On passe de $4a = \frac{a}{3}$ à $\frac{11a}{3} - \frac{3}{7} = 0$
en soustrayant $\frac{a}{3}$ aux deux membres.

24 **a.** Si $2x - 9 = 0$, alors $2x = 9$, donc $x = \frac{9}{2}$;

b. Si $3a + 9 = 0$, alors $3a = -9$, donc $a = \frac{-9}{3} = -3$;

c. Si $-9 + 7y = 0$, alors $7y = 9$, donc $y = \frac{9}{7}$;

d. Si $9 - 5z = 0$, alors $5z = 9$, donc $z = \frac{9}{5}$.

Solutions d'une équation

25 Équations ayant la même solution que $3x - 2 = 5$:
$3x + 1 = 8$ (obtenue en ajoutant 3 aux deux membres) ;
$3x - 6 = 1$ (obtenue en soustrayant 4 aux deux membres) ;
$3x = 7$ (obtenue en ajoutant 2 aux deux membres).

26 **1.** $\frac{1}{3}$ est la solution de l'équation $3x - 6 = -7 + 6x$.
1 est la solution de l'équation $3x\text{-}6 = -7 + 6x$.
2. -8 est la solution de l'équation $\frac{2}{3}x - 4 = x - \frac{4}{3}$.

27 **1.**

	$x = 0$	$x = 2$	$x = 4$
$-3x + 11$	11	5	-1
$3x - 13$	-13	-7	-1
$-4x + 1$	1	-7	-15
$2x + 1$	1	5	9

2. a. 4 est la solution de l'équation $-3x + 11 = 3x - 13$;
2 est la solution de l'équation $3x - 13 = -4x + 1$.
b. 0 est la solution de l'équation $-4x + 1 = 2x + 1$;
2 est la solution de l'équation $-3x + 11 = 2x + 1$.

Résolution d'équations

28 **a.** $3x + 4 = 5$
$3x = 1$
$x = \frac{1}{3}$.

b. $3x - 4 = 5$
$3x = 9$
$x = 3$.

c. $\frac{x}{3} + 4 = 5$

$\frac{x}{3} = 1$

$x = 3$

d. $\frac{3}{4}x = 5$

$x = 5 \times \frac{4}{3}$

$x = \frac{20}{3}$.

29 **a.** $0{,}7x = 0{,}07$
$x = 0{,}1$

b. $40x = 0{,}4$
$x = 0{,}01$

c. $0{,}02x = 20$
$x = 1\,000$

d. $6{,}66x = 66{,}6$
$x = 10$.

30 Toutes les équations ont pour solution $x = -2$, sauf l'équation $5x = 3x + 4$, qui a pour solution $x = 2$.

Problèmes

31 **1.** Si x est le nombre de jetons de 2 mm d'épaisseur, alors le nombre de jetons de 3 mm d'épaisseur est : $54 - x$.

2. Lorsque les jetons sont empilés :
a. la hauteur atteinte par les jetons de 2 mm est $2x$,
b. la hauteur atteinte par les jetons de 3 mm est $3(54 - x)$.

3. On obtient : $2x + 3(54 - x) = 132$
$(2 - 3)x = 132 - 162$
$x = 30$.

Il y a donc : 30 jetons de 2 mm d'épaisseur, 24 jetons de 3 mm d'épaisseur.

32 Désignons par x le nombre cherché.

1. On a : $4 + \frac{3}{4}x = \frac{4}{5}x - 2$

$\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4}\right)x = 4 + 2$

$\frac{x}{20} = 6$

$x = 120$.

2. Vérification : $4 + \frac{3}{4} \times 120 = 94$ et $\frac{4}{5} \times 120 - 2 = 94$.

33 Si x désigne la longueur (en cm) du côté du pentagone, alors $12 - x$ est celle du côté du triangle équilatéral.

Lorsque les périmètres du pentagone et du triangle équilatéral sont égaux, on a :
$5x = 3(12 - x)$
$8x = 36$
$x = 4{,}5$ cm.

34 Périmètre du rectangle : $2(4 + 3y) = 8 + 6y$;
périmètre du carré : $4(2y + 1) = 8y + 4$.

Lorsque les périmètres du rectangle et du carré sont égaux, on a :
$8 + 6y = 8y + 4$
$4 = 2y$
$y = 2$ cm.

Inégalités et opérations

35 Si $x < y$ alors :
a. $x \times 8 < y \times 8$; **b.** $x - 4 < y - 4$;
c. $x + 11 < y + 11$; **d.** $x \times (-5) > y \times (-5)$.

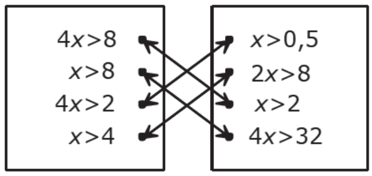
36 Si $x \geqslant y$ alors :
a. $-2 \times x \leqslant -2 \times y$; **b.** $-x \leqslant -y$;
c. $5x - 7 \geqslant 5y - 7$; **d.** $-2x + 3 \leqslant -2y + 3$.

37 Si $x > y$ alors :
a. $x - 4 > y - 4$; **b.** $y - 1 < x - 1$;
c. $0{,}25x > 0{,}25y$; **d.** $-7y > -7x$.

38 **a.** $8 \times 7{,}6 < 8 \times 8{,}7$; **b.** $6{,}3 \times 4{,}5 > 4{,}06 \times 6{,}3$;
c. $-5 \times \frac{3}{4} > -6 \times 0{,}75$; **d.** $1{,}01 \times 10^5 < 1{,}1 \times 10^5$.

39 Si $y > -10$ alors :
a. $y + 7 > 3$; **b.** $y - 13 > -23$;
c. $4y > -40$; **d.** $-0{,}2y < 2$.

40



41 **a.** On passe de $x + 17 < 15$ à $x < -2$ en soustrayant 17 aux deux membres ;
b. On passe de $x - 9 > -3$ à $x > 6$ en additionnant 9 aux deux membres ;
c. On passe de $-12{,}5 \leqslant x - 3{,}5$ à $-9 \leqslant x$ en additionnant 3,5 aux deux membres ;
d. On passe de $\frac{3}{7} \geqslant -\frac{11}{7} + x$ à $2 \geqslant x$ en additionnant $\frac{11}{7}$ aux deux membres.

42 **a.** On passe de $3x + 7{,}3 \leqslant -5{,}6$ à $x \leqslant \frac{-7{,}3 - 5{,}6}{3}$
$x \leqslant -4{,}3$;
b. On passe de $9 \geqslant -2x + 5$ à $x \geqslant \frac{5 - 9}{2}$
$x \geqslant -2$;
c. On passe de $14 - 5x \leqslant 11 - 2x$ à $-3x \leqslant -3$
$x \geqslant 1$;
d. On passe de $6 + 3x > 14 - x$ à $4x > 8$
$x > 2$.

43 **a.** On passe de $\frac{3}{5}x < \frac{1}{5}$ à $3x < 1$
$x < \frac{1}{3}$;

b. On passe de $\frac{2}{7}x \leqslant -\frac{3}{14}$ à $4x \leqslant -3$;

$x \leqslant -\frac{3}{4}$;

c. On passe de $\frac{3}{4}x > -\frac{5}{8}x$ à $5x > -6$

$x > -\frac{6}{5}$.

44 Ont les mêmes solutions que $9x < -5$:
$9x + 5 < 0$; $8x < -5 - x$; $-9x > 5$.

Encadrements

45 Si $-2 < x < 6$, alors :
a. $0 < x + 2 < 8$; **b.** $-6 < x - 4 < 2$;
c. $-0{,}6 < 0{,}3x < 1{,}8$; **d.** $-18 < -3x < 6$.

46 **1.** Si $x + 8 > 3$, alors $x > -5$.
2. Si $-4x \geqslant 12$, alors $x \leqslant -3$.
3. a. Si $x + 8 > 3$ et $-4x \geqslant 12$, alors $-5 < x \leqslant -3$.
b. Une seule valeur entière possible pour x : -4.

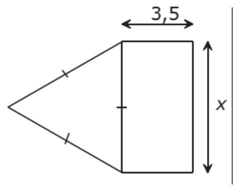
47 **1. a.** Si $y - 6 \leqslant -2$ et $-14y < 28$, alors :
$y \leqslant 4$ et $y > -2$ ou : $-2 < y \leqslant 4$.
b. Valeurs entières possibles pour y : -1, 0, 1, 2, 3 et 4.
2. Encadrement de $y + 3$: $1 < y + 3 \leqslant 7$.

48 Encadrement de la largeur a du rectangle :
$7 < a < 11$;
encadrement de la longueur b du rectangle :
$18 < b < 25$;
encadrement du périmètre p de ce rectangle :
$2(7 + 18) < 2(a + b) < 2(11 + 25)$
$50 < p < 72$.

Problèmes

49 Soit n le plus petit des quatre entiers consécutifs, dont la somme est strictement supérieure à 2 006.
On a : $n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) > 2\,006$
$4n + 6 > 2\,006$
$n > 500$.

50



Périmètre du rectangle : $2x + 7$;
périmètre du triangle équilatéral : $3x$.
Le périmètre du rectangle est supérieur ou égal à celui du triangle équilatéral lorsque : $3x \leqslant 2x + 7$
$x \leqslant 7$ cm.

51 Encadrement trouvé par Fabrice :
$26 \times 29 \leqslant L < 26 \times 30$
754 cm $\leqslant L < 780$ cm ;
encadrement trouvé par Maya :
$24 \times 31 \leqslant L < 24 \times 32$
744 cm $\leqslant L < 768$ cm.

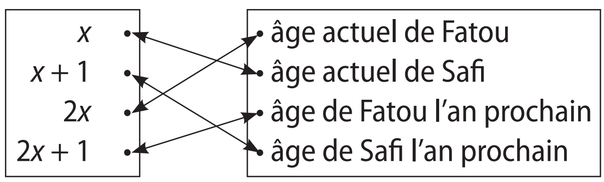
Bien comprendre, mieux rédiger

52 **Vocabulaire des équations**
Pour résoudre l'équation $5x - 7 = 11 - x$, on commence par rassembler les termes en x dans le membre de gauche et les termes sans x dans le membre de droite.
On obtient $5x + x = 11 + 7$.
Ensuite, on réduit et on a : $6x = 18$.
En divisant chaque membre par 6, on obtient $x = \frac{18}{6}$.
La solution de l'équation est $x = 3$.

53 **Deux contrôles valent mieux qu'un**
a. Pour $x = 3$: $4(2x + 1) = 28$; $2(3x + 5) = 28$;
donc 3 est effectivement la solution de l'équation :
$4(2x + 1) = 2(3x + 5)$.
b. Deux erreurs commises par Bih :
……
$\mathbf{8}x + 4 = 6x + 10$ (2^e^ ligne)
……
$x = \frac{6}{\mathbf{-2}}$. (5^e^ ligne)

54 **Mettre en équation un énoncé**
Fatou a le double de l'âge de sa sœur Safi.
L'an prochain, elles auront à elles deux 23 ans.

1.



2. a. $(x + 1) + (2x + 1) = 23$.
b. $3x = 21$; donc l'âge actuel de Safi est de 7 ans, celui de Fatou est de 14 ans.

55 Retrouver la bonne équation

Si x désigne le prix d'une boîte de DVD, l'équation qui correspond à l'énoncé est :
$3x + 305 = 5x - 125$ (chaque membre correspond à la somme disponible) donc : $305 + 125 = 5x - 3x$

$$430 = 2x$$

Le prix d'une boîte de DVD est : 215 F CFA.

55 Avec les bons symboles

1. a. « Les deux tiers d'un nombre sont strictement inférieurs à moins quatorze » se traduit par l'inéquation : $\frac{2}{3}x < -14$.
b. « L'opposé du double d'un nombre est supérieur ou égal à trois cinquièmes » se traduit par : $-2x \geqslant \frac{3}{5}$.
c. « La différence de sept et du quadruple d'un nombre est strictement supérieure à cinq » se traduit par : $7 - 4x > 5$.
d. « La somme des trois quarts d'un nombre et de neuf est inférieure ou égale à moins un » se traduit par : $\frac{3}{4}x + 9 \leqslant -1$.
2. a. Si $\frac{2}{3}x < -14$ alors : $x < -21$.
b. Si $-2x \geqslant \frac{3}{5}$ alors :$x \leqslant -\frac{3}{10}$.
c. Si $7 - 4x > 5$ alors : $x < \frac{1}{2}$.
d. Si $\frac{3}{4}x + 9 \leqslant -1$ alors : $x \leqslant -\frac{40}{3}$.

57 Savoir mener l'action

départ	action	arrivée
$7x < 56$	On divise par 7 les deux membres	$x < 8$
$x - 11 > 0$	On additionne 11 aux deux membres	$x > 11$
$x - 8 \leqslant -5$	On additionne 8 aux deux membres	$x \leqslant 3$
$\frac{x}{3} \geqslant -1$	On multiplie par 3 les deux membres	$x \geqslant -3$
$36 > -9x$	On divise par –9 les deux membres	$x > -4$
$-5x > -5$	On divise par –5 les deux membres	$x < 1$

58 « Au moins », « Au plus »

En début de match, un ballon de football doit peser 450 g au plus et 410 g au moins.
1. a. La masse m d'un ballon de football :
• peut-être égale à 410 g, 449 g ou 450 g ;
• ne peut pas être égale à 405 g, 449 g ou 455 g.
b. Encadrement de m : $410 \leqslant m \leqslant 450$.
2. Encadrement de la masse totale M de 8 ballons dans un filet qui pèse 100 g :
$8 \times 410 + 100 \leqslant M \leqslant 8 \times 450 + 100$
$3\,380 \text{ g} \leqslant M \leqslant 3\,700 \text{ g}$.

59 Savoir argumenter

1. a. Entiers vérifiant l'encadrement $-5 < x < 3$:
–4, –3, –2, –1, 0, 1 et 2 ;
entiers vérifiant l'encadrement $-6 \leqslant y \leqslant 1$:
–6, –5, –4, –3, –2, –1, 0 et 1.
b. Entiers vérifiant simultanément les deux encadrements : –4, –3, –2, –1, 0 et 1 ;
2. Les entiers, qui vérifient l'encadrement $-2 \leqslant -y \leqslant 4$, vérifient en fait $-4 \leqslant y \leqslant 2$;
ce sont : –4, –3, –2, –1, 0, 1 et 2.
Acha a donc raison de dire que les entiers qui vérifient $-5 < x < 3$ sont les mêmes que ceux qui vérifient $-2 \leqslant -y \leqslant 4$.

Exercices d'approfondissement

60 Encore des équations

a. $3x + (5x - 6) = 6 - (2x - 8)$
$3x + 5x - 6 = 6 - 2x + 8$
$8x - 6 = -2x + 14$
$10x = 20$
$x = 2$.

b. $3(4x - 7) = 3 + 3(2x - 1)$
$12x - 21 = 3 + 6x - 3$
$12x - 21 = 6x$
$6x = 21$
$x = 3{,}5$.

c. $6(2x + 1) = 5x + 2 - 2(x + 1)$
$12x + 6 = 5x + 2 - 2x - 2$
$12x + 6 = 3x$
$9x = -6$

d. $8x - 3(x - 2) = 10 + 5(1 - 2x)$
$8x - 3x + 6 = 10 + 5 - 10x$
$5x + 6 = 15 - 10x$
$15x = 9$
$x = -\frac{2}{3}$.

e. $9x - 2 - 5(x - 2) = 6(2x + 1)$

$9x - 2 - 5x + 10 = 12x + 6$

$4x + 8 = 12x + 6$

$8x = 2$

$x = \dfrac{1}{4}.$

61 Avec des fractions de même dénominateur

1. On considère l'équation : $\dfrac{3}{4}x - 1 = x + \dfrac{1}{4}.$

a. $4\left(\dfrac{3}{4}x - 1\right) = 4\left(x + \dfrac{1}{4}\right)$

$3x - 4 = 4x + 1$.

b. $x = -5$ est la solution de cette équation.

2. a. $\dfrac{2}{5}x + 1 = x - \dfrac{3}{5}$

$5\left(\dfrac{2}{5}x + 1\right) = 5\left(x - \dfrac{3}{5}\right)$

$2x + 5 = 5x - 3$

$x = \dfrac{8}{3}.$

b. $\dfrac{2}{3}x + 4 = 2x - \dfrac{4}{3}$

$3\left(\dfrac{2}{3}x + 4\right) = 3\left(2x - \dfrac{4}{3}\right)$

$2x + 12 = 6x - 4$

$x = 4.$

62 Avec des dénominateurs différents

1. On considère l'équation : $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{2x}{7}.$

a. En réduisant les deux membres au même dénominateur, on obtient : $\dfrac{7(x+1)}{21} = \dfrac{3 \times 2x}{21}.$

b. En multipliant les deux membres par 21, on a :
$7(x + 1) = 3 \times 2x.$

c. $\mathbf{x} = -7$ est la solution de cette équation.

d. Contrôle : pour $x = -7$, on a : $\dfrac{x+1}{3} = -2$ et $\dfrac{2x}{7} = -2.$

2. a. $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{x-4}{3}$

$\dfrac{3(x+1)}{6} = \dfrac{2(x-4)}{6}$

$x = -11.$

Contrôle : pour $x = -11$, on a : $\dfrac{x+1}{2} = -5$ et $\dfrac{x-4}{3} = -5.$

b. $\dfrac{3x-2}{5} = \dfrac{3x+1{,}2}{6}$

$\dfrac{6(3x-2)}{30} = \dfrac{5(3x+1{,}2)}{30}$

$x = 6.$

Contrôle : pour $x = 6$, on a $\dfrac{3x-2}{5} = 3{,}2$ et $\dfrac{3x+1{,}2}{6} = 3{,}2$:

63 L'électricien

1.

	A	B
1	Nombre d'heures d'intervention	Prix facturé
2	1	3400
3	2	4300
4	3	5200
5	4	6100
6	5	7000
7	6	7900
8	7	8800
9	8	9700
10	9	10600
11	10	11500
12	11	12400
13	12	13300
14	13	14200
15	14	15100
16	15	16000
17	16	16900
18	17	17800
19	18	18700
20	19	19600
21	20	20500

c. • La facture s'élève à 12 400 francs CFA pour 11 h d'intervention.

• La facture s'élève à 18 700 francs CFA pour 18 h d'intervention.

2. • $2\,500 + 900h = 12\,400$

$h = \dfrac{12\,400 - 2\,500}{900} = 11.$

• $2\,500 + 900h = 18\,700$

$h = \dfrac{18\,700 - 2\,500}{900} = 18.$

64 Vu au brevet de RCA

Si x est la somme d'argent possédée par Clémence avant d'aller au marché, alors $x - 1\,200$ est celle possédée par Solange avant d'aller au marché.

Après avoir dépensé chacune 3 600 F CFA, on a :

$x - 3\,600 = 2(x - 1\,200 - 3\,600)$

$x - 3\,600 = 2x - 9\,600$

$x = 6\,000.$

Donc, avant d'aller au marché :

• Clémence disposait de 6 000 F CFA,

• Solange disposait de 4 800 F CFA.

65 Les rails s'allongent

Formule donnant la longueur L d'un rail à la température t (en degrés Celsius) où l désigne sa longueur à 0 °C :

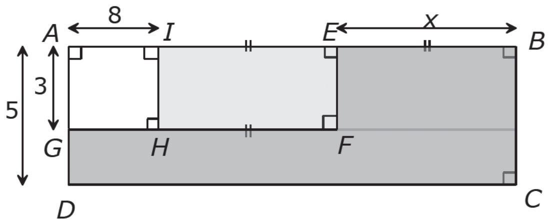
$L = l\,(1 + 10^{-5} \times t)$

1. Si un rail mesure $l = 50$ m à 0°, il s'allonge à $t = 60$ °C de : $50(1 + 10^{-5} \times 60) - 50 = 50 \times 60 \times 10^{-5} - 50$
$= 3 \times 10^{-2}$ m $= 3$ cm.

b. Il s'allongera de 2 cm pour une température t telle que : $50 \times 10^{-5} \times t = 2 \times 10^{-2}$

$t = \dfrac{2 \times 10^{-2}}{50 \times 10^{-5}} = \dfrac{2 \times 10^{3}}{50} = 40$ °C.

66 Avec des aires



1. $\text{Aire}(EBCDGF) = \text{aire}(ABCD) - \text{aire}(AEFG)$
$= 5(2x + 8) - 3(8 + x)$
$= 10x + 40\text{-}24 - 3x$
$= 7x + 16$;

donc : $\text{aire}(EBCDGF) = 128 \text{ cm}^2$

$7x + 16 = 128$
$7x = 112$
$x = 16$ cm.

2. $\text{Aire}(IEFH) = 3x$ et $\text{aire}(ABCD) = 5(2x + 8) = 10x + 40$;

donc : $4\text{aire}(IEFH) = \text{aire}(ABCD)$

$12x = 10x + 40$
$x = 20$ cm.

67 Faire attention à sa ligne

La masse initiale m de Matthieu est telle que :

$70 \leqslant m \leqslant 75$.

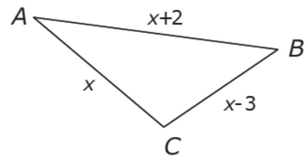
En perdant entre 3 kg et 4 kg : sa masse minimale est comprise entre 70 – 4 et 70 – 3,c'est-à-dire entre 66 kg et 67 kg ;

sa masse maximale est comprise entre 75 – 4 et 75 – 3, c'est-à-dire entre 71 kg et 72 kg ;

finalement sa masse actuelle M est telle que :

$66 \leqslant M \leqslant 72$.

68 Histoire de triangle



1. On ne peut pas avoir $x < 3$.

En effet pour que les trois longueurs soient des nombres positifs, il faut que la plus petite le soit.

2. a. Si x valait 3, BC serait nulle et ABC ne serait plus un triangle.

b. Si x valait 4, AB, BC et AC seraient respectivement égaux à 6, 1, 4 et l'inégalité triangulaire serait prise en défaut.

3. a. Pour que ABC existe, il faut que :

$x + 2 \leqslant x + (x - 3)$
$5 \leqslant x$.

b. Voici trois valeurs possibles pour x :

- **6** (longueurs des trois côtés : 6, 8 et 3, avec $8 < 6 + 3$) ;
- **7** (longueurs des trois côtés : 7, 9 et 4, avec $9 < 7 + 4$) ;
- **9** (longueurs des trois côtés : 9, 11 et 6, avec $11 < 9 + 6$).

Activités d'intégration

69 Location de terrain

S désigne l'aire, en hectares, du terrain à mettre en location. Le montant des loyers touchés par Moussa chaque mois est : $30S$. L'aire restante du terrain (partie non mise en location) est : $25 - S$; le montant des frais d'entretien pour cette partie est : $10(25 - S)$.

Les dépenses seront égales aux frais d'entretien lorsque : $30S = 10(25 - S)$
$40S = 250$
$S = 6{,}25$.

Ainsi, l'aire du terrain que Moussa doit mettre en location est de 6,25 ha.

70 Bien choisir le modèle

On note x le nombre de km parcourus avec la voiture.

• Coût du modèle essence : $C_{essence} = 9\,250\,000 + (60 + 75)x$
$C_{essence} = 9\,250\,000 + 135x$

• Coût du modèle électrique : $C_{électrique} = 10\,730\,440 + (5 + 10)x$
$C_{électrique} = 10\,730\,440 + 15x$.

Il faut résoudre l'inéquation : $C_{électrique} < C_{essence}$

$$10\,730\,440 + 15x < 9\,250\,000 + 135x$$
$$10\,730\,440 - 9\,250\,000 < 135x - 15x$$
$$1\,480\,440 < 120x$$
$$12\,337 < x.$$

Ainsi, à partir de 12 337 km parcourus, le modèle électrique devient moins coûteux.