COLLECTION INTÉGRATION

MATHS

6e

Guide pédagogique

NEI

EDICEF

ISBN : 978.2.7531.0255.2

Sommaire

Programmes de mathématiques de la classe de 6^e

Données issues du document : *Formation par compétences – Domaine des sciences et technologies* *Enseignement Mathématique 6^e*	Chapitres correspondants du manuel *Intégration* 6^e

COMPÉTENCES DE BASE 1

Leçon 1 J'utilise des droites et des angles pour construire et pour raisonner	1 ; 2
Leçon 2 J'utilise des segments, des triangles et des cercles pour construire et pour raisonner	3 ; 4
Leçon 3 J'utilise les symétries pour construire et pour raisonner	6 ; 7
Leçon 4 J'utilise des parallélogrammes pour raisonner	5
Leçon 5 Je construis des patrons pour réaliser des solides	8

COMPÉTENCES DE BASE 2

Leçon 6 J'utilise des nombres décimaux relatifs pour expliquer des situations	9 ; 10
Leçon 7 J'utilise les fractions pour partager	11 ; 12
Leçon 8 J'utilise la proportionnalité pour organiser des données	13
Leçon 9 J'organise des données statistiques pour prendre des décisions	14

Les contenus d'enseignement / apprentissage en classe de 6e

COMPÉTENCES DE BASE 1	CONTENUS
À partir d'une situation problème se rapportant à la droite, au segment, au triangle, au parallélogramme et au cercle ou au solide, l'apprenant(e) résout un problème de construction ou de raisonnement en utilisant des propriétés de figures symétriques par rapport à un point ou à une droite.	❖ **Droites :** •points alignés • demi-droite • droites sécantes • droites parallèles • droites perpendiculaires ❖ **Angles :** • présentation d'un angle • angle nul, angle droit, angle plat, angle aigu, angle obtus • mesure en degrés d'un angle • bissectrice ❖ **Segment :** • mesure d'un segment • milieu d'un segment • médiatrice d'un segment ❖ **Triangles :** • triangle isocèle, équilatéral, rectangle • propriétés des hauteurs, médianes, médiatrices ❖ **Cercle :** • rayon, diamètre, corde • caractérisation • disque ❖ **Figures symétriques par rapport à un point :** • points symétriques par rapport à un point • symétrique de points alignés • symétrique d'un segment • symétrique d'un angle • symétrique d'une droite • centre de symétrie d'une figure ❖ **Figures symétriques par rapport à une droite :** • points symétriques par rapport à une droite • symétrique de points alignés • symétrique d'un segment • symétrique d'un angle • symétrique d'une droite • axe de symétrie d'une figure ❖ **Parallélogramme :** • définition • propriétés directes (côtés opposés parallèles, diagonales de même milieu, côtés opposés de même longueur) ❖ **Rectangle :** • définition • propriétés directes ❖ **Carré :** • définition • propriétés directes ❖ **Pavé droit et cylindre droit :** • vocabulaire • patron • volume, aire
	SAVOIRS
	– Identifier les propriétés, règles et définitions relatives aux configurations – Identifier les éléments de similitude entre le modèle donné et le problème à résoudre – Identifier le modèle correspondant au problème à résoudre
	SAVOIR-FAIRE
	– Établir des similitudes entre le modèle donné et d'autres situations problèmes – Réaliser des figures simples – Utiliser le langage mathématique – Justifier la construction d'une figure en utilisant le langage mathématique – Appliquer les propriétés, règles et définitions choisies – Traduire les données du problème à l'aide de figures simples
	SAVOIR ÊTRE
	– Faire preuve de persévérance – Adopter un esprit de collaboration – Être soigneux – Faire preuve d'esprit de synthèse – Faire preuve d'esprit critique

Les contenus d'enseignement / apprentissage en classe de 6e

<table>
<tr><th>COMPÉTENCES DE BASE 2</th><th>CONTENUS</th></tr>
<tr><td rowspan="7">Étant donnée une situation problème se rapportant aux nombres entiers, aux nombres décimaux, aux fractions, à la proportionnalité, aux statistiques, l'apprenant(e) résout une situation problème relative :
– à l'établissement d'une facture ;
– à l'agrandissement/ réduction ;
– au recueil, à l'organisation, et l'interprétation de données statistiques.</td><td>❖ Ensemble ℕ des nombres entiers naturels : • notation • symboles ∈ ou ∉ • multiples, diviseurs d'un nombre entier naturel • nombres entiers consécutifs • caractères de divisibilité par 2, 3, 5 et 9
❖ Ensemble ℤ des nombres entiers relatifs : • notation • opposé d'un nombre entier relatif • droite graduée par les nombres entiers relatifs • somme de deux nombres entiers relatifs
❖ Ensemble 𝔻 des nombres décimaux relatifs : • notation • opposé d'un nombre décimal relatif • droite graduée par les nombres décimaux relatifs • somme de deux nombres décimaux relatifs
❖ Fractions de dénominateurs différents : • somme • comparaison • comparaison à 1
❖ Proportionnalité : • propriété de linéarité • exemple de coefficient de proportionnalité (pourcentages, échelles)
❖ Statistique : • effectif, fréquence, effectif total • fréquence en pourcentage</td></tr>
<tr><td>SAVOIRS</td></tr>
<tr><td>– Identifier le modèle correspondant au problème à résoudre
– Identifier les propriétés, règles et définitions relatives aux nombres</td></tr>
<tr><td>SAVOIR-FAIRE</td></tr>
<tr><td>– Traduire les données du problème à l'aide de tableaux et de symboles
– Appliquer les propriétés, règles et définitions choisies
– Établir des similitudes entre le modèle donné et d'autres situations problèmes
– Sélectionner une stratégie liée au modèle donné</td></tr>
<tr><td>SAVOIR ÊTRE</td></tr>
<tr><td>– Faire preuve de persévérance
– Adopter un esprit de collaboration</td></tr>
</table>

Présentation du manuel

L'objectif de la collection *Intégration* est de répondre aux attentes des enseignants par rapport au programme, bien sûr, mais aussi par rapport à l'approche par compétences.
Le passage au collège inaugure une nouvelle façon d'appréhender les mathématiques. Les élèves doivent acquérir le vocabulaire, l'abstraction et la rigueur. La collection *Intégration* propose des outils afin d'aider l'enseignant à construire ses leçons dans cette perspective.
Réparti en quatorze chapitres, son contenu permet d'acquérir les deux compétences de base de l'enseignement des mathématiques au collège, à savoir :

Résoudre des problèmes de la vie quotidienne en utilisant des droites, des triangles, des quadrilatères et des cercles ou des solides.

Résoudre des problèmes de la vie quotidienne en utilisant des données relatives aux nombres entiers, aux nombres décimaux, aux fractions, à la proportionnalité et aux statistiques.

Tous les chapitres sont structurés de manière identique :

La page d'ouverture

La page d'ouverture de chaque chapitre propose :
– la liste des savoir-faire essentiels à acquérir ;
– une situation problème, qui s'appuie sur une image, pour découvrir à travers sa résolution les notions fondamentales qui seront installées au cours du chapitre.

Les situations problèmes

Deux pages de situations d'approche des savoirs à acquérir permettent à l'élève de construire lesdits savoirs lors d'une réflexion collective.
Un renvoi au cours permet à l'enseignant de repérer rapidement quelle(s) notion(s) chaque situation permet de travailler.

Les pages de cours

L'institutionnalisation des savoirs se présente sous la forme d'un **cours,** sur deux ou trois pages par chapitre, qui permet aux apprenants de retrouver facilement les notions auxquelles ils ont besoin de se référer. Les définitions, propriétés, notations, formules... sont clairement identifiées en tant que telles, pour un apprentissage rigoureux qui prépare les élèves aux niveaux supérieurs. Elles sont illustrées par des exemples qui permettent de comprendre immédiatement les formulations mathématiques.
Deux personnages apparaissent régulièrement pour apporter aide, conseils et astuces aux élèves.

Méthodes et savoir-faire

Deux ou trois pages de **Méthodes et savoir-faire** permettent, à l'aide d'un modèle d'exercice résolu et d'une batterie d'exercices du même type, d'apprendre à :
– rédiger la solution des exercices ;
– utiliser à bon escient les définitions, formules et propriétés ;
– contrôler et justifier ;
– utiliser les instruments de géométrie ; construire des figures et fabriquer des solides...
Elles présentent donc des contenus d'apprentissage aussi bien que d'entraînement, et sont à mener en adéquation avec le cours.

Bien comprendre, mieux rédiger

Dans chaque chapitre, une page **Bien comprendre, mieux rédiger** propose des exercices pour attirer l'attention des élèves sur le vocabulaire et éveiller leur esprit critique, car :
– ils doivent apprendre à utiliser un langage usuel en même temps qu'un langage spécialisé ;
– résoudre un exercice, c'est avant toute chose interpréter correctement son énoncé ;
– rédiger une solution, c'est utiliser les bons mots, les bonnes formules, les bonnes notations, les bonnes notions : il faut savoir lire et interpréter un programme de construction pour s'entraîner à en rédiger…

Les activités d'application

Deux pages d'**activités d'application** par chapitre proposent des exercices qui permettent de vérifier la bonne acquisition des notions apprises. Les exercices sont regroupés par notions étudiées et leur difficulté est progressive.

Les exercices d'approfondissement

Deux pages d'**exercices d'approfondissement** offrent des problèmes pour réinvestir les savoirs acquis.

Les activités d'intégration

Les **activités d'intégration** présentent des problèmes de la vie courante, riches et motivants, dont la résolution permet d'argumenter, de penser de façon autonome et de communiquer en langage mathématique.

Le guide pédagogique

Progression dans un chapitre

Le présent guide a pour vocation de simplifier la tâche des enseignants.
▶ Il présente la totalité des corrigés des exercices proposés dans le manuel de l'élève.
▶ Il met en relation les contenus d'apprentissage (notions et savoir-faire) avec les exercices proposés et suggère une progression pour chaque chapitre, à travers un tableau comme celui ci-dessous (exemple du chapitre 2) :

Situations problèmes	**Cours / Méthodes et savoir-faire**	**Application**	**Bien comprendre, mieux rédiger**	**Approfondissement**
2, 3	Angle : définition, notation, propriété [1 p. 22]			
4, 5	Angles superposables [2 p. 22]	15, 17, 18, 19, 20	42, 43, 44, 47, 50	62
6	Mesure d'un angle [3 p. 22] / Angles de même mesure, codage [4 p. 23]	16, 26, 30, 31		
	Apprendre à mesurer des angles avec un rapporteur [1 p. 24]*	**1*, 2, 3, 4,** 21, 22, 23, 24	45, 46	53, 57
	Apprendre à construire des angles avec un rapporteur [2 p. 25]	**5, 6, 7, 8, 9, 13, 14,** 40, 41	48, 51	58, 59, 60, 61
7	Bissectrice [5 p 23]	**10, 11, 12,** 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33		55, 56
8, 9	Types d'angles [6 p. 23]	25, 34, 35, 36, 37, 38, 39	49	52, 54

* Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de *Méthodes et savoir-faire*.

Ce tableau se lit de gauche à droite, puis de bas en haut.
Nous conseillons ici de mener les *Situations problèmes* 2 et 3 avant de formaliser avec le point 1 du *cours* et d'enchaîner éventuellement avec les exercices correspondants dans les rubriques *Activités d'application, Bien comprendre, mieux rédiger* et *Exercices d'approfondissement* ; de passer ensuite aux *Situations problèmes* 4 et 5, au point 2 du cours et exercices ; etc.
Nous proposons de traiter les pages *Méthodes et savoir-faire* (signalées en gras) après les points du cours dont elles sont une suite logique, afin de permettre aux élèves d'apprendre, d'expérimenter et de s'entraîner dans un même élan.
Ces progressions ne sont bien sûr que des suggestions ; libre à l'enseignant d'utiliser ce tableau à seule fin de repérer en un coup d'œil quels exercices sont liés à une notion ou un savoir-faire.

Progression annuelle

Pour un bon équilibrage des apprentissages, il est fortement conseillé de traiter en parallèle les activités numériques et la géométrie.

Exemples de progressions annuelles :

- Progression par leçons : chapitres 1-2-9-10-3-4-11-12-5-13-6-7-8-14
- Progression par difficulté : chapitres 9-1-2-11-12-3-4-10-5-8-13-14-6-7
- Progression « en spirale » : chapitres 1-9-2-11-12-3-4-13-5-6-14-7-10-8

1 Droites, demi-droites, segments

Situations problèmes	Cours / Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre, mieux rédiger	Approfondissement
2, 3, 4	Droite, point sur une droite [1 p 8] / Droites sécantes [2a p 8] / Droite passant par deux points [2b p 8] / Points alignés [2c p 8]	20, 21, 25	43	
5, 6, 7	Droites perpendiculaires [3 p 9] / Droites parallèles [4 p 9] / Avec trois droites [5 p 9]			
	Construire une perpendiculaire et une parallèle [1 p 11]*	**1*, 2, 3,** 22, 23 , 24		
	Apprendre à justifier [2 p 12]	**6, 7, 8, 9**		
	Apprendre à contrôler sur une figure [3 p 13]	**13, 15**	47, 48, 51	53, 57, 58, 62
8	Demi-droite [6 p 10]/ Segment, longueur [7 p 10]	**4, 5,** 17, 18, 19, 29, 30, 31, 35, 36, 37, 39	44, 45, 46, 49	55, 59
9	Polygone, périmètre [8 p 10]	32, 33, 34		56
10	Milieu, médiatrice [9b p 10]	**10, 11, 12, 14, 16, 26, 27,** 28, 38, 40, 41, 42	50	52, 54, 60, 61

* Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de *Méthodes et savoir-faire*.

Situations problèmes

3 Combien de droites ?

- Par deux points *A* et *B* passe une seule droite … *si ces points sont distincts*.
- Par trois points *E*, *F* et *G* passent 3 droites … *si ces points ne sont pas alignés*.
- Par quatre points *M*, *N*, *O* et *P* passent 6 droites … *si ces points ne sont pas alignés 3 à 3*.

Situations 5 et 7

Ces deux manipulations permettent de visualiser la perpendicularité ou le parallélisme de deux droites.

Situations 8 et 10

Lequel est le plus performant : le compas ou la règle graduée ?

9 Le raccourci

Le plus court chemin entre deux points est … la ligne droite !

Méthodes et savoir-faire

Exercices 1 à 5

Utilisation de la règle (éventuellement graduée), de l'équerre et … du crayon bien taillé : des outils qu'il faut apprendre à utiliser avec soin.

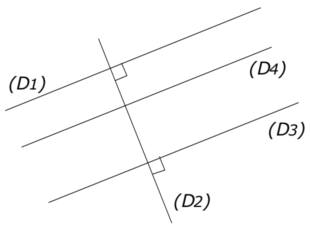
Exercices 6 à 12

En géométrie, les justifications peuvent être données à l'aide de figures faites à main levée à condition d'utiliser des codages (ici perpendicularité et longueurs égales).

Exercices 13 et 14

Insister sur le fait que *contrôle* et *justification* ne doivent pas être confondus !

Exercice 9

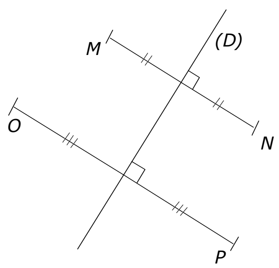


1. (D1)⊥(D2) et (D2)⊥(D3), donc (D1)//(D3)

2. Comme (D4)//(D3), on peut dire que la droite (D4) est parallèle à la droite (D1).

Exercice 10

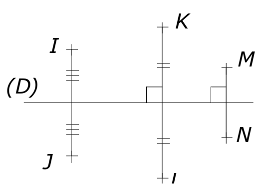
1.



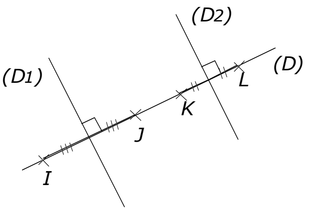
2. (MN)⊥(D) et (OP)⊥(D), donc (MN)//(OP)

Exercice 11

(D) est la seule droite qui passe par le milieu de [KL] et est en même temps perpendiculaire à son support ; seule elle est donc médiatrice du seul segment [KL].



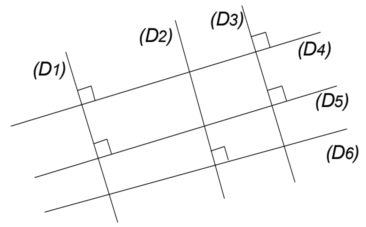
Exercice 12



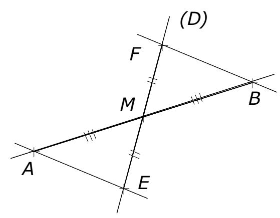
Les droites (D1) et (D2) sont parallèles ; en effet elles sont toutes deux perpendiculaires à la droite (D).

Exercice 13

(D1)⊥(D4), (D1)⊥(D5), (D3)⊥(D4), (D3)⊥(D5), (D2)⊥(D6) ; (D1)//(D3), (D4)//(D5).

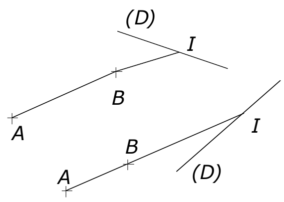


Exercice 14



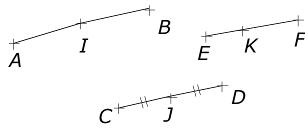
Exercice 15

1.



2. C'est en 2. que la droite (AB) et la droite (D) sont sécantes en I (en 1. les points A, B et I ne sont pas alignés).

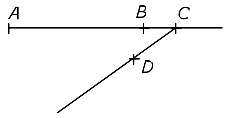
Exercice 16



J est le milieu de [CD] ; en effet :
- A, I, B non alignés,
- $EK \neq KF$.

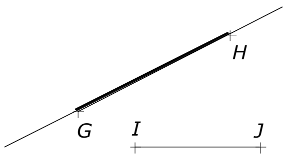
Activités d'application

Exercice 17



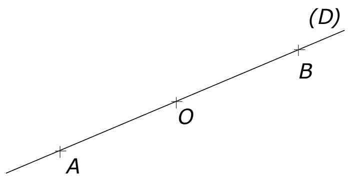
1. *A* est l'origine de la demi-droite tracée en rouge.
2. *C* est l'origine de la demi-droite tracée en bleu.

Exercice 18



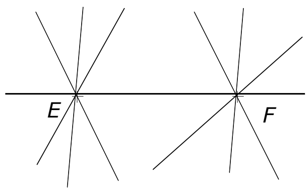
1. [*GH*) et [*HG*) nomment 2 demi-droites différentes (qui ont en commun le segment [*GH*]).
2. [*IJ*] et [*JI*] nomment le même segment.

Exercice 19



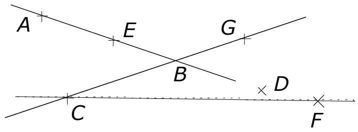
[*OA*) et [*OB*) sont les deux demi-droites de support (*D*) qui sont d'origine *O*.

Exercice 20



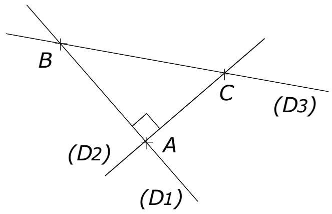
Il y a bien plus de 3 droites qui passent par *E* ; même chose pour *F*. Mais il n'y a qu'une seule droite qui passe par *E* et *F* : (*EF*).

Exercice 21



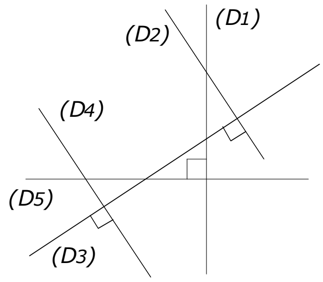
1. Les points *C*, *B* et *G* sont alignés.
2. Les points *C*, *D* et *F* ne sont pas alignés.
3. Les points alignés avec *A* et *B* sont *E* et *D*.

Exercice 22



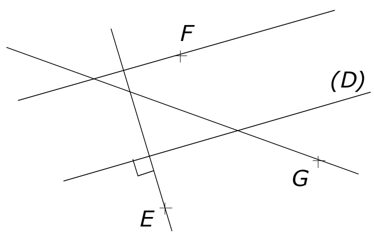
4. $(D_1) = (AB)$; $(D_2) = (AC)$; $(D_3) = (BC)$.

Exercice 23



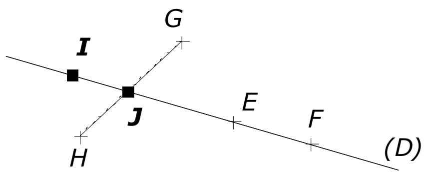
1. $(D_1) \perp (D_5)$, $(D_3) \perp (D_4)$, $(D_2) \perp (D_3)$.
2. $(D_4) // (D_2)$.
3. Toutes les paires de droites sont sécantes, sauf (D_4) et (D_2).

Exercice 24



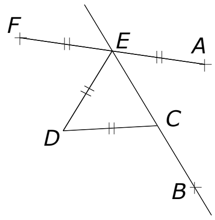
Exercice 25

1.



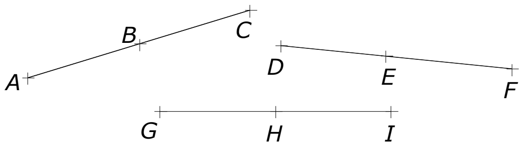
2. Placer *I* sur la droite (*D*).
3. $(D) = (EF) = (FE) = (IE) = (EI) = (IF) = (FI)$.
4. *J* est le point d'intersection des droites (*D*) et (*GH*).

Exercice 26



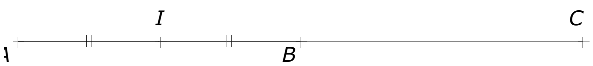
Selon les codages de la figure :
1. E est le milieu de $[FA]$.
2. C n'est pas le milieu de $[BE]$.

Exercice 27



B est le milieu de $[AC]$; H est le milieu de $[GI]$; E n'est pas le milieu de $[DE]$.

Exercice 28



Exercice 29

Sont représentés **six segments** sur la figure : $[EF]$, $[EG]$, $[EH]$, $[FG]$, $[FH]$ et $[GH]$.

Exercice 30

Seule (D_1) est la médiatrice de $[AB]$.
En effet :
– (D_2) n'est pas perpendiculaire à $[EF]$;
– (D_3) ne passe pas par le milieu de $[GH]$.
Par contre : (D_1) est perpendiculaire à $[AB]$ et passe par son milieu.

Exercice 31

Longueur du segment $[EF]$:
$EF = 6{,}2 - 3 = 3{,}2$ cm.

Exercice 32

Distance parcourue en 1 :
$70 + 2 \times 100 + 2 \times 130 = 530$ m.
Distance parcourue en 2 :
$6 \times 80 = 480$ m.

Exercice 33

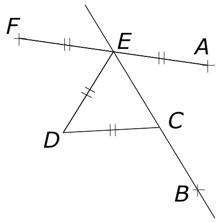
1. Distance parcourue :
$500 + 400 + 400 = 1300$ m.

2. En allant directement à l'école, il parcourrait
$600 + 400 = 1\,000$ m.
Il aurait 300 m de moins à parcourir.

Exercice 34

Tous les côtés des deux polygones ont la même longueur.
Avec 7 côtés, le polygone vert a un plus grand périmètre que le polygone rouge, qui n'a que 6 côtés.

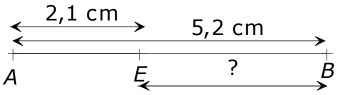
Exercice 35



$ED = DC$	$EF = CD$
$BC \neq CE$	$EC \neq ED$
$AB \neq AC$	$EF = AE$

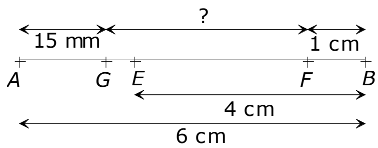
Exercice 36

$EB = 5{,}2 - 2{,}1 = 3{,}1$ cm.



Exercice 37

$FG = (AB - GA) - FB$
$= (6 - 1{,}5) - 1 = 3{,}5$ cm



Exercice 38

$EH = 4 \times 1{,}7 = 6{,}8$ cm.

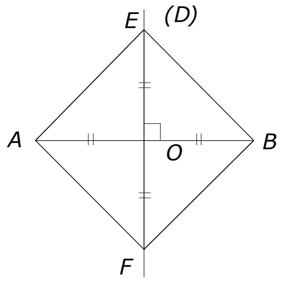
Exercice 39

Utilisation du compas pour reproduire une longueur.

Exercice 40

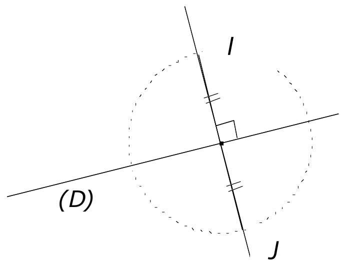
Utilisation des instruments (*règle graduée, équerre et compas*) pour reproduire une figure.

Exercice 41



AEBF est un carré.
(Vérification avec les instruments.)

Exercice 42



C'est l'utilisation des instruments (*règle, équerre et compas*) qu'il faut expliquer.

Bien comprendre, mieux rédiger

Exercice 43

(*D'*) est la droite qui passe par le point *M*.

Exercice 44

1. (*IJ*) ou (*JI*). **2.** [*UV*) **3.** [*VU*)
4. [*IJ*] **5.** *IJ*.

Exercice 45

1. Les droites (*D*) et (*D'*) se <u>coupent</u> au point *A*.
2. *A* est le point d'<u>intersection</u> des droites (*D*) et (*D'*).
3. Les droites (*D*) et (*D'*) sont <u>sécantes</u>.
4. *A* et *A'* sont deux <u>points</u> de la droite (*AA'*).
5. *A* est l'<u>origine</u> de la demi-droite [*AA'*).
6. *A* et *A'* sont les deux <u>extrémités</u> du segment [*AA'*].

Exercice 46

1. (*RS*) est une droite.
2. [*WV*) est une demi-droite.
3. [*TU*) est une demi-droite.
4. [*XY*] est un segment.

Exercice 47

1. Deux points sont toujours alignés.
→ (<u>vrai</u>)
2. Par un point il ne passe qu'une seule droite.
→ (<u>faux</u>)
3. Une droite n'a pas de milieu.
→ (<u>vrai</u>)
4. Si $(D_1)//(D_2)$ et $(D_2)//(D_3)$ alors $(D_1)//(D_3)$.
→ (<u>vrai</u>)
5. Si $(D_1)\perp(D_2)$ et $(D_2)\perp(D_3)$ alors $(D_1)\perp(D_3)$.
→ (<u>faux</u>)

Exercice 48

Marque trois points *A*, *M* et *N*, non alignés.
– Trace <u>la</u> droite (D_1) passant par *M* et *N*.
– Trace <u>une</u> droite (D_2) passant par *A*.
– Trace <u>une</u> droite (D_3) parallèle à (D_2).
– Trace <u>la</u> droite (D_4) parallèle à (D_2) et passant par *M*.

Exercice 49

D'après les codages de la figure :

1. les droites (*EH*) et (*IJ*) sont <u>perpendiculaires</u> ;

2. les longueurs *EH* et *IK* sont <u>égales</u> ;

3. les longueurs *EF*, *FG* et *IJ* sont <u>égales</u>.

Exercice 50

1. *H* est le milieu de [*CE*] car, d'après l'un des codages, *CH* = *HE*.

2. (*HI*) est la médiatrice de [*CE*] car, d'après les codages, cette droite est perpendiculaire au segment et passe par son milieu.

3. (*IN*) n'est pas médiatrice de [*EJ*] car il n'y a pas de codage affirmant que *N* est milieu de [*EJ*].

Exercice 51

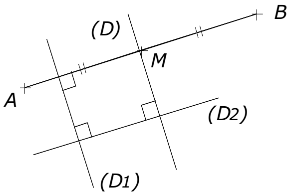
Étape 1 : trace deux droites (*D*) et (*D'*) sécantes en *O*.

Étape 2 : trace la perpendiculaire à (*D*) passant par *O*.

Étape 3 : trace une parallèle à (*D*)

Exercices d'approfondissement

Exercice 52

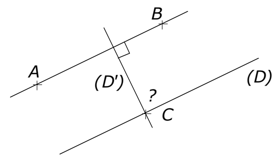


$(D_1)\perp(AB)$ et $(D_2)\perp(D_1)$, donc $(D_2)//(AB)$.
$(D_2)//(AB)$ et $(D)\perp(D_2)$, donc $(D)\perp(AB)$.
De plus, (D) passe par M le milieu de $[AB]$, donc (D) est la médiatrice de $[AB]$.

Exercice 53

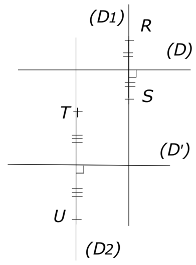
$(D)//(AB)$
et
$(D')\perp(AB)$.

Donc $(D)\perp(D')$.



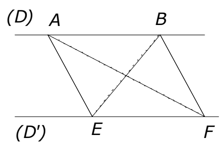
Exercice 54

Les droites (D) et (D') sont parallèles.
En effet :
– (D), médiatrice de $[RS]$, est perpendiculaire à (RS) ;
– (D'), médiatrice de $[TU]$, est perpendiculaire à (TU) ;
– de plus $(RS)//(TU)$, donc $(D)//(D')$.



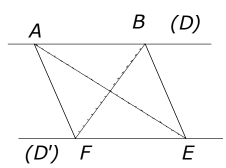
Exercice 55

1. $(AE)//(BF)$ **<u>et</u>** (AF) et (BE) sécantes en leur milieu.



ou

2. (AE) et (BF) sécantes en leur milieu **<u>et</u>** $(AF)//(BE)$.

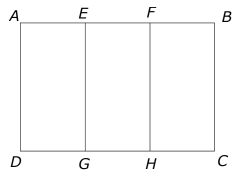


Exercice 56

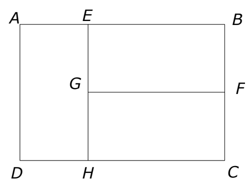
Le périmètre du champ (mesuré avec une règle graduée) étant supérieur à 10 cm, on ne peut pas clôturer entièrement ce champ avec un grillage de 10 cm.

Exercice 57

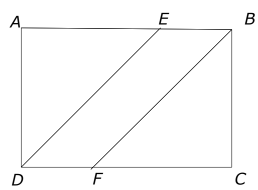
<u>Côte d'Ivoire</u>
– Trace un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 3$ cm et $BC = 2$ cm.
– Place sur $[AB]$ les deux points E et F tels que $AE = EF = FB = 1$ cm.
– Trace la parallèle à $[AD]$ passant par E ; elle coupe $[CD]$ en G.
– Trace la parallèle à $[AD]$ passant par F ; elle coupe $[CD]$ en H.
– Colore en orange, blanc et vert les rectangles $AEGD$, $EFHG$ et $FBCH$.



<u>Bénin</u>
– Trace un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 3$ cm et $BC = 2$ cm.
– Place sur $[AB]$ le point E tel que $AE = 1$ cm.
– Place sur $[CD]$ le point H tel que $DH = 1$ cm.
– Soit F le milieu de $[BC]$ et G le milieu de $[EH]$.
– Colore en vert, rouge et jaune les rectangles $AEHD$, $FCHG$ et $EBFG$.

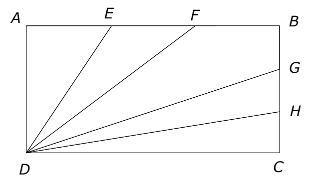


<u>Congo-Brazza</u>
– Trace un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 3$ cm et $BC = 2$ cm.
– Place sur $[AB]$ le point E tel que $AE = 2$ cm.
– Place sur $[CD]$ le point F tel que $CF = 2$ cm.
– Colore en vert le triangle AED, en rouge le triangle BCF et en jaune le parallélogramme $EBFD$.



<u>Seychelles</u>
– Trace un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 4$ cm et $BC = 3$ cm.
– Place sur $[AB]$ les points E et F tels que $AE = EF = FB$.
– Place sur $[BC]$ les points G et H tels que $BG = GH = HC$.

– Colore en vert les triangles *AED* et *HCD*, en jaune le triangle *EFD*, en rouge FBGD, en blanc le triangle *GHD*.



Exercice 58

– Trace deux droites (*D*) et (*D'*) *parallèles*.
– Trace une droite (D_1) *sécante* à la droite (*D*) au point *U* et à la droite (*D'*) au point *V*.
– Construis une droite (D_2) *perpendiculaire* à la droite (*D*).
Elle coupe la droite (*D*) au point *A* et la droite (*D'*) au point *B*.

Exercice 59

1. Trace un segment [*MN*] de longueur 4,5 cm.
Place sur ce segment le point *B* tel que : *MB* = 1,5 cm.
Trace la droite (*D*) passant par *B* et perpendiculaire à [*MN*].

2. Trace un segment [*BA*] de longueur 4 cm.
Construis le milieu *M* de ce segment.
Construis la droite passant par *B* et perpendiculaire à [*BA*].
Place sur cette droite un point *C* tel que *BC* = 2 cm

3. Trace un segment [*AB*]. Construis le milieu *M* de ce segment. Construis la droite (D_1) passant par *B* et perpendiculaire à [*BA*].
Construis la droite (D_2) passant par *M* et perpendiculaire à [*BA*].

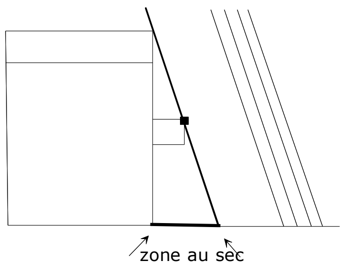
Activités d'intégration

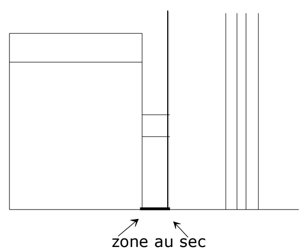
60 – Délimiter les deux camps d'un terrain de football

1. Pour tracer la ligne médiane du terrain de football :
– on construit les milieux *M* et *N* des segments [*AB*] et [*CD*] ;
– la ligne médiane est le segment [*MN*].
L'endroit où doit se trouver le ballon en début de partie est le milieu de [*MN*].

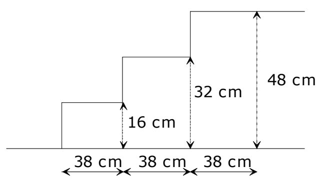
2. S'agissant du terrain rectangulaire :
– les milieux des côtés [*AB*] et [*CD*] (*longueurs du terrain*) se repèrent en mesurant avec la corde la longueur du terrain, corde qu'il suffit de plier en deux, puis de placer sur chacun des côtés, l'une des extrémités à l'un des poteaux de corner ; l'autre extrémité est le milieu du côté considéré ;
– l'endroit où doit se trouver le ballon en début de partie se repère en mesurant avec la corde la largeur du terrain, corde qu'il suffit à nouveau de plier en deux, puis de placer sur la ligne médiane, l'une des extrémités au milieu d'une des longueurs ; l'autre extrémité est l'endroit où doit se trouver le ballon en début de partie.

61 – À l'abri !





62 – L'escalier



Les marches ont :
– pour hauteur respective 16 ; 32 et 48 cm ;
– pour profondeur 38 cm.

2 Angles

Situations problèmes	Cours / Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre, mieux rédiger	Approfondissement
2, 3	Angle : définition, notation, propriété [1 p. 22]			
4, 5	Angles superposables [2 p. 22]	15, 17, 18, 19, 20	42, 43, 44, 47, 50	62
6	Mesure d'un angle [3 p. 22] / Angles de même mesure, codage [4 p. 23]	16, 26, 30, 31		
	Apprendre à mesurer des angles avec un rapporteur [1 p. 24]*	**1*, 2, 3, 4,** 21, 22, 23, 24	45, 46	53, 57
	Apprendre à construire des angles avec un rapporteur [2 p. 25]	**5, 6, 7, 8, 9, 13, 14,** 40, 41	48, 51	58, 59, 60, 61
7	Bissectrice [5 p 23]	**10, 11, 12,** 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33		55, 56
8, 9	Types d'angles [6 p. 23]	25, 34, 35, 36, 37, 38, 39	49	52, 54

* Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de *Méthodes et savoir-faire*.

Situations problèmes

Situations 1 à 5

Notion d'angles … sans le rapporteur !

Situation 6 – Combien de degrés ?

Découverte du rapporteur.

Situations 7 à 8

Bissectrice, égalité, comparaison, types d'angle(s) … avec ou sans le rapporteur.

Méthodes et savoir-faire

Exercices 1 à 4 – Mesurer des angles avec un rapporteur

1 Les 4 angles mesurent 35°.

2 L'angle mesure 45°.

3 mes $\widehat{AOB} = 35°$; mes $\widehat{EOD} = 18°$; mes $\widehat{EOB} = 145°$; mes $\widehat{AOC} = 68°$; mes $\widehat{AOD} = 162°$.

Exercices 5 à 14 – Construire des angles avec un rapporteur

Activités d'application

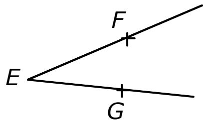
Exercice 15

Les 4 angles sont : $\widehat{AIC}$, $\widehat{CIB}$, $\widehat{BID}$, $\widehat{DIA}$.

Exercice 16

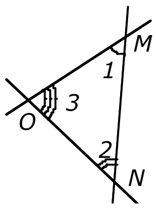
$\hat{a} = \hat{c}$ et $\hat{b} = \hat{d}$.

Exercice 17



Côtés de l'angle : [*EF*) et [*EG*).
Angle : $\widehat{FEG}$.

Exercice 18



1 est l'angle $\widehat{OMN}$ 2 est l'angle $\widehat{MNO}$
3 est l'angle $\widehat{NOM}$

Exercice 19

Il y a effectivement 6 angles sur la figure :
$\widehat{AOB}$, $\widehat{AOC}$, $\widehat{AOD}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{BOD}$, $\widehat{COD}$.

Exercice 20

$\hat{b} < \hat{a} < \hat{d} < \hat{e} < \hat{c}$.

Exercice 21

1. À 3 heures, l'angle formé par les aiguilles a pour mesure 90°.
2. À 1 heure, l'angle formé par les aiguilles a pour mesure 30°.

Exercice 22

La mesure de l'angle est 138°.

Exercice 23

mes$\widehat{NOP}$ = 30°.

Exercice 24

Avec les angles de l'exercice 20 :
mes $\hat{a}$ = 35°, mes $\hat{b}$ = 15°, mes $\hat{c}$ = 120°, mes $\hat{d}$ = 60° et mes $\hat{e}$ = 90°.
On retrouve $\hat{b} < \hat{a} < \hat{d} < \hat{e} < \hat{c}$.

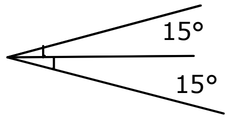
Exercice 25

55 + 35 = 90, donc l'angle $\widehat{AOB}$ est droit.

Exercice 26

D'après le codage, [*LI*) est bissectrice de l'angle $\widehat{MLK}$, donc cet angle a pour mesure 54°.

Exercice 27



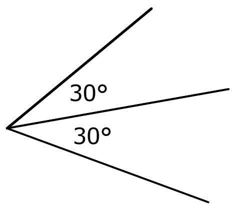
L'angle mesure 30°.

Exercice 28

(*D*) est la bissectrice de l'angle $\widehat{MON}$.

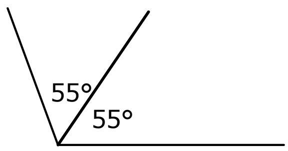
Exercice 29

1.



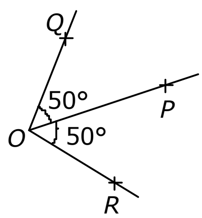
Angle de 60° et sa bissectrice.

2.



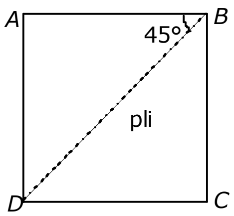
Angle de 110° et sa bissectrice.

Exercice 30



3. a.
[*OP*) est bissectrice de $\widehat{QOR}$.

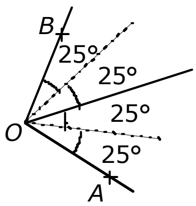
Exercice 31



2. (BD) est bissectrice de $\widehat{ABC}$.

3. mes$\widehat{ABD} = 45°$.

Exercice 32



La mesure de chacun des 4 angles est 25°.

Exercice 33

D'après les codages de la figure :
– *M* est milieu de [*BC*],
– $(AM) \perp (BC)$,
donc : (*AM*) est la médiatrice de [*BC*].

Exercice 34

Angles aigus : $\hat{b}$ et $\hat{d}$

Angles obtus : $\hat{a}$, $\hat{c}$ et $\hat{e}$.

(Attention : $\hat{a}$ n'est pas un angle droit.)

Exercice 35

Angles aigus : A, H et U,
Angles droits : J et K,
Angles obtus : M et S,
Angle plat : R.

Exercice 36

Angles aigus : $\widehat{MON}$ et $\widehat{SUD}$

Angles obtus : $\widehat{KAI}$, $\widehat{ROZ}$ et $\widehat{WET}$

Exercice 37

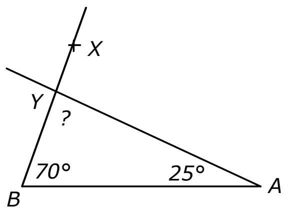
mes$\widehat{AOB} = 29 + 60 = 89°$
donc cet angle est aigu.
mes$\widehat{WVU} = 57 + 33 = 90°$
donc cet angle est droit.
mes$\widehat{XYZ} = 2 \times 46 = 92°$
donc cet angle est obtus.

Exercice 39

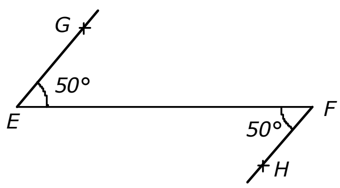
La mesure de l'angle en rouge est :
180 – 80 = 100°.

C'est l'angle rouge qui est obtus.

Exercice 40



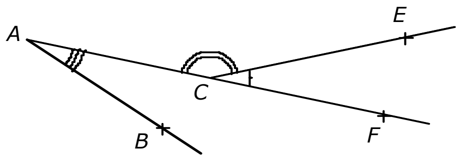
Exercice 41



Les droites (*EG*) et (*FH*) sont parallèles.

Bien comprendre, mieux rédiger

Exercice 42



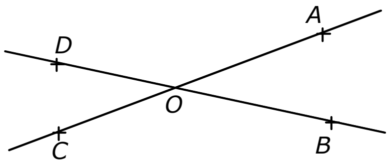
1. L'angle $\widehat{BAC}$ a pour *sommet* le point *A* et pour *côtés* les demi-droites [*AB*) et [*AC*).

2. L'angle $\widehat{FCA}$ a pour sommet le point *C* et pour côtés les *demi-droites* [*CF*) et [*CA*).

3. Les *demi-droites* [*CE*) et [*CF*) sont les *côtés* de l'angle $\widehat{ECF}$.

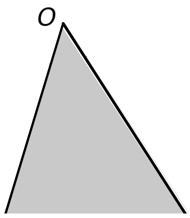
Exercice 43

L'erreur de Touré est d'avoir tracé deux demi-droites au lieu de deux droites.
Rectificatif :



Les 4 angles sont :
$\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$ et $\widehat{DOA}$.

Exercice 44



La partie grisée est l'angle délimité par les deux demi-droites d'origine *O*.
L'autre partie, non grisée, n'est pas un angle.

Exercice 45

On ne peut mesurer l'angle formé qu'en prolongeant les demi-droites [*BA*) et [*BC*).

Exercice 46

mes $\hat{a}$ = 180°,
mes $\hat{b}$ = 36°,
mes $\hat{c}$ = 125°,
mes $\hat{d}$ = 90°.

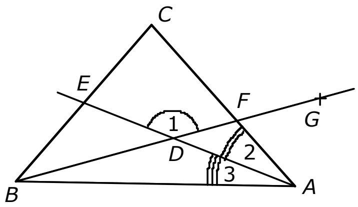
Exercice 47

Les angles sont :

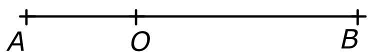
1. $\widehat{EDF} = \widehat{EDG}$;

2. $\widehat{CAE} = \widehat{CAD} = \widehat{FAD} = \widehat{FAE}$.

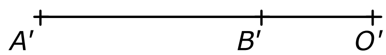
3. $\widehat{EAB} = \widehat{DAB}$.



Exercice 49



1. mes$\widehat{AOB}$ = 180°.



2. mes$\widehat{A'O'B'}$ = 0°.

Exercice 50

1. Sommet : *V* ; côtés : [*VR*) et [VS) ;
angle : $\widehat{RVS}$.

2. Sommet : *O* ; côtés : [*OS*) et [*OT*) ;
angle : $\widehat{SOT}$.

3. Sommet : *K* ; côtés : [*KL*) et [*KN*) ;
angle : $\widehat{LKN}$.

4. Sommet : *L* ; côtés : [*LM*) et [*LK*) ;
angle : $\widehat{KLM}$.

5. Sommet : *M* ; côtés : [*ML*) et [*MN*) ;
angle : $\widehat{LMN}$.

6. Sommet : *N* ; côtés : [*NM*) et [*NK*) ;
angle : $\widehat{MNK}$.

Exercice 51

1. Trace une droite (*D*).

2. Marque deux points, *A* et *B*, sur (*D*).

3. Construis un angle de mesure 40° et dont l'un des côtés est [*AB*).

4. Marque un point *C* sur le côté de l'angle qui n'est pas [*AB*).

Exercices d'approfondissement

Exercice 52

En 1, mes$\widehat{AOB}$ = 53 + 90 + 37 = 180°
donc A, O et B sont alignés.

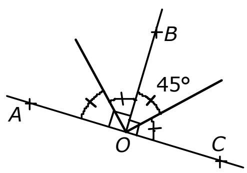
En 2, mes$\widehat{AOB}$ = 2 × 24 + 131 = 179°
donc A, O et B ne sont pas alignés.

Exercice 53

1. mes$\widehat{ABC}$ = 180°.

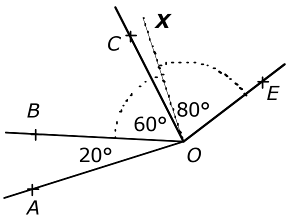
2. La mesure de l'angle entre les deux demi-droites rouges est :
180 – (41 + 27 + 27 + 35) = 50°.

Exercice 54



L'angle formé par les deux bissectrices a pour mesure : 45 + 45 = 90° ; donc elles sont perpendiculaires.

Exercice 55



1. mes$\widehat{AOC}$ = 60 + 20 = 80° et mes$\widehat{COE}$ = 80° ;

donc (OC) est la bissectrice de $\widehat{AOE}$.

2. Si (OX)⊥(AO) alors :

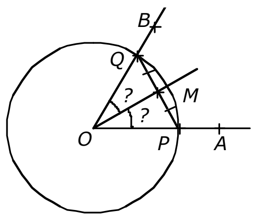
mes$\widehat{BOX}$ = 90 – 20 = 70°,

mes$\widehat{XOE}$ = (20 + 60 + 80) – 90 = 70° ;

donc (D)=(OX) est la bissectrice de $\widehat{BOE}$.

Exercice 56

Contrôler que (OM) est bissectrice de $\widehat{AOB}$ n'est possible que sur une figure réalisée avec soin !

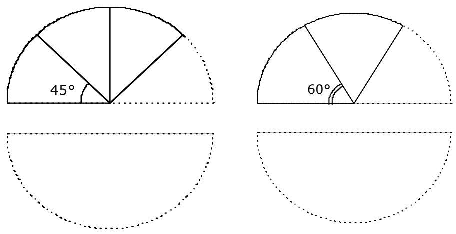


Exercice 57

La mesure de l'angle est :
142 – 105 = 37 *ou* 75 – 38 = 37°.

Exercice 58

1.



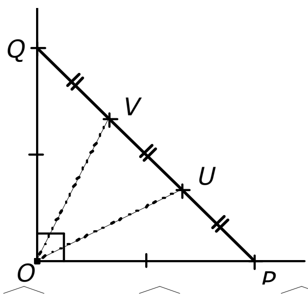
2. Tarte de gauche, partagée en 2, puis en 4 : la mesure commune des 8 angles est 45°.

3. Tarte de droite partagée en 2, puis en 3 : la mesure commune des 6 angles est 60°.

4. En mangeant 3 parts de la tarte partagée en 8, Zana a mangé « 135° de tarte ».
En mangeant 2 parts de la tarte partagée en 6, Tanoli a mangé « 120° de tarte ».
C'est Zana qui en a mangé le plus.

Exercice 59

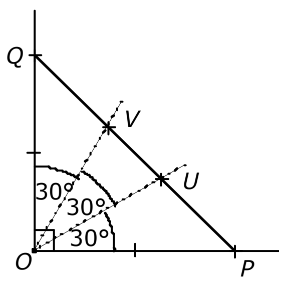
1. a.



b. mes$\widehat{POU}$ ≈ 27°, mes$\widehat{UOV}$ ≈ 36°, mes$\widehat{VOQ}$ ≈ 27°.

c. La construction n'est pas valable : les 3 angles ne sont pas égaux.

2.



a. Lorsque l'on partage un angle de 90° en trois angles de même mesure, la mesure commune doit être égale à 30°.

b. D'où la construction ci-contre.

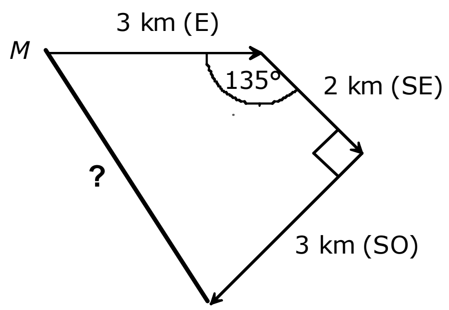
Activités d'intégration

60 Rose des vents

La rose des vents est une figure indiquant les points cardinaux (Nord, Sud, Est, Ouest) et des orientations intermédiaires ; elle permet notamment aux marins de repérer la direction des vents.
Sur une rose des vents à 8 branches, dans le sens des aiguilles d'une montre, outre les Nord (N), Est (E), Sud (S) et Ouest (O), on repère aussi :
– le Nord-Est (NE) ;
– le Sud-Est (SE) ;
– le Sud-Ouest (SO) ;
– et le Nord-Ouest (NO).

1. Sur cette rose des vents, la mesure de chacun des 8 angles est égale à 45° (la moitié de 90).

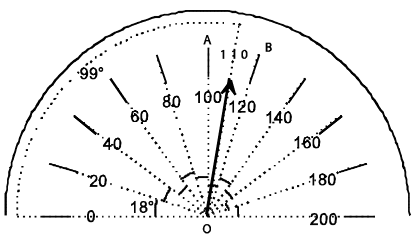
3. b.



c. La montgolfière a parcouru 8 km.
d. Elle se trouve à environ 4,2 km ; estimation faite avec la règle graduée sur une figure… soignée !

61 Compteur de vitesse

1. Une vitesse de 20 km/h correspond à un dixième de 180°, c'est-à-dire à 18°.



2. $110 = 5 \times 20 + 10$; or 20 km/h correspond à 18° et 10 km/h correspond à 9° ;
donc 110 km/h correspond à un angle de 99° ($5 \times 18 + 9 = 99$) à partir de la vitesse 0 km/h.
On peut aussi dire qu'à la vitesse de 110 km/h, l'aiguille du compteur est bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$. (*A* correspondant à 100 km/h et *B* correspondant à 120 km/h.)

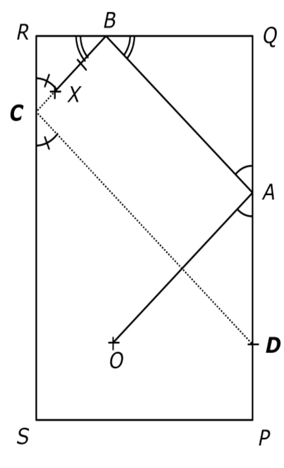
62 Le billard

2. a. mes$\widehat{OAP}$ = mes$\widehat{QAB}$.

c. mes$\widehat{QBA}$ = mes$\widehat{RBX}$.

3. La boule de billard va effectuer un 3[e] rebond au point *C*, intersection de [*BX*) et de [*RS*].
Elle va ensuite s'arrêter au point *D* du segment [*PQ*], tel que :

mes$\widehat{RCB}$ = mes$\widehat{SCD}$.



3 Cercles, disques

Situations problèmes	Cours / Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre, mieux rédiger	Approfondissement
2	Cercle, centre, rayon [1 p 34]			
3	Points sur un cercle [2 p 34]			
4	Cordes et rayons [3 p 34] Diamètres [4 p 34]	20, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 29, 30	43, 44, 45	
5	Arcs de cercle, demi-cercle [5 p 35] **Apprendre à construire à l'aide d'un compas [1 p 36]***	**1*, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11,** 19, 24, 28, 31, 32	42, 46, 47	50, 51, 53, 54, 61
6, 7	Périmètre d'un cercle [6 p 35] / Disque [7 p 35] / Aire d'un disque [8 p 35] **Calculer le périmètre d'un cercle et l'aire d'un disque [2 p 37]**	**12, 13, 14, 15, 16, 17, 18,** 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41	48	49, 52, 55, 56, 57, 58, 59, 60

* Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de *Méthodes et savoir-faire*.

Situations problèmes

2 Localisation d'un malfaiteur

Sur une figure exacte et soignée où l'unité de longueur est représentée par 2 carreaux, on trouve que le malfaiteur est à l'intersection de trois cercles : $C_1(A_1 ; 12)$, $C_2(A_2 ; 10)$, $C_3(A_3 ; 8)$; il est donc dans la poste.

3 Stations en Antarctique

2. b. En plus de la station Dumont-d'Urville, les autres bases situées sur le cercle polaire sont : Casey, Mimy et Molodezhnaya.
3. b. Dumont-d'Urville, Casey, Mimy et Molodezhnaya sont à la même distance du pôle Sud ; Siple et Dôme Fuji sont à la même distance du pôle Sud, plus près de ce pôle que les quatre autres stations.

4 Instrument à cordes

Sur le cercle de rayon 4 cm, on obtient 4 cordes (de longueurs 5 cm, 6 cm, 7 cm et 8 cm) dont la dernière (et la plus longue possible) est un diamètre de ce cercle.

5 Coup franc

1. Yao, Alpha, Guédé et Samba sont à distance réglementaire.
3. b. La ligne, au-delà de laquelle doivent se trouver les joueurs de l'équipe fautive, est un arc de cercle.

Activités 6 et 7

Activités de découverte du nombre π, du périmètre d'un cercle (pour la première), de l'aire d'un disque (pour la seconde)… demandant soin et minutie !

Méthodes et savoir-faire

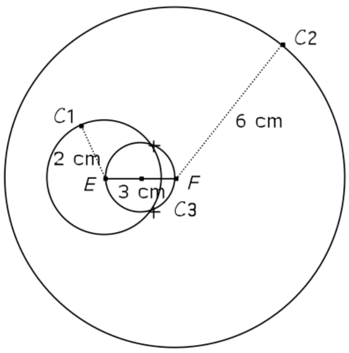
Exercices 1, 2 et 3

Construction, avec le compas (et la règle graduée), de triangles dont on connaît la longueur des côtés.

Exercices 4 et 5

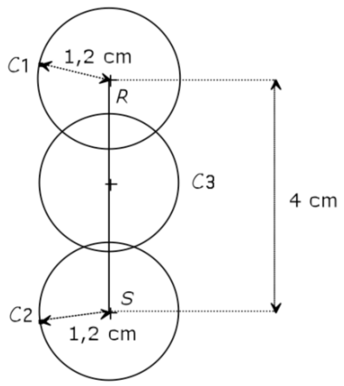
Construction, avec le compas (et la règle graduée), de triangles particuliers (isocèle en 4, équilatéral en 5) dont on connaît la longueur des côtés.

Exercice 6

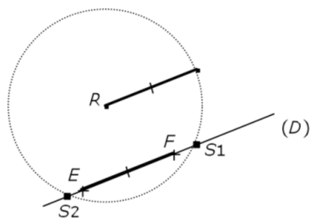


Seuls ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}_3$) se coupent en deux points.

Exercice 7



Exercice 8



Le cercle de centre *R* et de rayon *EF* coupe la droite (*D*) en 2 points.

Il y a donc deux possibilités : S_1 et S_2.

Exercices 9, 10 et 11

Report de longueur avec le compas (et la règle <u>non</u> graduée). Dans l'exercice 10, c'est le triangle *ABC* qui a le plus grand périmètre.

Exercice 12

Dans cet exercice, en prenant 3,14 comme valeur approchée de π :

1. Calcul du périmètre d'un cercle connaissant son rayon :

Rayon	6 cm	4,1 km	1,5 mm
Périmètre	37,68 cm	25,748 km	9,42 mm

2. Calcul du périmètre d'un cercle connaissant son diamètre :

Diamètre	8 cm	15 dm	9,7 m
Périmètre	25,12 cm	47,1 dm	30,458 m

Exercice 13

La valeur reportée dans le tableau est : 16,3 m²
= 163 000 cm² = 0,163 dam²
= 0,001 163 hm².

Exercice 14

32,45 m² correspond à la ligne <u>2</u> ; 324,5 dm² correspond à la ligne <u>1</u> ; 324,5 m² correspond à la ligne <u>3</u>.

Exercice 15

Valeur approchée de l'aire d'un disque de 2,4 cm de rayon : <u>18,086 4 cm²</u> (avec $\pi \approx 3,14$).

Exercice 16

Le rayon du cercle étant de 1,5 cm, son périmètre est égal à <u>9,42 cm</u> et son aire est égale à <u>7,065 cm²</u>.

Exercice 17

34,5 ha = 345 000 m² ; 77 a = 7 700 m² ;
13,2 ca =13,2 m².

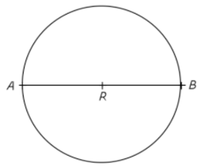
Exercice 18

Valeur approchée de l'aire du disque brouté par le mouton :

$2,5 \times 2,5 \times 3,14 = 19,625$ m² = <u>19,625 ca</u>.

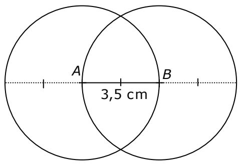
Activités d'application

Exercice 19



Contrôle de la qualité du tracé : le cercle centré au milieu de [*AB*] et passant par *A* <u>doit passer par *B*</u>.

Exercice 20



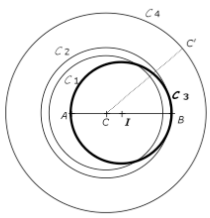
Le diamètre des deux cercles est : $2 \times 3{,}5 = 7$ cm.

Exercice 21

1. a. Le cercle de rayon *EF* est le cercle <u>mauve</u>.
b. Le cercle de centre *G* qui passe par F est le cercle <u>bleu</u>.
c. Le cercle de diamètre *EF* est le cercle <u>rouge</u>.
2. Le cercle orange est le cercle de centre *F*, qui passe par *G*.

Exercice 22

Les cercles $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_4$ ont le même centre *C*.
Le cercle $\mathcal{C}_4$ passe par le point *C′* tel que *CC′* = *AB*.
Le cercle $\mathcal{C}_3$ a pour centre le milieu de [*AB*].

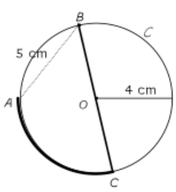


Exercice 23

1. Classement des villes dans l'ordre où elles ressentent les secousses : *C*, *A*, *B* et *D*.
2. Les points où les secousses sont ressenties au même moment que dans la ville *B* sont ceux du cercle de centre *E*, qui passe par *B*.

Exercice 24

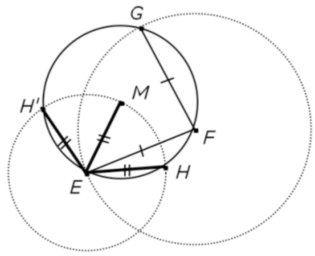
Sur la figure non colorée :
– la corde [*AB*] est en pointillés,
– le diamètre [*BC*] est en trait plein,
– l'arc de cercle, d'extrémités *A* et *C* ne contenant pas *B*, est en trait gras.



Exercice 25

2. *G* est le point d'intersection du cercle initial avec celui de centre *F* et de rayon *EF*.

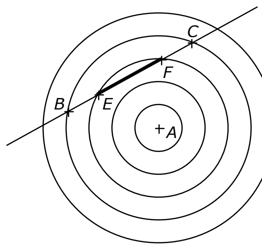
3. *H* est l'un des deux points d'intersection du cercle initial avec celui de centre *E*, qui passe par *M*.



Exercice 26

2. Aucun point de (*D*) n'est à 2 cm de *A* ; deux points de (*D*), *B* et *C*, sont à 4 cm de *A*.

3. Les points de (*D*) qui sont, au plus, à 3 cm de *A*, sont les points de la corde [*EF*] du cercle de centre *A* et de rayon 3 cm.



Exercice 27

Compréhension des consignes et bonne utilisation du compas permettront de voir (ou revoir) la construction, dans un cercle, d'un hexagone régulier.

Exercice 28

Les points *B*, *C* et *D* sont sur un même cercle de centre *A* ; en effet : *AB* = *AC* = *AD*.

Exercice 29

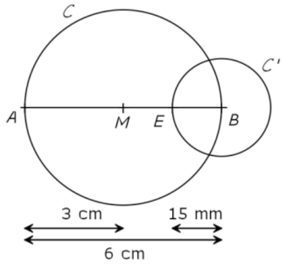
[*AB*] est une corde du cercle passant par son centre ; donc [*AB*] est un diamètre de ce cercle.

Exercice 30

– [*EF*] et [*GH*] sont deux cordes du cercle passant par son centre *A* ; ce sont deux diamètres qui ont la même longueur : *EF* = *GH*.
– *F* est un point du cercle de centre *A* ; donc *AF* est égal au rayon de ce cercle et $HG = 2 \times AF$ (le double du rayon est égal au diamètre).

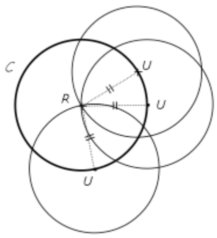
Exercice 31

Le centre M du cercle de diamètre $[AB]$ est aussi le milieu de $[AB]$; donc : $MA = MB = 3$ cm.
E étant le point d'intersection du segment $[BM]$ avec le cercle de centre B et de rayon 15 mm, on a : $BE = 1{,}5$ cm ; $EM = 3 - 1{,}5 = 1{,}5$ cm ;
donc : E est le milieu de $[BM]$.



Exercice 32

Pour tous les cercles de centre U, passant par R et de rayon 3 cm, on a : $UR = 3$ cm ; donc : $U \in \mathcal{C}$.
(Tous les points de $\mathcal{C}$ conviennent.)



Exercice 33

En prenant $\pi \approx 3$:

Rayon	2 cm	3 m	10 cm	15 m	50 cm
Périmètre	12 cm	18 m	60 cm	90 m	300 cm

Exercice 34

En prenant $\pi \approx 3$:

Périmètre	12 cm	15 m	30 km	2,4 m
Rayon	2 cm	2,5 m	5 km	0,4 m

Exercice 35

En prenant $\pi \approx 3{,}14$:
$\mathcal{C}_1$ a pour rayon 7 cm et pour périmètre 43,96 cm.
$\mathcal{C}_2$ a pour diamètre 10 dm et pour périmètre 31,4 dm. $\mathcal{C}_3$ a pour rayon 12 cm et pour périmètre 75,36 cm.
$\mathcal{C}_4$ a pour rayon 8 cm et pour périmètre 25,12 cm.

Exercice 36

1. En prenant $\pi \approx 3{,}14$, relations entre rayon, diamètre et périmètre de cercles :

Rayon	Diamètre	Périmètre
4 cm	8 cm	25,12 cm
6 m	12 m	37,68 m
17 cm	34 cm	106,76 cm
10 m	20 m	62,8 m
50 cm	100 cm	314 cm

Valeur exacte du périmètre d'un cercle, connaissant son rayon :

Rayon	8 cm	1,4 m
Périmètre	$16 \times \pi$ cm	$2{,}8 \times \pi$ m

Rayon	35 dm	5,7 km
Périmètre	$70 \times \pi$ dm	$11{,}4 \times \pi$ km

2. Valeur exacte du périmètre d'un cercle, connaissant son diamètre :

Diamètre	13 m	9,75 m
Périmètre	$13 \times \pi$ m	$9{,}75 \times \pi$ m

Diamètre	80,02 dm	1 827 km
Périmètre	$80{,}02 \times \pi$ dm	$1\,827 \times \pi$ km

Exercice 37

1. Composées de 10 *côtés d'un carreau* et de deux demi-périmètre de cercle de rayon 1 *côté du même carreau*, les deux figures ont le même périmètre.
2. Calcul du périmètre commun :
$10 \times 5 + 2 \times 5 \times \pi \approx 50 + 10 \times 3{,}14$
$\approx 81{,}4$ mm.
3. L'aire de la figure 1 (composée de 7 *carreaux*) est plus petite que l'aire de la figure 2 (composée de 10 *carreaux*).

Exercice 38

1. En prenant $\pi \approx 3{,}14$:
a. le disque de rayon 3 cm a pour aire :
$3 \times 3 \times 3{,}14 = 28{,}26$ cm² ;
b. le disque de diamètre 5 cm a pour aire :
$2{,}5 \times 2{,}5 \times 3{,}14 = 19{,}625$ cm².
2. a. La valeur exacte de l'aire du disque de rayon 3 cm est : $9 \times \pi$ cm².
b. La valeur exacte de l'aire du disque de diamètre 5 cm est : $6{,}25 \times \pi$ cm².

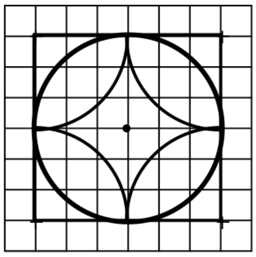
Exercice 39

La figure est composée d'un carré de 10 mm de côté et de quatre demi-disques (c'est-à-dire deux disques) de rayon 5 mm.
Une valeur approchée de son aire est :
$10 \times 10 + 5 \times 5 \times 3{,}14 \approx 178{,}5$ mm².

Exercice 40

1. Le cercle, dont le centre est celui du carré et le rayon est égal à 15 mm, a même périmètre que celui de la figure bleue.
2. En prenant $\pi \approx 3{,}14$, ce périmètre est égal à :
$2 \times 15 \times 3{,}14 = 94{,}2$ mm.

3. La figure bleue est constituée du carré de côté 30 mm, auquel on ôte 4 quarts de disque de rayon 15 mm (c'est-à-dire un disque complet de ce même rayon).



En prenant $\pi \approx 3{,}14$, l'aire de cette figure est égale à :
$30 \times 30 - 15 \times 15 \times 3{,}14 = 193{,}5$ mm².

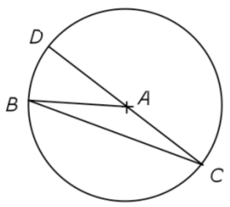
Exercice 41

L'aire d'un disque de rayon 0,008 m = 8 mm est égal à :
$8 \times 8 \times 3{,}14 = 200{,}96$ mm².

Bien comprendre, mieux rédiger

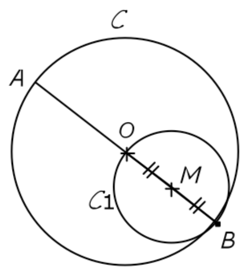
Exercice 42

1. Le segment [*AB*] est <u>un rayon</u> du cercle.
2. Le segment [*AB*] est <u>un côté</u> du triangle *ABC*.
3. Le segment [*BC*] est <u>une corde</u> du cercle.
4. Le segment [*CD*] est <u>un diamètre</u> du cercle.
5. Le point *A* est <u>une extrémité</u> du segment [*AB*].
6. La ligne rouge est <u>un arc de cercle</u>.
7. Le point *C* est <u>un sommet</u> du triangle *ABC*.



Exercice 43

1. D'après la figure, le point *O* est le <u>centre</u> du cercle $\mathcal{C}$ et le <u>milieu</u> du segment [*AB*].
2. <u>*AB*</u> = 12 mm. Dans le cercle $\mathcal{C}_1$, *M* est le <u>milieu</u> du diamètre [*0B*] et le <u>centre</u> du cercle.

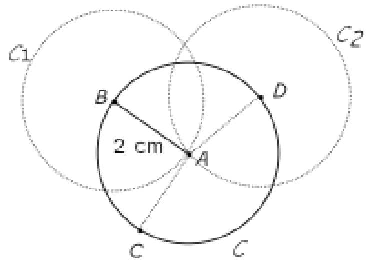


Exercice 44

1. a. Trace un cercle $\mathcal{C}$ de centre *O*, puis trace un diamètre (<u>segment</u>) de ce cercle.
b. Trace un cercle $\mathcal{C}_1$ de 6 cm (<u>longueur</u>) de diamètre.
2. a. Trace deux autres diamètres (<u>segments</u>) du cercle $\mathcal{C}$.
b. Mesure le diamètre (<u>longueur</u>) du cercle $\mathcal{C}$.
3. Combien de diamètres (une infinité de <u>segments</u>) peut-on tracer dans le cercle $\mathcal{C}_1$?

Exercice 45

Description de la figure réalisée ci-dessous en illustration des consignes données :
– $\mathcal{C}$, en trait plein, et $\mathcal{C}_1$, en pointillés, sont les deux seuls cercles dont [*AB*] est un rayon ;
– [*AC*] et [*AD*] (en pointillés) sont deux autres rayons de $\mathcal{C}$ (il y en a une infinité) ;
– $\mathcal{C}_2$ est un autre cercle dont le rayon est égal à *AB* (il y en a une infinité d'autres).



Exercice 46

- Trace un cercle de centre *O* et de rayon 2 cm.
- Trace un diamètre [*EF*] de ce cercle.
- Place le milieu *G* du <u>rayon [*OF*]</u>.
- <u>Trace la médiatrice de [*OF*] ;</u>

<u>elle coupe le cercle en *M* et *N*</u>.

- <u>Place le point *P* tel que [*NP*] soit un diamètre du cercle</u>.

Exercice 47

Programme de construction :

- Place un point *A*.
- Trace les cercles de centre *A*, de rayons 2,5 cm et 5 cm.

Exercice 48

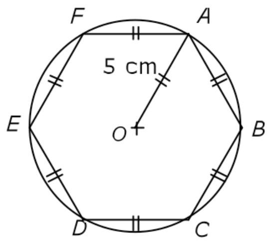
1. $\pi \approx 3{,}141\ 592\ 654$.
2. Pour le périmètre d'un cercle de rayon 10,5 cm :
a. le calcul de tête donne : $2 \times 10{,}5 \times 3 = 63$ cm ;
b. le calcul à l'aide d'une calculatrice donne :
$2 \times 10{,}5 \times \pi = 65{,}973\ 445\ 73$ cm ;

3. Valeur approchée, au mm près, de l'écart entre les deux résultats : $660 - 630 = 30$ mm.
4. Pour l'aire d'un disque de rayon 0,5 m = 5 dm :
a. le calcul de tête donne : $5 \times 5 \times 3 = 75$ dm^2 ;
b. le calcul à l'aide d'une calculatrice donne : $5 \times 5 \times \pi = 78{,}53981634$ dm^2 ;
c. valeur approchée, au dm^2 près, de l'écart entre les deux résultats : $79 - 75 = 4$ dm^2.

Exercices d'approfondissement

Exercice 49

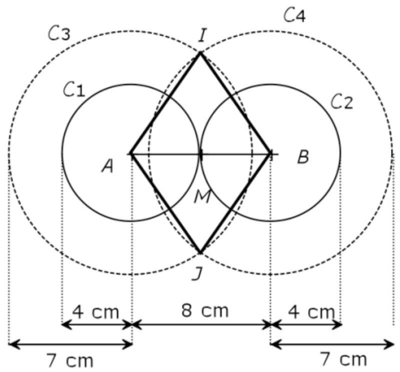
1.



2. Périmètre de l'hexagone : $6 \times 5 = 30$ cm.
3. Périmètre du cercle $\mathcal{C}(O\,;5)$:
$2 \times 5 \times \pi \approx 31{,}42$.
4. Le cercle et l'hexagone n'ont pas le même périmètre

Exercice 50

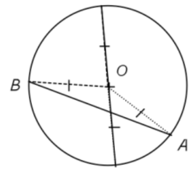
$AB = 8$ cm.



1. [*AB*] et le cercle $\mathcal{C}_1$, de centre *A* et de rayon 4 cm, sont sécants en un point *M* tel que $AM = 4$ cm ; c'est le milieu de [*AB*].
Il en est de même pour [*AB*] et le cercle $\mathcal{C}_2$, de centre *B* et de rayon 4 cm.
Finalement $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ passent par le milieu *M* de [*AB*].
2. Les cercles $\mathcal{C}_3$ et $\mathcal{C}_4$, de même rayon 7 cm et de centres *A* et *B*, ont deux points communs *I* et *J* tels que $AI = AJ = 7$ cm et $BI = BJ = 7$ cm ; donc : $IA = IB = 7$ cm et $JA = JB = 7$ cm.
3. Pour construire deux autres points *I'* et *J'* tels que $I'A = I'B$ et $J'A = J'B$, il suffit de tracer deux cercles, centrés en *A* et *B*, de même rayon et ayant deux points en commun ; ce rayon commun doit être supérieur à 4 cm (*ce que les élèves peuvent découvrir eux-mêmes*).

Exercice 51

OA et *OB* étant égaux au rayon du cercle, une corde de longueur $AO + OB$ est un diamètre de ce cercle (*c'est effectivement la plus longue corde du cercle*).

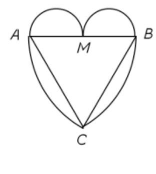


Exercice 52

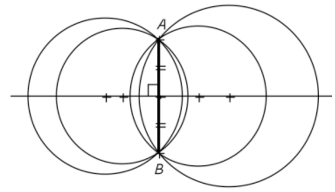
Si l'on suppose que la Terre est parfaitement sphérique, l'équateur est un cercle de 40 000 km de périmètre, c'est-à-dire, en prenant 3 comme valeur approchée de π, un cercle de rayon :
$40\,000 : 6 \approx 6\,667$ km.

Exercice 53

Programme de construction :
– Construis un triangle équilatéral *ABC*.
– Si *M* est le milieu de [*AB*], construis à l'extérieur de *ABC* les deux demi-cercles de diamètres [AM] et [MB].
– Sur le cercle de centre *A* passant par *B*, trace l'arc de cercle compris entre *B* et *C*, ne contenant pas *A*.
– Sur le cercle de centre B passant par *A*, trace l'arc de cercle compris entre A et C, ne contenant pas *B*.

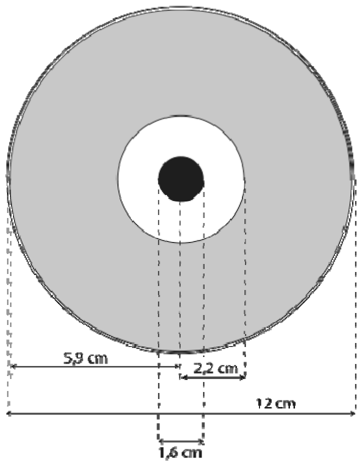


Exercice 54



Un cercle, pour lequel [*AB*] est une corde, a son centre à égale distance de *A* et *B*, c'est-à-dire appartient à la médiatrice de [*AB*].

Exercice 55



1. Sur la figure :
– le DVD a pour diamètre 12 cm,
– la partie trouée du DVD est noire et a pour diamètre 1,6 cm,
– la zone de stockage est gris claire.

3. a. Pour calculer l'aire de stockage du DVD, on remarque qu'elle est comprise entre un cercle de rayon 2,2 cm et un cercle de rayon 5,9 cm ; son aire est donc égale à :
$5{,}9 \times 5{,}9 \times 3{,}14 - 2{,}2 \times 2{,}2 \times 3{,}14 = 94{,}1$ cm².

b. Si avec cette aire, on peut enregistrer 120 min de musique, 1 min de stockage nécessite :
94,1 :120 ≈ 0,78 cm².

Exercice 56

1. En prenant $\pi \approx 3$: périmètre du parterre :
$10 \times 3 = 30$ m = 3 000 cm ;
nombre de rosiers : 3 000 : 50 = 60.

2. a. En prenant $\pi \approx 3{,}14$: périmètre du parterre :
$10 \times 3{,}14 = 31{,}4$ m = 3 140 cm.
b. Comme 3 140 : 50 ≈ 62,8, on peut dire que le jardinier <u>sous-estime</u> le nombre de rosiers.

Exercice 57

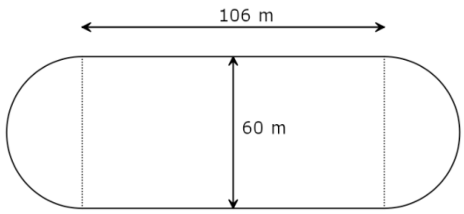
1. La mesure de l'angle défini par une part est 360 : 8 = 45°.

2. a. Aire de la tarte :
$13{,}5 \times 13{,}5 \times 3{,}14 \approx 572{,}265$ cm² ;
donc l'aire d'une part est : 572,265 :
8 ≈ 71,53 cm².
b. Périmètre de la tarte : $27 \times 3{,}14 \approx 84{,}78$ cm ;
donc la longueur de l'arc de cercle en chocolat qui borde une part est : 84,78 : 8 ≈ 10,6 cm.

Activités d'intégration

58 – Piste de course

1. On ne peut pas se contenter d'une piste rectangulaire, qui aurait pour longueur : $(2 \times 106) + (2 \times 60) = 332$ m.
2. En prolongeant les segments parallèles, de part et d'autre, par un demi-cercle de diamètre 60 m (*voir schéma ci-contre*), on obtiendra une piste de longueur :
$(2 \times 106) + (60 \times 3{,}14) \approx 399{,}4$ m.



59 – Cercle d'irrigation

Valeur approchée de l'aire d'un cercle d'irrigation : $500 \times 500 \times 3{,}14 \approx 785\,000$ m² ≈ 78,5 ha.
Il y avait environ 18 500 : 78,5 ≈ 210 cercles d'irrigation.

60 – Décorer des plats

En prenant $\pi \approx 3$:
Le périmètre d'un plat est : $2 \times 25 \times 3 \approx 150$ cm ≈ 1,5 m.
Pour 100 plats, la longueur à dorer est : $100 \times 1{,}5 \approx 150$ m.
À raison de 10 g pour 1 m, la mère de Saly a besoin de 1 500 g = 1,5 kg ; elle a juste assez de doré.
En prenant $\pi \approx 3{,}14$, les besoins en doré seront supérieurs et la mère de Nana n'aura pas assez de doré.

61 – Les cercles olympiques

Excellent exercice, motivant pour les élèves, qui suppose soin et précision.

4 Les triangles

Situations problèmes	Cours / Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre, mieux rédiger	Approfondissement
2	Triangle [1 p 46]			
3, 4, 5, 6	Triangle rectangle [2a p 46] Triangle isocèle [2b p 46] Triangle équilatéral [2c p 46]	21, 22	46, 47	
7	Périmètre d'un triangle [3 p 46]	33, 34, 36, 38, 42		
8, 9	Médiatrice [4a p 47] Médiane [4b p 47] Hauteur [4c p 47]	23, 24, 25, 26, 30, 31, 32, 43		
	Apprendre à utiliser une propriété pour construire [1 p 48]*	**1*, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,** 27, 28, 29, 39, 40, 41	44, 45, 48, 49	50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 60, 62
10, 11	Aire d'un triangle [5 p 47]			
	Apprendre à calculer l'aire d'un triangle [2 p 49]	**13, 14, 15, 16, 17,18,19, 20,** 35, 37		58, 59, 61, 63

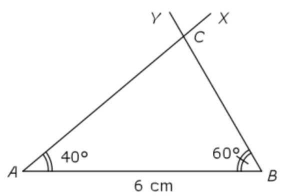
* Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de *Méthodes et savoir-faire*.

Situations problèmes

1 Les routes à construire

La proposition la moins coûteuse (*construire les deux plus courtes routes*) n'est pas la plus pratique pour les habitants (*construire trois routes*) !

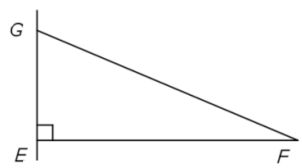
2 Trois angles et trois côtés



1. d. mes$\widehat{BAC}$ = 40°, mes$\widehat{ABC}$ = 60° et mes$\widehat{ACB}$ = 80°.

2. b. AB = 6 cm, BC = 4,6 cm et CA = 6,2 cm.

3 Bien droit

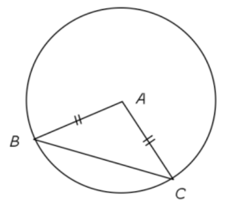


1. Un triangle rectangle se reconnaît à la présence d'un angle droit.

2. C'est à l'aide de l'équerre que l'on retrouve l'intrus : le triangle rose n'est pas rectangle.

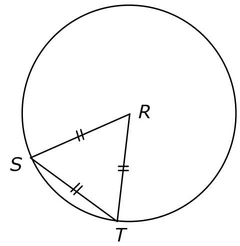
3. *EFG* a un angle droit : $\widehat{FEG}$, puisque $(EF)\perp(EG)$.

4 Des jambes égales



2. b. *ABC* a deux côtés, [*AB*] et [*AC*], de même longueur, égale au rayon du cercle.

5 Tous de la même longueur



2. b. *RST* a ses trois côtés de même longueur, égale au rayon du cercle.

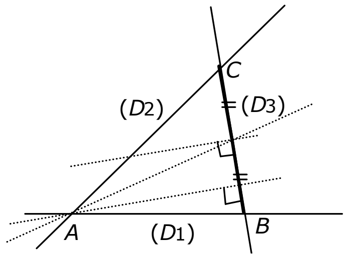
6 Le nom et la nature

1. a. C'est le garçon qui a donné le nom du triangle jaune.
b. C'est la fille qui a donné la nature du triangle jaune
2. Le triangle rouge est équilatéral et se nomme *DBC*.
3. Le triangle qui a deux côtés blancs se nomme *ABC* et est isocèle en *D*.

7 Triangle musical

Pour construire un triangle équilatéral de 20 cm de côté, la longueur de tige nécessaire est de 60 cm. Pour construire un triangle équilatéral de 40 cm de côté, la longueur de tige nécessaire est de 120 cm.

8 Des expressions au choix



2. a. • Construis la droite qui passe par *A* et qui est perpendiculaire à (*BC*).
→ *On obtient une hauteur de ABC.*
• Construis la droite qui passe par *A* et qui passe par le milieu de [*BC*].
→ *On obtient une médiane de ABC.*
• Construis la droite :
– qui est perpendiculaire à (*BC*),
– qui passe par le milieu de [*BC*].
→ *On obtient une médiatrice de ABC.*

9 Droites par pliage

2. En pliant le triangle découpé *ABC* de sorte que les sommets *B* et *C* se superposent, le pli obtenu est la médiatrice de [*BC*].
(Contrôle : le pli passe par le milieu de ce segment et lui est perpendiculaire.)
3. La hauteur issue de *A* s'obtient en faisant un pli passant par *A* et en repliant le côté [*BC*] sur lui-même. La médiane issue de *A* s'obtient en faisant un pli passant par *A* et le milieu de [*BC*].

10 Aires égales

2. Les aires des triangles *ABC* et *ACD* sont égales à la moitié de l'aire du quadrilatère *ABCD*.
3. et **4.** Les aires des triangles *BDA* et *BDC* sont aussi égales à la moitié de l'aire du quadrilatère *ABCD*.

11 Combien de petits carreaux ?

1. a. Nombre de carreaux jaunes : 18.
b. Équivalence en carreaux de la portion rouge : 2.
c. Équivalence en carreaux de la portion bleue : 4.
d. L'aire du triangle est donc égale à celle de 24 carreaux.

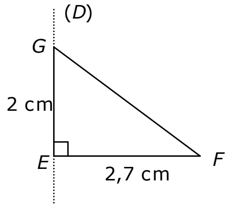
2. L'aire du triangle est égale à la moitié de celle du rectangle.

Méthodes et savoir-faire

Exercices 1, 2, 3, 4, 5, 8 et 9

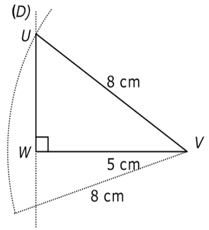
Recommandations pour la construction de triangles, dont on connaît certaines dimensions :
– faire au préalable une figure à main levée ;
– préciser les instruments de géométrie utilisés et donner le programme de construction ;
– contrôler que le triangle obtenu correspond aux consignes.

Exercice 1



Instruments : règle graduée et équerre.
Programme :
– Construis [*EF*] tel que *EF* = 2,7 cm ;
– construis (*D*) tel que (*D*)⊥(*EF*) et *E*∈ (*D*) ;
– place *G* sur (*D*) tel que *EG* = 2 cm.

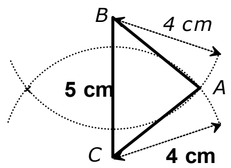
Exercice 2



Instruments : règle graduée, équerre et compas.
Programme :
– Construis [*WV*] tel que *WV* = 5 cm ;
– construis (*D*) tel que (*D*)⊥(*VW*) et *W*∈ (*D*) ;
– construis le cercle de centre *V*, de rayon 8 cm ;
– *U* est l'un des 2 points d'intersection de (*D*) et du cercle.

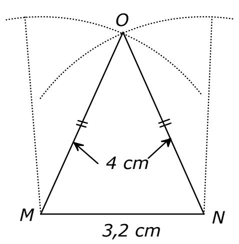
Exercice 3

Instruments : règle graduée et compas.
Programme :
– Construis [*BC*] tel que *BC* = 5 cm ;
– construis les cercles de centres *B* et *C*, de rayon 4 cm ;
– *A* est l'un des 2 points d'intersection de ces 2 cercles.

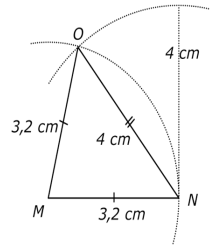


Exercice 4

Instruments : règle graduée et compas.
Programme ***a*** :
– Construis [*MN*] tel que *MN* = 3,2 cm ;
– construis les cercles de centres *M* et *N*, de rayon 4 cm ;
– *O* est l'un des 2 points d'intersection de ces 2 cercles.

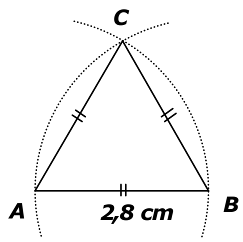


Programme ***b*** :
– Construis [*MN*] tel que *MN* = 3,2 cm ;
– construis le cercle de centre *M*, de rayon 3,2 cm ;
– construis le cercle de centre *N*, de rayon 4 cm ;
– *O* est l'un des 2 points d'intersection de ces deux cercles.



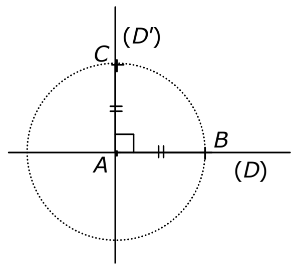
Exercice 5

Instruments : règle graduée et compas.
Programme :
– Construis [*AB*] tel que *AB* = 2,8 cm ;
– construis le cercle de centre *A*, passant par *B* ;
– construis le cercle de centre *B*, passant par *A* ;
– *C* est l'un des 2 points d'intersection de ces 2 cercles.



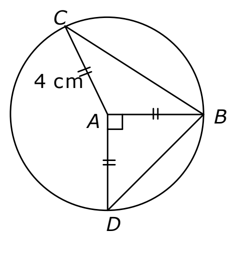
Exercice 6

3. Le triangle *ABC* est à la fois rectangle et isocèle en *A*, si *C* est l'un des 2 points d'intersection de (*D'*) et du cercle de centre *A*, passant par *B*.



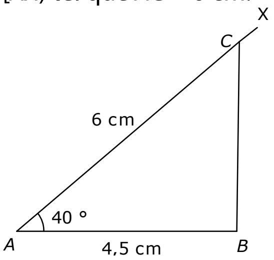
Exercice 7

2. *ABC* est un triangle isocèle en *A*, puisque les côtés [*AB*] et [*AC*] sont de même longueur, égale au rayon du cercle.
3. *ABD* est un triangle rectangle et isocèle en *A*.



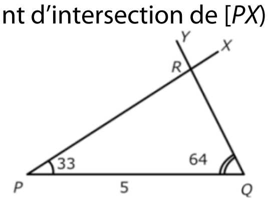
Exercice 8

Instruments : règle graduée et rapporteur.
Programme :
– Construis [*AB*] tel que *AB* = 4,5 cm ;
– construis $\widehat{BAX}$ tel que mes$\widehat{BAX}$ = 40° ;
– place *C* sur [*AX*) tel que *AC* = 6 cm.

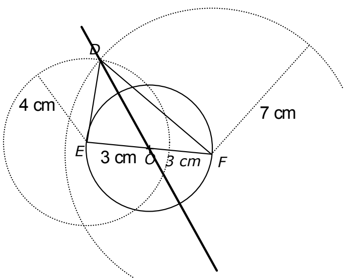


Exercice 9

Instruments : règle graduée et rapporteur.
Programme :
– Construis [*PQ*] tel que *PQ* = 5 cm ;
– construis $\widehat{QPX}$ tel que mes$\widehat{QPX}$ = 33° ;
– construis $\widehat{PQY}$ tel que mes$\widehat{PQY}$ = 64° ;
– *R* est le point d'intersection de [*PX*) et [*QY*).

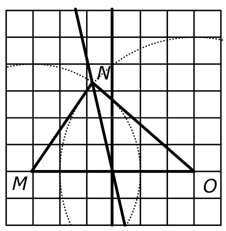


Exercice 10



La médiane issue de *D* dans le triangle *DEF* est la droite (*DO*).

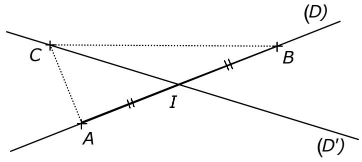
Exercice 11



On utilise les carreaux pour :
1. a. tracer un segment [*OM*] tel que *OM* = 6 ;
b. construire le cercle de centre *M*, de rayon 4, et le cercle de centre *O*, de rayon 5 ; *N* est le point d'intersection de ces deux cercles.
2. La médiane issue de *N* est une droite qui passe par *N* et un point du quadrillage (milieu de [*OM*]).
3. La médiatrice de [*OM*] est une ligne du quadrillage.

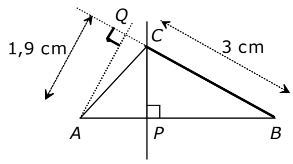
Exercice 12

Pour que (*D'*) soit médiane du triangle *ABC*, il faut placer *C* sur la droite (*D'*) (sauf en *I*).



Exercice 13

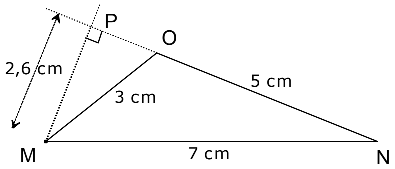
1. *Attention* : la hauteur issue de *A* est extérieure au triangle *ABC* !



2. *AQ* ≈ 1,9 cm ; l'aire du triangle *ABC* est :
(3 × 1,9) : 2 ≈ 2,85 cm².

Exercice 14

1.



2. La hauteur perpendiculaire au support de [NO] est à nouveau extérieure au triangle.
3. a. *MP* = 2,6 cm.
b. L'aire du triangle *MNO* est :
(5 × 2,6) : 2 = 6,5 cm².

Exercice 15

L'aire d'un triangle, dont un côté mesure 7 cm et la hauteur associée mesure 0,5 cm, est :
(7 × 0,5) : 2 = 1,75 cm².

Exercice 16

L'aire du triangle représenté à main levée est :
(4 × 2,1) : 2 = 4,2 cm².

Exercice 17

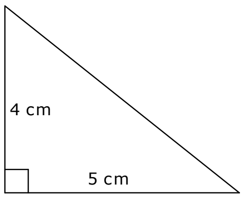
L'aire d'un triangle *ABC*, dont la hauteur issue de *A* mesure 1,5 m et le côté [*BC*] mesure 400 mm, est : (1,5 × 0,4) : 2 = 0,3 m² = 30 dm².

Exercice 18

La hauteur représentée en pointillés mesure 1,6 cm ; le côté auquel elle est associée mesure 5,5 cm ; donc l'aire du triangle est :
(5,5 × 1,6) : 2 = 4,4 cm².

Exercice 19

1.



2. Dans le triangle rectangle ci-dessus :
– un côté mesure 5 cm,
– la hauteur associée mesure 4 cm.

3. L'aire de ce triangle est :
$(5 \times 4) : 2 = 10$ cm^2.

Exercice 20

L'unité d'aire est le carreau.
Aire du triangle a : $(6 \times 5) : 2 = 15$.
Aire du triangle b : $(4 \times 5) : 2 = 10$.
Aire du triangle c : $(4 \times 4) : 2 = 8$.
Aire du triangle d : $(4 \times 2) : 2 = 4$.
Aire du triangle e : $(4 \times 1) : 2 = 2$.
Aire du triangle f : $(2 \times 1) : 2 = 1$.
Aire du triangle g : $(12 \times 2) : 2 = 12$.

Activités d'application

Exercice 21

Triangle	*ADE*	*DEC*	*CEB*	*BEA*
quelconque				
rectangle	X	X	X	X
isocèle	X	X		
équilatéral				

Triangle	*ADC*	*ABC*	*ADB*	*BCD*
quelconque			X	X
rectangle	X			
isocèle	X	X		
équilatéral		X		

Exercice 22

Parmi les triangles *RPO*, *SUO*, *RUO* et *TSO*, l'intrus est <u>*RUO*</u> qui n'est pas isocèle en *O*.

Exercice 23

1. Une hauteur a été tracée dans les triangles *DEF* et *LKJ*.
2. Dans le triangle *ABC*, une *médiatrice* a été tracée.
Dans le triangle *GIH*, une *médiane* a été tracée.

Exercice 24

Dans le triangle *ABC* :
– (*AI*) est la hauteur issue de *A* ;
– (*CF*) est la médiane issue de *C* ;
– (*GF*) est la médiatrice de [*AB*] ;
– (*CE*) est la hauteur issue de *C* ;
– (*GH*) est la médiatrice de [*AC*].

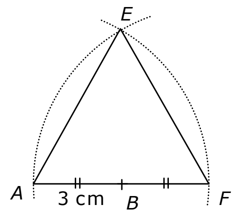
Exercice 25

Dans le triangle *ABC* :
– (*BE*) est la hauteur issue de *B* ;
– (*AG*) est la médiane issue de *A* ;
– (*HF*) est la médiatrice de [*AB*].

Exercice 26

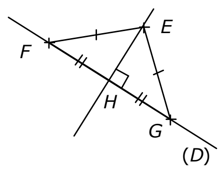
Dans le triangle *ABC* :
1. la hauteur issue de *A* est (*AS*) ;
2. la médiane issue de *A* est (*AV*) ;
3. la médiatrice de [*BC*] passe par V.
4. Dans le triangle *AUC* :
– la hauteur issue de *A* est (*AS*),
– la médiane issue de *A* est (*AW*).

Exercice 27



Instruments : règle graduée et compas.
Programme :
– Construis [*AB*] tel que *AB* = 3 cm ;
– placer *F* sur [*AB*) tel que *BF* = *AB* ;
– construis un triangle équilatéral AFE.
(*cf.* exercice 5)

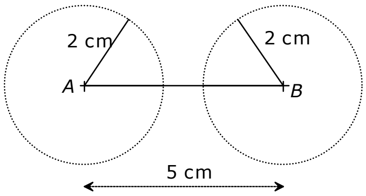
Exercice 28



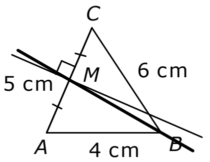
Instruments : règle graduée, équerre et compas.
Programme :
– Construis la droite perpendiculaire à (*D*) passant par *E* ;
– désigne par *H* le point d'intersection de ces 2 droites ;
– place sur (*D*) 2 points *F* et *G* tels que *FH* = *HG*.
Le triangle *EFG* répond à la question.

Exercice 29

Construction du triangle impossible : lorsque $AB = 5$ cm, les cercles centrés en A et B, de rayon 2 cm, ne sont pas sécants.



Exercice 30



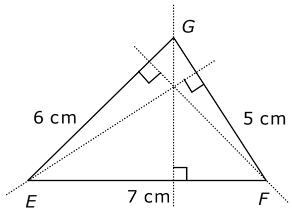
La médiatrice du côté [*AC*] étant la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu *M*, la médiane issue de *B* est la droite (*BM*).

Exercices 31 et 32

Utiliser la règle graduée et l'équerre pour réaliser (avec soin) ces deux constructions.

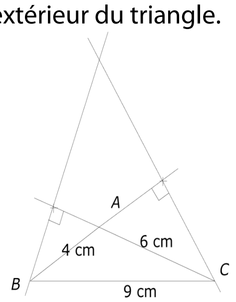
Exercice 31

Les angles du triangle sont aigus, les trois hauteurs se coupent à l'intérieur du triangle.



Exercice 32

Un angle du triangle est obtus, les hauteurs se coupent à l'extérieur du triangle.



Exercice 33

Périmètre de a : $3 + 1{,}5 + 3{,}5 = 8$ cm.
Périmètre de b : $7{,}8 + (2 \times 6) = 19{,}8$ cm.
Périmètre de c :
$5 + 2 + 3{,}8 + 2{,}6 = 13{,}4$ cm.
Périmètre de d : $3 \times 5{,}7 = 17{,}1$ cm.

Exercice 34

Un triangle équilatéral de périmètre 24 cm a pour côté : $24 : 3 = 8$ cm.

Exercice 35

1. $BC = 7{,}5 - (2{,}3 + 1{,}8) = 3{,}4$ cm.
2. Aire du triangle *ABC* : $(3{,}4 \times 1{,}1) : 2 = 1{,}87$ cm².

Exercice 36

4. Le triangle *FHG* a un périmètre plus grand que le triangle *EHG*.
En effet, [*GH*] est côté commun aux deux triangles et $AV > AU$.

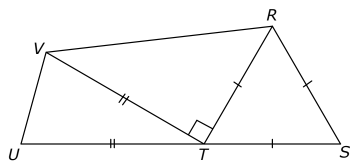
Exercice 37

L'aire du triangle *ABC* est égale à :
– selon Fatou : $(14 \times 12) : 2 \approx 84$ cm² ;
– selon Yacé : $(15 \times 11{,}2) : 2 \approx 84$ cm² ;
– selon Tanoli : $(13 \times 12{,}5) : 2 \approx 81{,}25$ cm².
Si un seul des trois s'est trompé, ce ne peut être que Tanoli.

Exercice 38

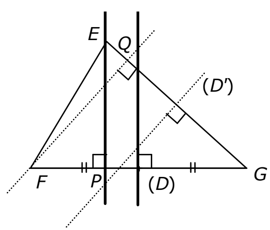
Périmètre du triangle *ABC* : $8 \times 3 = 24$ cm.
Dans le triangle *EFG*, isocèle en *F* :
$EG = 24 - (7 \times 2) = 10$ cm.
Dans le triangle *IJH*, isocèle en *I* :
$HI = JI = (24 - 6) : 2 = 9$ cm.

Exercice 39



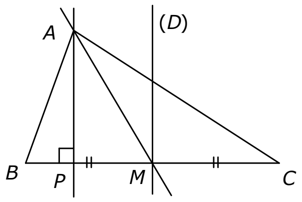
1. *RST* est un triangle équilatéral ;
RTV est un triangle rectangle en *T* ;
TUV est un triangle isocèle en *T*.
2. Utiliser la règle graduée, le compas et l'équerre pour construire la figure lorsque $RT = 3$ cm et $VT = 4$ cm.

Exercice 40



1. b. (*EP*) est la hauteur issue de *E* ;
c. (*D*) est la médiatrice du côté [*FG*].
2. (*D*)//(*EP*) car ces deux droites sont perpendiculaires à [*FG*].
3. La hauteur issue de *F* et la médiatrice de [*EG*] sont parallèles ; la hauteur issue de *G* et la médiatrice de [*EF*] sont parallèles.

Exercice 41



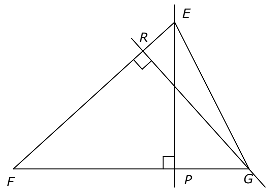
1. b. (*AM*) est la médiane issue de *A* ;
(*AP*) est la hauteur issue de *A*.
c. Lorsque le triangle *ABC* n'est pas isocèle en *A*, (*AM*) n'est pas perpendiculaire à [*BC*], alors que (*AP*) l'est ; donc ces deux droites sont sécantes en *A*.

2. La médiatrice (*D*) de [*BC*] (perpendiculaire à [*BC*]) est, pour la même raison, sécante à la médiane issue de *A* en *M*.

Exercice 42

En doublant les longueurs des 3 côtés d'un triangle, on double son périmètre !

Exercice 43



1. Le triangle *EPF* est rectangle en *P*, puisque la hauteur issue de *E* est perpendiculaire au côté opposé [*FG*].
2. Avec la hauteur issue de *G*, on obtient 4 triangles rectangles : *EPF* et *EPG*, rectangles en *P*, *GRF* et *GRE*, rectangles en *R*.

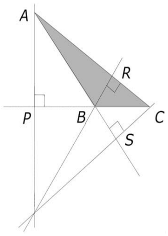
Bien comprendre, mieux rédiger

Exercice 44

1. Les trois élèves ont raison … puisque le mot *hauteur* désigne soit une droite, soit une longueur !
2. Pour chacune des trois phrases, le mot *hauteur* désigne : **a.** une *longueur* ; **b.** une *longueur* ; **c.** une *droite*.
3. Dans la formule qui donne l'aire du triangle *EFG*, la bonne notation est *IE*.

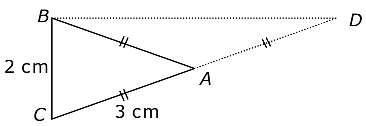
Exercice 45

1. Le pied *R* de la hauteur issue de *B ne sort pas* du côté [*AC*].
2. Le pied *S* de la hauteur issue de *C sort* du côté [*AB*].
3. $P \in (BC)$ et $P \notin [BC]$,
$R \in (AC)$ et $R \in [AC]$,
$S \in (AB)$ et $S \notin [AB]$.



Exercice 46

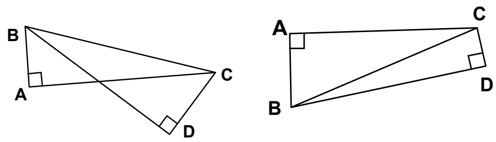
1.



2. a. *AB* = *AC* car *ABC* est un triangle isocèle en *A*.
b. *AC* = *AD* car *A* est le milieu de [*CD*].
c. Donc *AB* = *AD* et *ABD* est un triangle isocèle en *A*.

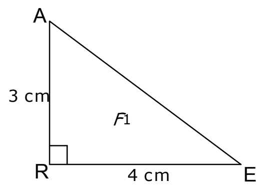
Exercice 47

1. Les figures 2 et 3 peuvent correspondre à l'énoncé :
« Construis un triangle *ABC*, rectangle en *A*, et un triangle *DBC*, rectangle en *D*. »
2.

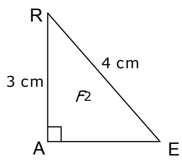


Exercice 48

La consigne « Construis un triangle rectangle *ARE* tel que *AR* = 3 cm et *RE* = 4 cm peut conduire à 2 figures : $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$.



Consigne pour la figure $\mathcal{F}_1$:
« Construis un triangle *ARE*, rectangle en *R*, tel que *AR* = 3 cm et *RE* = 4 cm. »

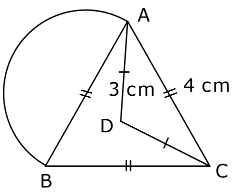


Consigne pour la figure $\mathcal{F}_2$:
« Construis un triangle *ARE*, rectangle en *A*, tel que *AR* = 3 cm et *RE* = 4 cm. »

Exercice 49

1. Obtenir la figure 2 plutôt que la figure 1 est dû à l'absence dans les instructions de Mustapha de la consigne suivante : triangle ADC « situé à l'intérieur du triangle » *ACB*.

2.



Programme de construction pour la figure ci-avant :
– Construis un triangle équilatéral *ABC*, de côté 4 cm ;
– construis, à l'intérieur de *ABC*, le triangle *ADC*, isocèle en *D* et tel que *DA* = *DC* = 3 cm ;
– construis, à l'extérieur de *ABC*, le demi-cercle de diamètre [*AB*].

Exercices d'approfondissement

Exercice 50

Les trois médianes sont concourantes.

Exercice 51

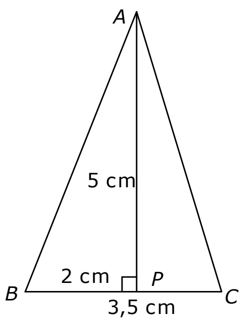
Les trois médiatrices sont concourantes.

Exercice 52

Les trois hauteurs sont concourantes.

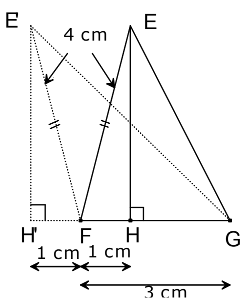
Exercice 53

1.

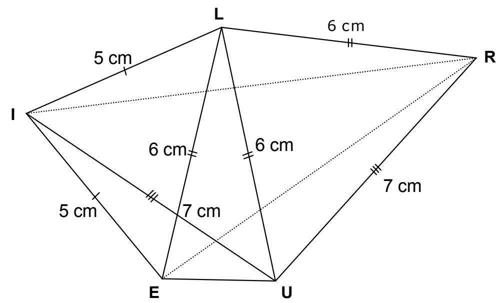


2. a. – Trace un segment [*FG*] tel que *FG* = 3 cm.
– Place un point *H* sur (*FG*) tel que *FH* = 1 cm.
– Trace la perpendiculaire à (*FG*) passant par *H*.
– Place, avec ton compas, un point *E* sur cette perpendiculaire tel que *EF* = 4 cm.
– Trace le triangle *EFG*.

b. On obtient deux triangles :
– *EFG*, pour lequel *H*∈ [*FG*] (*H* pied de la hauteur issue de *E*) ;
– *E′FG*, pour lequel *H′*∉ [*FG*] (*H′* pied de la hauteur issue de *E′*).

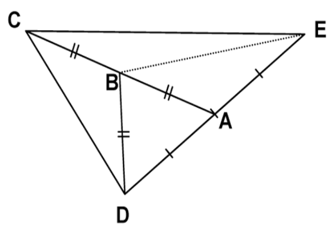


Exercice 54



1. Triangles isocèles tracés sur la figure :
ILE isocèle en I, *LEU* isocèle en L, *LUR* isocèle en L.
2. Construction de cette figure en vraie grandeur.
Instruments : règle graduée et compas.
Programme :
– Construis le triangle *LUR* tel que *LU* = *LR* = 6 cm et *RU* = 7 cm ;
– construis le triangle *LUI* tel que *LI* = 5 cm et *UI* = 7 cm ;
– construis le triangle *LIE* tel que *IE* = 5 cm et *LE* = 6 cm ;
– trace le segment [*EF*].
3. Autres triangles isocèles sur la figure :
LER, isocèle en *L*, et *IUR*, isocèle en *U*.

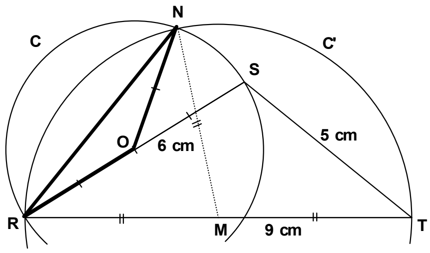
Exercice 55



2. Triangles pour lesquels une médiane est tracée : *DCA*, médiane (*DB*) issue de *D*, et *CDE*, médiane (*CA*) issue de *C*.

3. On peut encore tracer la médiane (*EB*), issue de *E*, du triangle *CEA*.

Exercice 56



3. a. *ORN* est un triangle isocèle en *O*, puisque *ON* et *OR* sont deux rayons du cercle C.
b. *MRN* est aussi un triangle isocèle en *M*, puisque *MR* et *MN* sont deux rayons du cercle C′.

Exercice 57

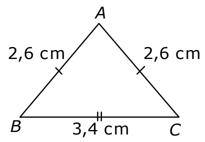


Figure 1

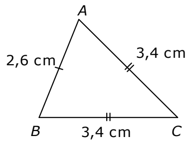


Figure 2

1. Si *ABC* est un triangle isocèle en *A* tel que $AB = 2{,}6$ cm et $BC = 3{,}4$ cm, alors (figure 1) son périmètre est :
$3{,}4 + (2 \times 2{,}6) = 8{,}5$ cm.

2. Si *ABC* est un triangle isocèle en *C* tel que $AB = 2{,}6$ cm et $BC = 3{,}4$ cm, alors (figure 2) son périmètre est :
$2{,}6 + (2 \times 3{,}4) = 9{,}4$ cm.

Exercice 58

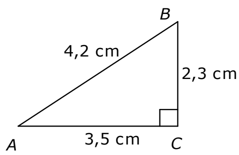


Figure 1

1. Si *ABC* est un triangle rectangle en *C* tel que $AB = 4{,}2$ cm et $AC = 3{,}5$ cm, alors (figure 1) pour calculer son aire il faut mesurer [*BC*] (on trouve $BC \approx 2{,}3$ cm) et cette aire est :
$(3{,}5 \times 2{,}3) : 2 \approx 4$ cm².

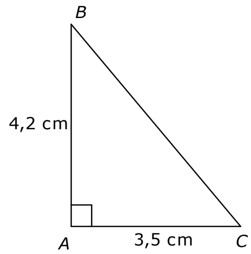


Figure 2

2. Si *ABC* est un triangle rectangle en *A* tel que $AB = 4{,}2$ cm et $AC = 3{,}5$ cm, alors (figure 2) son aire est : $(3{,}5 \times 4{,}2) : 2 = 7{,}35$ cm².

Exercice 59

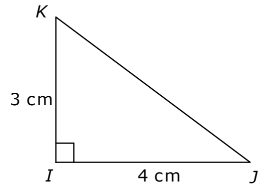


Figure 1

2. Le triangle *IJK* (figure 1) rectangle en *I*, tel que $IJ = 4$ cm et $IK = 3$ cm, a pour aire : $(4 \times 3) : 2 \approx$ 6 cm².

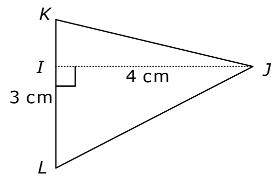
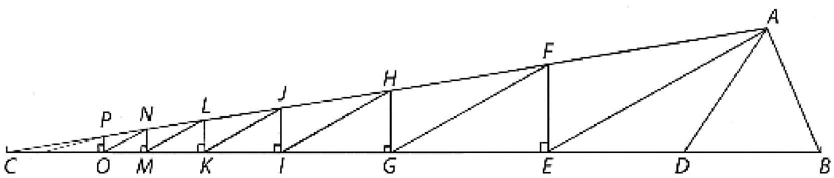


Figure 2

3. Tout triangle *LKJ* (figure 2) dont la hauteur, issue de *J*, est $IJ = 4$ cm et $KL = 3$ cm a aussi pour aire :
$(4 \times 3) : 2 \approx$ 6 cm².

Activités d'intégration

60 – Plan d'une grue « Titan »



Instruments : règle graduée, équerre et compas.
Programme : la construction du triangle *EFG* se fait en deux temps :
a. tracer la droite perpendiculaire à [*BC*] passant par *E*, qui coupe [*AC*] en *F* ;
b. tracer la droite parallèle à [*AE*] passant par *F*, qui coupe [*BC*] en *G* ; procéder de même pour la construction des triangles *GHI*, *IJK*, *KLM* et *MNO*.

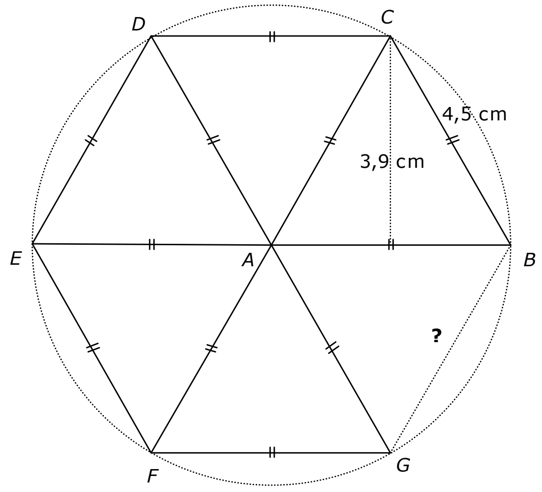
61 – Antenne hexagonale

1. b. Périmètre du triangle *ABC* : $4{,}5 \times 3 = 13{,}5$ cm.
Hauteur du triangle *ABC* : 3,9 cm.
(Résultat obtenu en mesurant l'une quelconque des trois hauteurs.)

2. b. Les 5 triangles déjà construits étant équilatéraux, ils ont tous pour côtés 4,5 cm.
Donc $AB = AG = 4{,}5$ cm et *ABG* est un triangle isocèle en *A*.
c. Par mesurage, on trouve $BG \approx 4{,}5$ cm.
Finalement, *ABG* est un triangle équilatéral.

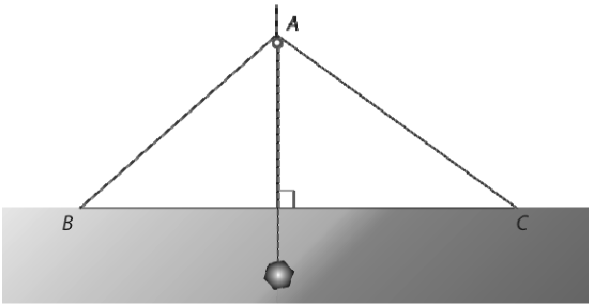
3. Périmètre de l'hexagone *BCDEFG* :
$4{,}5 \times 6 = 27$ cm.

4. En enroulant 20 fois l'antenne hexagonale de 45 cm de côté, on a besoin d'une longueur de fil métallique égale à :
$(45 \times 6) \times 20 = 5\,400$ cm $= 54$ m.

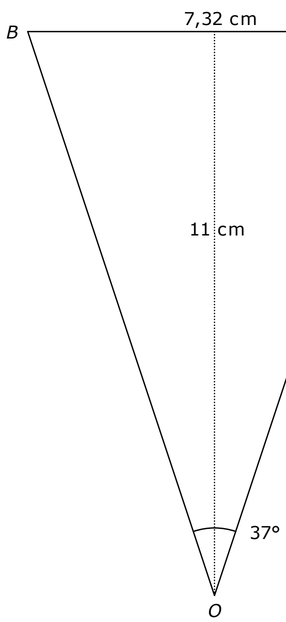


62 – Un outil pour l'architecture

Ce bricolage amusant permet de fabriquer un outil simple destiné à vérifier l'horizontalité et/ou la verticalité d'un mur en construction, par exemple.
Faire remarquer que le fil auquel est attaché le caillou est parfaitement aligné à la hauteur issue de *A*.



63 – Un penalty



2. Le triangle *OBC*, formé par le point de pénalty et les poteaux de but est un triangle isocèle en *O*.
3. Sur le schéma (en réduction) de la situation, l'angle de tir est d'environ 37°.

5 Parallélogrammes

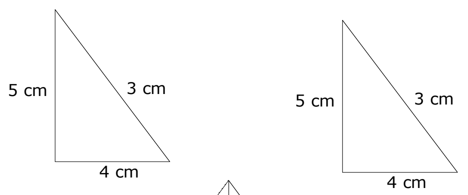
Situations problèmes	Cours / Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre, mieux rédiger	Approfondissement
2	Quadrilatère [1 p 58]			
3, 4	Parallélogramme : côtés [2a p 58]			
5	Parallélogramme : diagonales [2b p 59]			
6	Parallélogramme : angles [2c p 59]	24, 32, 44, 45, 49, 50	51, 52, 53	57
7	Rectangle [3 p 59] Carré [4 p 59]	25, 26, 27, 28, 48		
	Apprendre à construire un parallélogramme [1 p 61]*	**1*, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,** 29, 30, 31, 33		
	Apprendre à utiliser les propriétés des diagonales [2 p 62]	**9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17,** 46, 47	54, 55	63, 69
8 9	Périmètre et aire d'un parallélogramme [5 p 60] Périmètre et aire d'un rectangle, d'un carré [6 p 60]			
	Apprendre à calculer aire et périmètre d'un parallélogramme [3 p 63]	**18, 19, 20, 21, 22, 23,** 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43	56	58, 59, 60, 61, 62, 64, 65, 66, 67, 68, 70

* Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de *Méthodes et savoir-faire*.

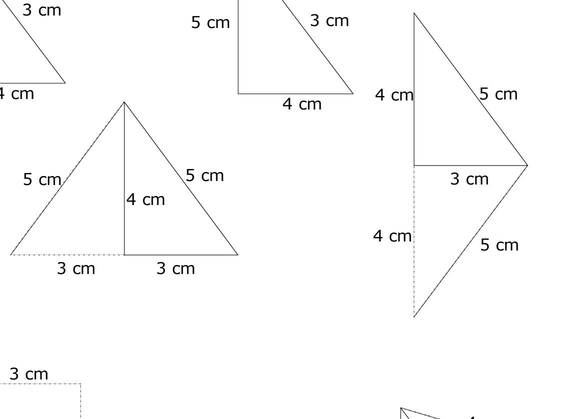
Situations problèmes

1 – Avec deux triangles

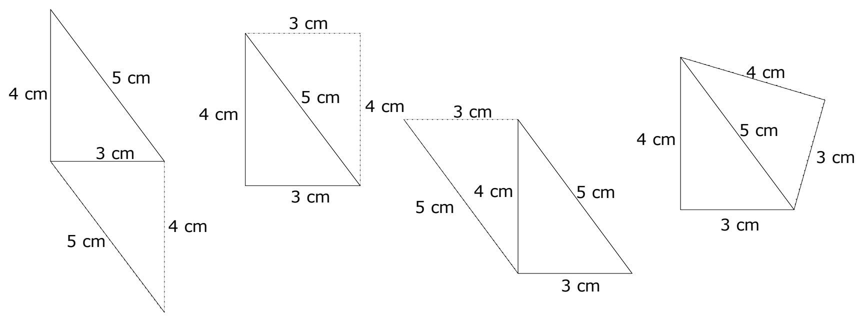
En accolant ces deux triangles par deux côtés de même longueur…



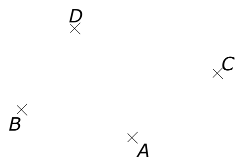
on peut obtenir deux triangles isocèles différents…



… on peut obtenir aussi <u>quatre quadrilatères</u> différents (dont trois parallélogrammes et un cerf-volant).

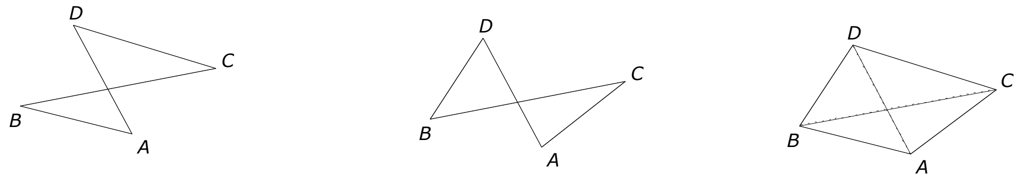


2 Tirage au sort



En reliant les quatre points *A*, *B*, *C* et *D*, on peut obtenir trois quadrilatères différents, dont <u>seul le 3^e a des côtés qui ne se coupent pas</u>.

Les segments [*AD*] et [*BC*] (en pointillés) y ont été ajoutés.

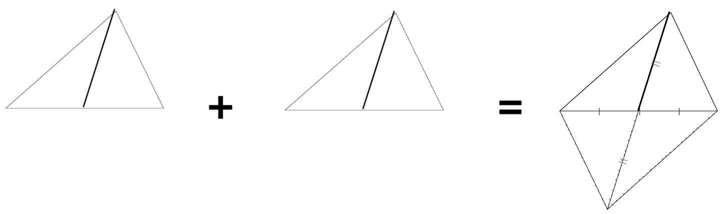


quadrilatère 1 quadrilatère 2 quadrilatère 3

Situations 3 et 4

Deux manipulations pour découvrir que, dans un parallélogramme, les côtés opposés sont parallèles et de même longueur.

5 Deux médianes pour une diagonale



En accolant les deux triangles de sorte que les médianes soient dans le prolongement l'une de l'autre, on obtient un parallélogramme, où les diagonales se coupent en leurs milieux.

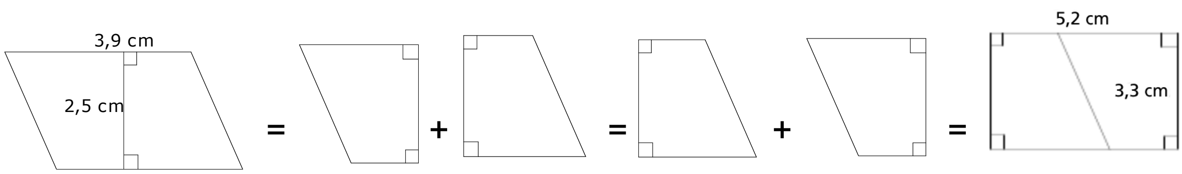
6 Angles à l'opposé

Une manipulation pour découvrir que, dans un parallélogramme, les angles opposés sont de même mesure.

7 Diagonales au basket

Une manipulation pour découvrir que les deux diagonales d'un rectangle (terrain de basket) sont égales (à environ 14,8 m).

8 Découpe d'un parallélogramme



En découpant un parallélogramme perpendiculairement à deux côtés parallèles, on peut, à partir des deux morceaux, obtenir un rectangle ; la connaissance de deux mesures permet alors de calculer l'aire du parallélogramme : $5{,}2 \times 3{,}3 = 17{,}16$ cm^2.

9 Combien de petites dalles ?

1. a. Pour daller une pièce carrée de 1 m^2, il faut $4 \times 4 =$ <u>16</u> dalles de 25 cm de côté.
b. L'aire d'un carré de 1 m de côté étant de 1 m^2, l'aire d'une dalle de 25 cm de côté est égale à $1 : 16 =$ <u>0,0625 m^2</u>.
c. On vérifie que $0{,}25 \times 0{,}25 = 0{,}0625$.
2. a. Un carré de 25 cm de côté contient $25 \times 25 =$ <u>625</u> carrés de 1 cm de côté.
b. L'aire d'un carré de 1 cm de côté étant de 1 cm^2, l'aire d'une dalle (contenant 625 carrés de 1 cm de côté) est <u>625 cm^2</u>. Donc : $0{,}0625$ m^2 $= 625$ cm^2.

Méthodes et savoir-faire

Exercice 1

« Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés ont des supports parallèles. »

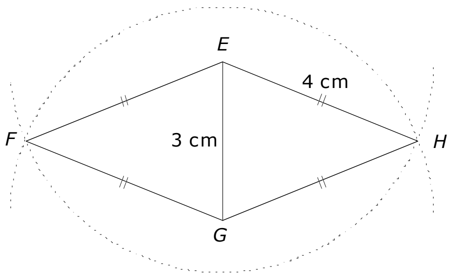
Exercice 2

Utiliser le savoir-faire présenté en Solution **a**.

Exercice 3

Utiliser le savoir-faire présenté en Solution **b**.

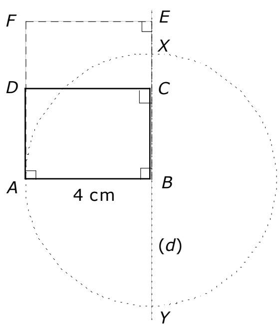
Exercice 4



Instruments : règle graduée et compas.
Programme :
– construis le segment [*EG*] tel que $EG = 3$ cm ;
– construis les cercles de centres *E* et *G*, de rayon 4 cm ;
– *F* et *H* sont les deux points d'intersection de ces deux cercles.

Exercice 5

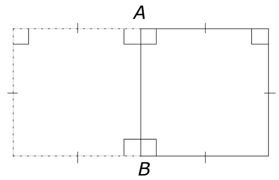
Instruments : règle graduée, équerre et compas.
Programme :
– construis le segment [*AB*] tel que $AB = 4$ cm ;
– construis la droite (*d*) perpendiculaire en *B* à (*AB*) ;
– trace le cercle de centre *B*, passant par *A* ; ce cercle rencontre (*d*) aux points *X* et *Y* ;
– à partir de tout point *C* de (*d*), intérieur au segment [*XY*], on peut obtenir un rectangle *ABCD* tel que $BC < AB$;
– à partir de tout point *E* de (*d*), extérieur au segment [*XY*], on peut obtenir un rectangle *ABEF* tel que $BE > AB$.



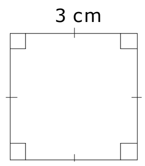
Exercices 6, 7 et 8

Les exercices 6, 7 et 8 fournissent trois occasions de mieux maîtriser l'usage de la règle graduée, de l'équerre et du compas.

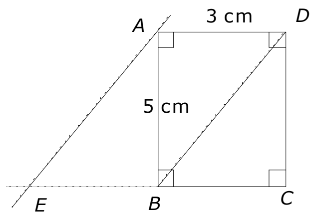
Exercice 6



Exercice 7



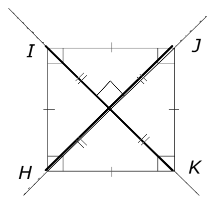
Exercice 8



Exercice 9

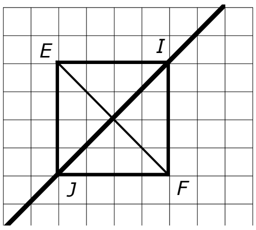
Propriété justifiant la construction de l'exercice traité : « Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme. »

Exercice 10

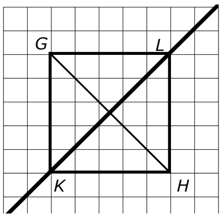


En tant que parallélogramme, le carré *HIJK* a des diagonales qui se coupent en leur milieu. De plus dans un carré les diagonales sont perpendiculaires. Finalement :
1. (*IK*) passe par le milieu de [*HJ*] et lui est perpendiculaire ; donc (*IK*) est la médiatrice de [*HJ*] ;
2. (*HJ*) passe par le milieu de [*IK*] et lui est perpendiculaire ; donc (*HJ*) est la médiatrice de [*IK*].

Exercice 11



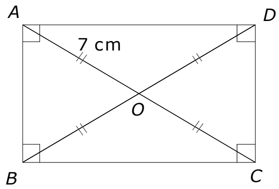
[*EF*] est diagonale du carré *EIFJ*. Donc, d'après l'exercice 9, la médiatrice de [*EF*] est la droite (*IJ*).



[*GH*] est diagonale du carré *GLHK*.
Donc, d'après l'exercice 9, la médiatrice de [*GH*] est la droite (*LK*).

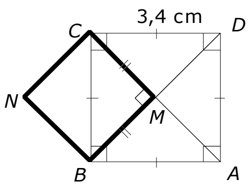
Exercice 12

1.



2. Dans un rectangle, les diagonales se coupent en leur milieu et ont la même longueur, donc *OB* = 7 cm.
3. *AOB* est un triangle isocèle en O.

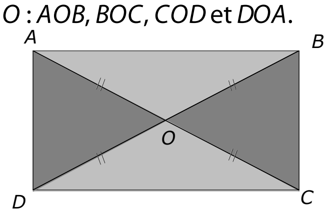
Exercice 13



Les diagonales du carré *ABCD* se coupent en leurs milieux, ont la même longueur et sont perpendiculaires. Donc le parallélogramme *MBNC*, qui a un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur, est un carré.

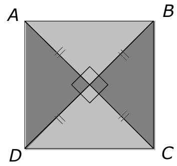
Exercice 14

Dans le rectangle *ABCD*, il y a quatre triangles isocèles en *O* : *AOB*, *BOC*, *COD* et *DOA*.

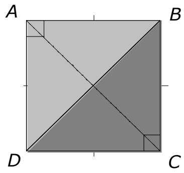


Exercice 15

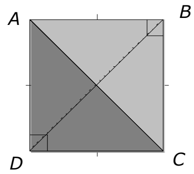
1. Dans le carré *ABCD*, il y a huit triangles isocèles :



AOB, *BOC*, *COD* et *DOA* isocèles en *O*



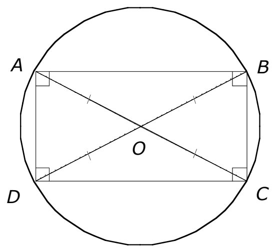
ABD isocèle en *A* ; *CBD* isocèle en *C*



BAC isocèle en *B* ; *DAC* isocèle en *D*

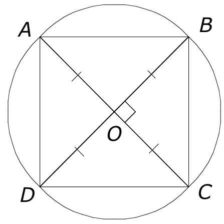
2. Tous sont aussi rectangles.

Exercice 16



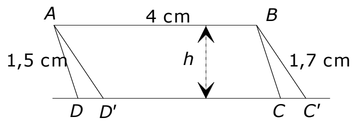
2. Les diagonales du rectangle *ABCD* se coupent en leur milieu *O* et ont la même longueur ; donc : *OA* = *OB* = *OC* = *OD* et les quatre sommets du rectangle sont sur le cercle de centre *O* et de rayon *OA*.

Exercice 17



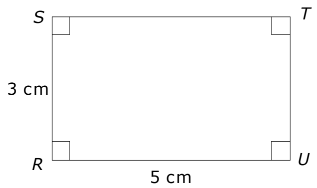
2. Tout carré étant rectangle, les quatre sommets du carré sont aussi sur le cercle de centre *O* et de rayon *OA*.
3. Les diagonales d'un carré sont perpendiculaires ; en passant par le centre de ce cercle, elles en sont aussi des diamètres.

Exercice 18



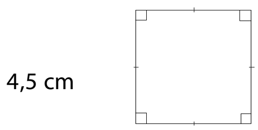
1. a. À vue d'œil, les parallélogrammes n'ont pas le même périmètre.
b. Par contre ils ont la même aire, puisque aux côtés [*DC*] et [*D′C′*], qui ont déjà la même longueur, correspond la même hauteur *h*.
2. a. Périmètre de *ABCD* :
2 × (4 + 1,5) = 11 cm ;
b. Périmètre de *ABC′D′* :
2 × (4 + 1,7) = 11,4 cm.
(Deux parallélogrammes peuvent avoir la même aire sans avoir le même périmètre.)

Exercice 19



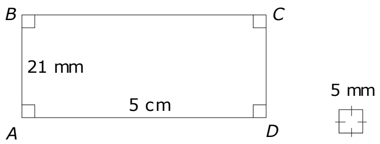
2. a. Périmètre du rectangle *RSTU* :
2 × (3 + 5) = 30 cm.
b. Aire du rectangle *RSTU* : 3 × 5 = 15 cm².

Exercice 20



2. a. Périmètre du carré : 4 × 4,5 = 18 cm.
b. Aire du carré : 4,5 × 4,5 = 20,25 cm².

Exercice 21



a. Aire du rectangle *ABCD* : 2,1 × 5 = 10,5 cm².
b. Aire du carré : 0,5 × 0,5 = 0,25 cm².

Exercice 22

1. Aire du parallélogramme *ABCD* :
AB × *IJ* = 4 × 2 = 8 cm².

2. Avec la mesure de Tabala :
AD × *KL* = 2,5 × 3 = 7,5 cm².
Avec la mesure de Yafolo :
AD × *KL* = 2,5 × 3,2 = 8 cm².
C'est donc Yafolo qui a bien mesuré.

Exercice 23

• Pour *ABCD*, ni le périmètre ni l'aire ne peuvent être calculés.

• Pour *EFGH,* on ne peut calculer que l'aire :
2,2 x 1,1 = 2,42 cm².

• Périmètre de *IJKL* : 4 × 1,2 = 4,8 cm ;
aire de *IJKL* : 1,2 × 1,2 = 1,44 cm².

• Périmètre de *MNOP* :
2 × (1,3 + 2,4) = 7,4 cm ;
aire de *IJKL* : 1,3 × 2,4 = 3,12 cm².

Activités d'application

Exercices 24 et 25

Reprise du cours, sur des figures faites à main levée.

Exercice 26

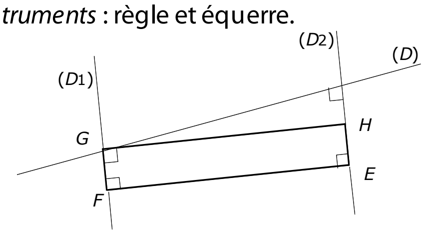
Ne sont rectangles que les figures 1, 6 et 7 (seuls quadrilatères dont on est sûr qu'ils ont quatre angles droits).

Exercice 27

a. *CDEJ* est un carré ;
b. *CDFH* et *ABEG* sont des rectangles non carrés ;
c. *AIGJ* est un parallélogramme non rectangle.

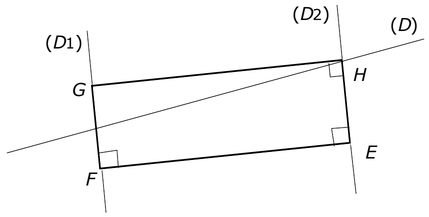
Exercice 28

Instruments : règle et équerre.
2.



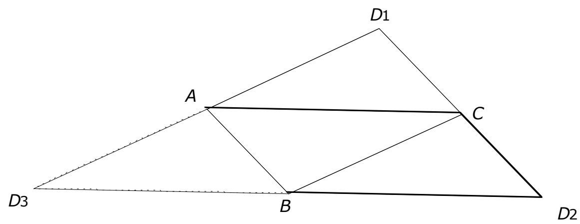
Programme :
– construis la droite (D_1) perpendiculaire en *F* à (*EF*) ;
– construis la droite (D_2) perpendiculaire en *E* à (*EF*) ; (D_1) coupe (*D*) en *G* ;
– construis la droite perpendiculaire en *G* à (D_1) ; elle coupe (D_2) en *H*.

2. b.



Programme :
– construis la droite (D_1) perpendiculaire en *F* à (*EF*) ;
– construis la droite (D_2) perpendiculaire en *E* à (*EF*) ;
(D_2) coupe (*D*) en *H* ;
– construis la droite perpendiculaire en *H* à (D_2) ; elle coupe (D_1) en *G*.

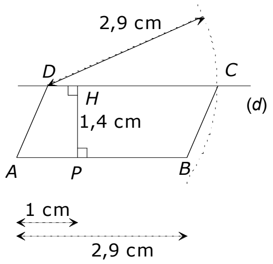
Exercice 29



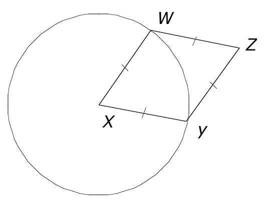
Avec trois points *A*, *B* et *C* non alignés, on peut construire trois parallélogrammes : $ABCD_1$, ABD_2C et AD_3BC.

Exercice 30

Après avoir reproduit la figure initiale :
– construis la droite (*d*) perpendiculaire en *H* à (*HP*) ;
– place sur (*d*) un point *D* ;
– construis, toujours sur (*d*), le point *C* tel que *ABCD* soit un parallélogramme.

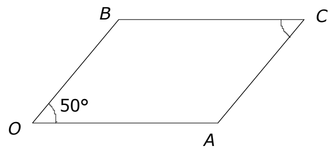


Exercice 31



4. a. Les côtés de *WXYZ* ont la même longueur : 4 cm (le rayon du cercle).
c. Le quadrilatère *WXYZ* est un losange.

Exercice 32



2. Dans un parallélogramme, les angles opposés ont la même mesure,
donc mes$\widehat{BCA}$ = 50°.

Exercice 33

Sur les côtés d'un angle de 35°, on mesure 5 cm et 3 cm, puis on termine le parallélogramme.

Exercice 34

1. Périmètre du rectangle de côtés 3,5 cm et 8 cm : 2 × (3,5 + 8) = 23 cm.
2. Périmètre du carré de 6,3 cm :
4 × 6,3 = 25,2 cm.
3. Périmètre d'un parallélogramme de côtés 18 cm et 3 cm : 2 × (18 + 3) = 42 cm.

Exercice 35

Périmètre du napperon rectangulaire :
2 × (16 + 14) = 60 cm.
Périmètre du napperon carré : 4 × 15 = 60 cm.
Les deux rubans ont la même longueur.

Exercice 36

Périmètre du rectangle : 2 × [4 + (3 × 4)] = 32 cm.

Exercice 37

Si le périmètre d'un parallélogramme est de 24 cm et l'un de ses côtés mesure 6,5 cm, alors l'autre côté mesure : [24 – (2 × 6,5)] : 2 = 5,5 cm.
(Une vérification est recommandée !)

Exercice 38

La longueur vaut deux fois la largeur.
Largeur du rectangle : 24 : 6 = 4 cm.
Longueur du rectangle : 2 × 4 = 8 cm.

Exercice 39

1. Pour clôturer un seul terrain, il faut :
2 × (30 + 50) = 160 m de grillage.

2. Pour clôturer les deux terrains, il faut :
(3 × 30) + (4 × 50) = 290 m de grillage.
Chacun devra donc payer :
290 : 2 = 145 m de grillage.

Exercices 40 et 41

Polygone	Périmètre (cm)	Aire (cm^2)
1. Carré	$4 \times 3{,}7 = 14{,}8$	$3{,}7 \times 3{,}7 = 13{,}69$
2. Parallélogramme	$2 \times (3{,}7 + 6{,}8) = 21$	
3. Rectangle	$2 \times (3 + 6{,}8) = 19{,}6$	$3 \times 6{,}8 = 20{,}4$
4. 5 côtés	$3 \times 3{,}7 + 2 \times 3 = 17{,}1$	
5. Parallélogramme	$2 \times (3 + 3{,}7) = 13{,}4$	$3 \times 3{,}2 = 9{,}6$

Exercice 42

Aire de la figure : $6 \times (1{,}1 \times 1{,}1) = 7{,}26$ cm^2.

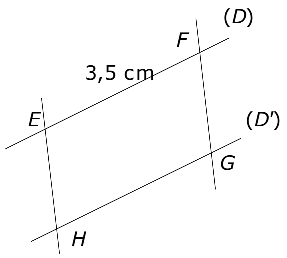
Exercice 43

2. Pour clôturer le premier terrain, il faut :
$2 \times (8 + 11) = 38$ dam de grillage.
Pour clôturer le second terrain, il faut :
$2 \times (6 + 14) = 40$ dam de grillage.

3. Aire du premier terrain :
$8 \times 11 = 88$ $dam^2 = 88$ a.
Aire du second terrain : $6 \times 14 = 84$ $dam^2 = 84$ a.

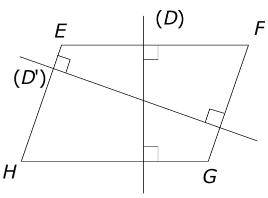
4. Le père de Touré a intérêt à acheter le premier terrain, dont l'aire est supérieure alors que le périmètre est inférieur.

Exercice 44



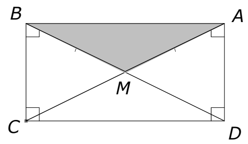
3. a. (*EF*)//(*HG*) et (*EH*)//(*FG*) donc *EFGH* est un parallélogramme.
b. Dans un parallélogramme les côtés opposés ont la même longueur, donc $GH = FE = 3{,}5$ cm.

Exercice 45



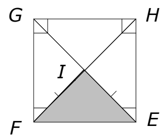
– $(D) \perp (EF)$ et $(D) \perp (HG)$ donc (*EF*)//(*HG*).
– $(D') \perp (EH)$ et $(D') \perp (FG)$ donc (*EH*)//(*FG*).
Finalement, ayant des côtés opposés parallèles, *EFGH* est un parallélogramme.

Exercice 46



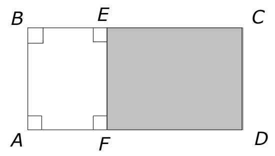
Si *ABCD* est un rectangle de centre *M*, alors *ABM* est un <u>triangle isocèle en *M*</u>.
En effet les diagonales d'un rectangle *ABCD* se coupent en leur milieu et ont la même longueur.

Exercice 47



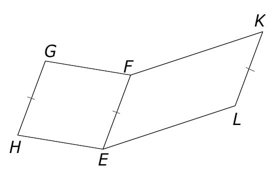
Si *EFGH* est un carré de centre *I*, alors *EFI* est un <u>triangle isocèle et rectangle en *I*.</u>
En effet les diagonales du carré *EFGH* se coupent en leur milieu, ont la même longueur et sont perpendiculaires.

Exercice 48



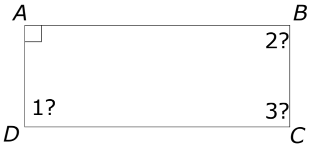
Si *ABCD* et *ABEF* sont deux rectangles, alors *CDFE* est aussi un <u>rectangle</u>. En effet :
– *C* et *E* appartiennent à la droite passant par *B* et perpendiculaire à (*AB*), *D* et *F* appartiennent à la droite passant par *A* et perpendiculaire à (*AB*), donc : (*CE*)//(*DF*) ;
– (*AB*)//(*CD*) et (*AB*)//(*EF*) donc : (*CD*)//(*EF*) ;
Finalement : *CDEF* est un parallélogramme.
Comme, de plus, les angles de ce parallélogramme sont droits, c'est un rectangle.

Exercice 49



1. a. (*GH*)//(*EF*) puisque *EFGH* est un parallélogramme.
b. (*KL*)//(*EF*) puisque *EFKL* est un parallélogramme.
c. On en déduit que (GH)//(KL).
2. Si *EFGH* et *EFKL* sont deux parallélogrammes, on a aussi $HG = EF$ et $EF = LK$ donc $HG = LK$.

Exercice 50

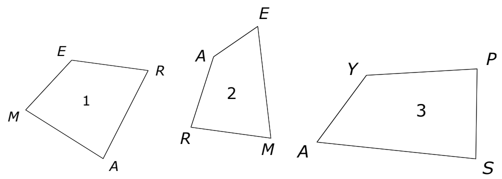


ABCD est un parallélogramme donc $(AB)//(DC)$ et $(AD)//(BC)$.
Si, de plus, $(AB)\perp(AD)$, alors $(DC)\perp(AD)$ [1] et $(BC)\perp(BA)$ [2].

Maintenant $(AD)//(BC)$ et $(AD)\perp(DC)$ donc $(BC)\perp(DC)$ [3].
En effet « lorsque deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre ».
Une nouvelle propriété mise en évidence par cet exercice : « si un angle d'un parallélogramme est droit, alors ce parallélogramme est un rectangle ».

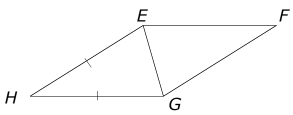
Bien comprendre, mieux rédiger

Exercice 51



1. Le quadrilatère 1 peut être nommé *RAME* ; le quadrilatère 2 ne peut pas être nommé *RAME*.
2. Le quadrilatère 3 peut être nommé *ASPY, PYAS ou PSAY* ; il ne peut pas être nommé *ASYP*, *PSYA* et *PAYS*.
[*Complément possible : trouver toutes les façons (il y en a 8) de nommer RAME*.]

Exercice 52



1. *EFGH* est un parallélogramme puisque ses côtés opposés ont des supports parallèles.

2. a. $EF = GH$ et $EH = FG$ puisque *EFGH* est un parallélogramme.
Le triangle *EFG* est isocèle en *F*.

b. Finalement : $EF = FG = GH = EH$.

Exercice 53

1 et 3 sont superposables.

Exercice 54

Se méfier des apparences (ou des *a priori*) …

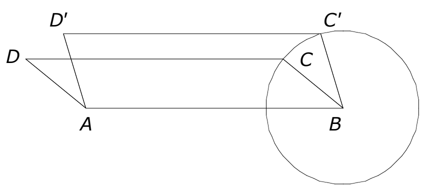


Figure 1

1. *ABCD* et *ABC′D′* ont deux côtés consécutifs de même longueur : $BC = BC'$ et $CD = C'D'$.

2. Pourtant, comme le montre la figure 1 ci-dessus, cela ne suffit pas pour en déduire que *ABCD* et *ABC′D′* sont superposables.

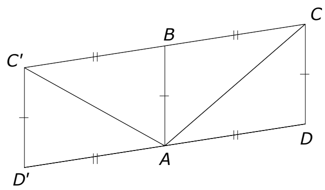


Figure 2

3. a. La diagonale [*AC*] de *ABCD* et la diagonale [*AC′*] de *ABC′D′* n'ont pas la même longueur (figure 1).
b. Cela ne suffit pas pour en déduire que *ABCD* et *ABC′D′* ne sont pas superposables : voir la figure 2 ci-dessus, où les parallélogrammes *ABCD* et *ABC′D′* sont superposables alors que $AC \neq AC'$.

Exercice 55

Instruments : règle, équerre et compas.
Programme de construction :
– construis un rectangle *EFGH* ;
– appelle *I* le point d'intersection de ses diagonales ;
– trace le cercle de centre *I* passant par les quatre sommets de ce rectangle.

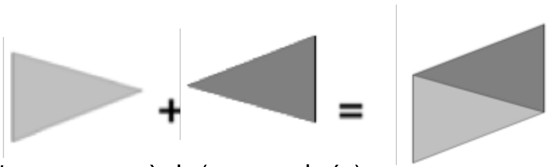
Exercice 56

1. Périmètre de *ABCD* : $2 \times (5 + 1{,}5) = 13$ cm ;
périmètre de *A′B′C′D′* :
$2 \times (3{,}5 + 2{,}5) = 12$ cm.
2. Aire de *ABCD* : $5 \times 0{,}8 = 4$ cm^2 ;
aire de *A′B′C′D′* : $3{,}5 \times 1{,}5 = 5{,}25$ cm^2.

ABCD a le plus grand périmètre, mais *A′B′C′D′* a la plus grande aire.

Exercices d'approfondissement

Exercice 57

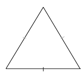


Instruments : règle (non graduée) et compas.
Programme de reproduction : pour chaque parallélogramme,
– tracer une diagonale ; on obtient deux triangles ;
– reporter, avec le compas, les longueurs des côtés d'un premier triangle ; reproduire ce triangle ;
– reporter, avec le compas, les longueurs des côtés du second triangle ; reproduire ce triangle, en l'accolant au précédent.

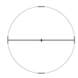
Exercice 58

Les périmètres rangés par ordre croissant :

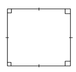
– triangle équilatéral : 3 × 18,7 ;



– cercle : 3,14 × 18,7 ;

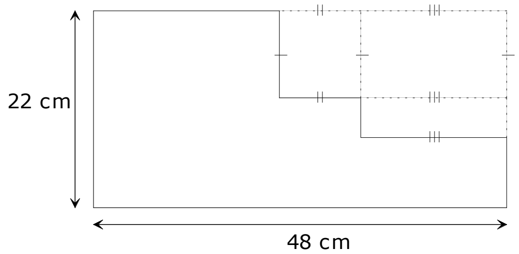


– carré : 4 × 18,7.



Justification : 3 < 3,14 < 4.

Exercice 59

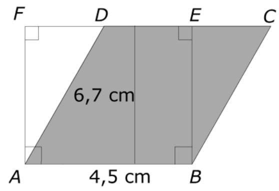


Le périmètre de la figure est égal à celui du « grand rectangle » :
2 × (48 + 22) = 140 cm.

Exercice 60

Périmètre du rectangle :
2 × (65 + 13,5) = 157 mm ;
côté du carré, de même périmètre que le rectangle : 157 : 4 = 39,25 mm.

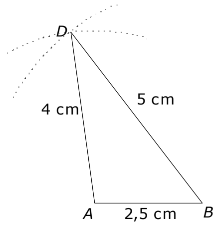
Exercice 61



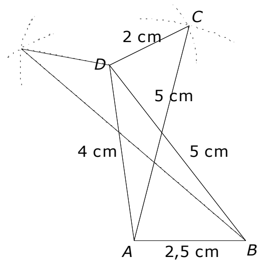
1. Pour que le rectangle *ABEF* ait la même aire que le parallélogramme *ABCD*, il faut que :
AF = 6,7 cm.

2. L'aire du parallélogramme *ABCD* et du rectangle *ABEF* est égale à :
4,5 × 6,7 = 30,15 cm^2 ;
or l'aire d'un carré *ABGH* est nécessairement égale à : 4,5 × 4,5 = 20,25 cm^2 ;
donc on ne peut pas trouver un carré *ABGH* de même aire que *ABCD*.

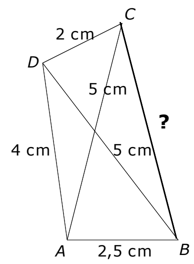
Exercice 62



Étape 1



Étape 2

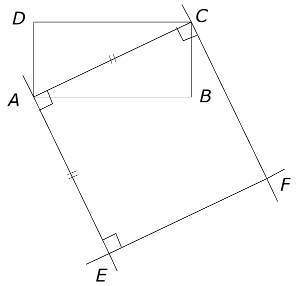


Étape 3

2. a. *Programme de construction* :
1. construire un triangle *ABD* tel que : *AB* = 2,5 cm, *AD* = 4 cm et *BC* = 5 cm ;
2. construire le triangle *ADC* tel que : *AD* = 4 cm, *AC* = 5 cm, *DC* = 2 cm et [*BC*] non sécant avec [*AD*] ;
3. tracer le segment [*BC*] et le mesurer ; on trouve : 5 cm.

b. Périmètre de *ABCD* :
2,5 + 4 + 2 + 5 = 13,5 cm.

Exercice 63



2. a. $(AE)\perp(AC)$ et $(CF)\perp(CA)$ donc $(AE)//(CF)$.
b. $(EF)\perp(AE)$ et $(AE)//(CF)$ donc $(EF)\perp(CF)$.
c. Le quadrilatère *AECF* a donc 4 angles droits.
3. Finalement le quadrilatère *AEFC*, qui a quatre angles droits et deux côtés consécutifs de même longueur, est un carré.

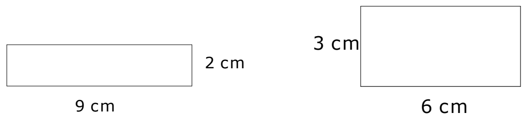
Exercice 64

Avec une largeur comprise entre 45 m et 90 m et une longueur comprise entre 90 m et 120 m :

1. la plus petite aire possible est :
$45 \times 90 = 4\,050$ m² ;
2. la plus grande aire possible est :
$90 \times 120 = 10\,800$ m² ;
3. le plus petit périmètre est :
$2 \times (45 + 90) = 270$ m ;
4. le plus grand périmètre est :
$2 \times (90 + 120) = 420$ m.

Exercice 65

Voici deux rectangles d'aire 18 cm² :

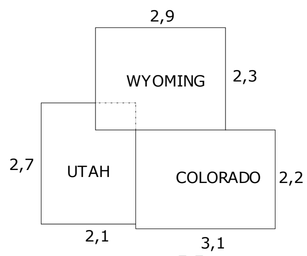


Exercice 66

1. L'aire du champ est : 15 ha = 150 000 m.
Comme 150 000 : 500 = 300, le champ a 500 m de longueur et 300 m de largeur.
2. Son périmètre est :
$2 \times (500 + 300) = 1\,600$ m.

Activités d'intégration

67 – Des États en construction

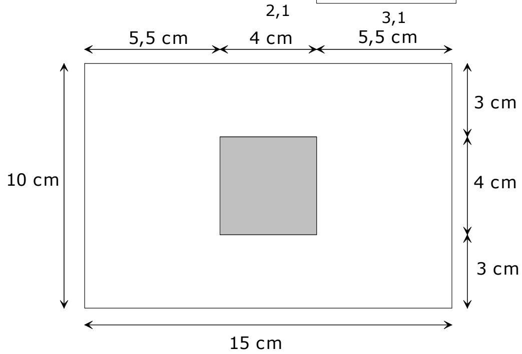


1. Le Wyoming et le Colorado sont deux parallélogrammes.
2. Les dimensions reportées sur la carte étant faites à l'échelle 1 cm pour 200 km,
– la frontière du Wyoming vaut : $2 \times (2,9 + 2,3) = 10,4$ cm → 2 080 km ;
– la frontière du Colorado vaut : $2 \times (3,1 + 2,2) = 10,6$ cm → 2 120 km ;
– la frontière de l'Utah vaut : $2 \times (2,7 + 2,1) = 9,6$ cm → 1 920 km.
C'est donc le Colorado qui a la plus grande frontière.

68 – Aménagement

Pour entourer le bassin, il faut :
$4 \times 4 = 16$ m de grillage.

L'aire de gazon à semer est égale à :
$15 \times 10 - 4 \times 4 = 134$ m².



69 – Bande extensible

« Bande extensible : 10 cm × 4 m » signifie que la bande est un parallélogramme de dimensions 10 cm (en largeur) et 4 m en longueur (il ne s'agit pas de multiplier des centimètres avec des mètres !).

70 – Évaluer l'aire de la Côte d'Ivoire

1. Entre les carrés entiers et le regroupement des morceaux de carrés, on dénombre approximativement 50 carreaux ; c'est- à-dire que l'aire de la Côte d'Ivoire peut être évaluée à :
$50 \times 80 \times 80 =$ <u>320 000 km²</u> (*elle est réellement de 322 462 km²*).

2. Une valeur approchée de l'aire du Parc national de la Comoé est : $2 \times 80 \times 80 = 12\,800$ km² = <u>1 280 000 ha</u>.

6 Figures symétriques par rapport à une droite

<table>
<tr><th>Situations problèmes</th><th>Cours / Méthodes et savoir-faire</th><th>Application</th><th>Bien comprendre, mieux rédiger</th><th>Approfondissement</th></tr>
<tr><td>2</td><td>Symétrique d’un point par rapport à une droite [1 p 72]</td><td rowspan="4">**1*, 2, 3,** 14, 15, 16, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29</td><td rowspan="4">38, 40, 41, 42</td><td rowspan="7">45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Symétrique d’une figure, axe de symétrie [2 p 72]</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4, 5, 6</td><td>Symétrique d’un segment [3 p 72]
Symétrique d’une droite [4 p 73]</td></tr>
<tr><td>**Apprendre à construire le symétrique d’une figure [1 p 74]***</td></tr>
<tr><td rowspan="2">7, 8</td><td>Symétrique d’une demi-droite, d’un angle [5 p 73]</td><td>**4, 5, 6,** 17, 18</td><td rowspan="3">39, 43, 44</td></tr>
<tr><td>**Apprendre à utiliser les propriétés des symétriques [2 p 75]**</td><td rowspan="2">**7, 8, 9, 10, 11, 12, 13,** 19, 20, 21, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37</td></tr>
<tr><td>9</td><td>Axes de symétrie de figures particulières [6 p 73]</td></tr>
</table>

* Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de *Méthodes et savoir-faire*.

Situations problèmes

1 Un reflet trouble

Une activité artistique (et écologique) au service des mathématiques !

2 Une droite pour plier

Activités diversifiées :
– manipulation (pliage en 1),
– observation (en 2),
– construction (avec les instruments en 3).
2. (*D*) est la médiatrice de [*AA'*].

3 Symétriques ou pas ?

Cas où les figures sont symétriques par rapport à la droite tracée : 1, 4 et 6.
La vérification peut se faire :
– soit par pliage (en utilisant une feuille de papier calque),
– soit avec les instruments.

4 Longueurs de segments symétriques

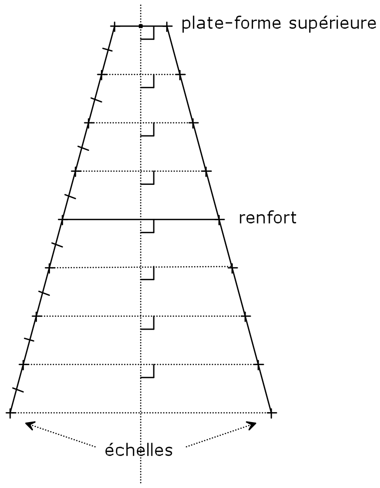
Activités analogues à celles de l’activité 1, pour construire le symétrique d’un segment et découvrir la conservation des distances par symétrie.

5 Finir un robot

Utiliser un quadrillage pour construire le symétrique d’une figure.

6 Échelle double

Utiliser les instruments pour construire un schéma ayant un axe de symétrie.

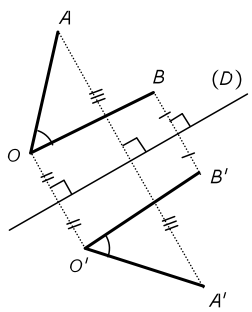


7 Que devient l'angle ?

Utiliser les instruments pour :
– construire le symétrique d'une demi-droite ou d'un angle,
– découvrir la conservation des mesures d'angles par symétrie.

4. Les demi-droites [*OA*) et [*O'A'*) sont symétriques par rapport à (*D*), les demi-droites [*OB*) et [*O'B'*) sont symétriques par rapport à (*D*) ;

les angles $\widehat{AOB}$ et *A'O'B'* sont symétriques par rapport à (*D*) et ont la même mesure.

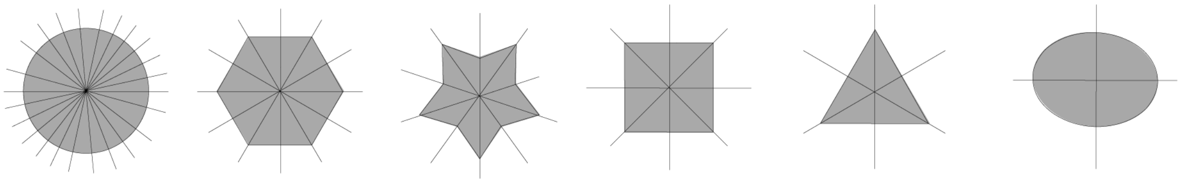


8 Axe d'un angle

Activités analogues à celles de la situation 2, pour découvrir l'unique axe de symétrie d'un angle : sa bissectrice.

9 Puzzle pour enfants

Rangement des formes selon le nombre décroissant de leurs axes de symétrie :

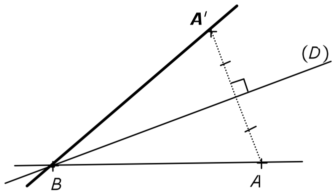


Infinité 6 5 4 3 2

Méthodes et savoir-faire

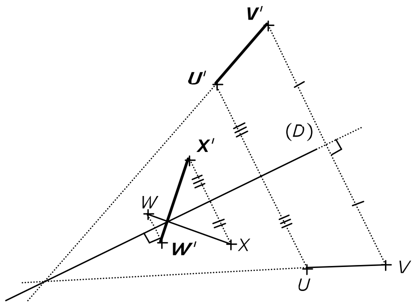
Exercice 1

2. a.



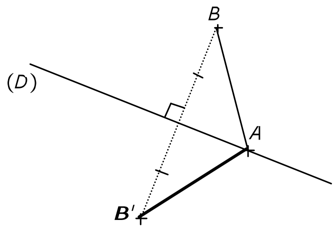
b. Le symétrique de (*AB*) est (*A′B*).

Exercice 2



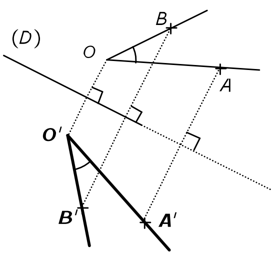
Contrôle de l'exactitude des constructions :
– les segments [*XW*] et [*X′W′*] doivent se couper sur (*D*) ;
– les demi-droites [*VU*) et [*V′U′*) doivent aussi se couper sur (*D*).

Exercice 3



Le symétrique de [*AB*] est [*AB′*], où *B′* est le symétrique de *B*.

Exercice 4



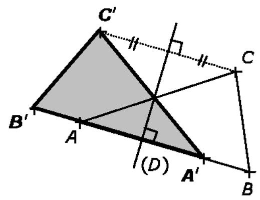
2. a. Les symétriques de [*OA*) et [*OB*) sont [O′*A′*) et [O′*B′*), où *O′*, *B′* et *C′* sont les symétriques de *O*, *A* et *B*.

b. mes$\widehat{AOB}$ = mes$\widehat{A'O'B'}$.

Exercice 5

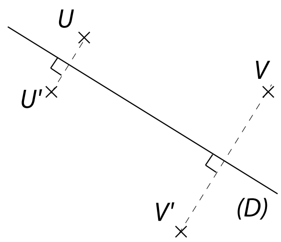
Le symétrique d'un angle de 50° par rapport à une droite (*D*) est un angle de 50°.

Exercice 6



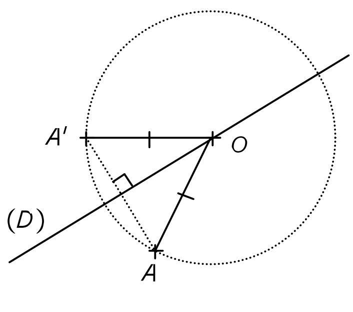
Le symétrique de *ABC* est *A′B′C′*, où *A′*, *B′* et *C′* sont les symétriques de *A*, *B* et *C*.
Contrôle de l'exactitude de la construction :
– (*AB*)⊥(*D*) donc (*AB*) = (*A′B′*),
– les segments [*AC*] et [*A′C′*] doivent se couper sur (*D*).

Exercice 7



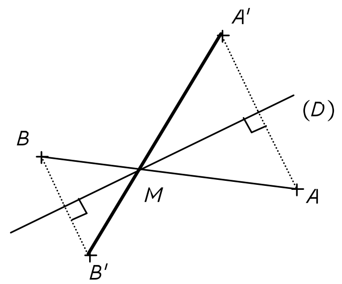
3. Les segments [*UV*] et [*U′V′*] sont symétriques par rapport à (*D*). Les longueurs *UV* et *U′V′* sont donc égales.

Exercice 8



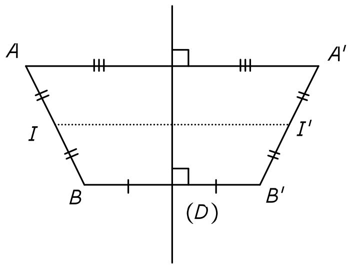
– *A′* est le symétrique de *A* par rapport à(*D*),
– *O* ∈(*D*) donc *O* est son propre symétrique par rapport à (*D*).
On en déduit que :
– [*OA′*] est le symétrique de [*OA*] par rapport à (*D*),
– *OA′* = *OA* et *A′* est sur le cercle de centre *O*, de rayon *OA*.

Exercice 9



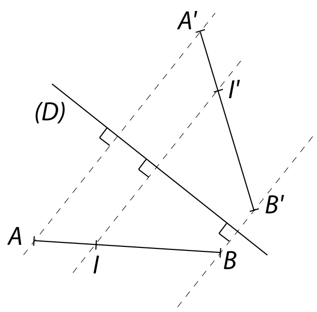
3. $M \in [AB]$, donc le symétrique de M appartient à $[A'B']$;
$M \in (D)$, donc M est son propre symétrique par rapport à (D).
On en déduit que $M \in [A'B']$.

Exercice 10



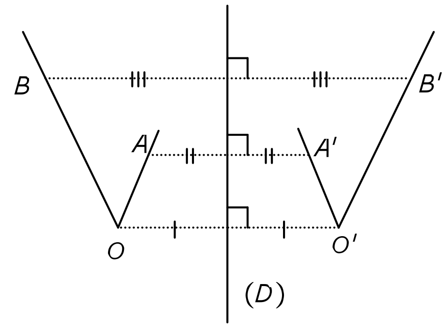
D'après les codages de la figure :
– A' et B' sont les symétriques de A et B par rapport à (D),
– I est le milieu de $[AB]$ et I' est le milieu de $[A'B']$,
On en déduit que :
– $[A'B']$ est le symétrique de $[AB]$ par rapport à (D),
– I et I' sont symétriques par rapport à (D).
(D) est donc la médiatrice de $[II']$.

Exercice 11



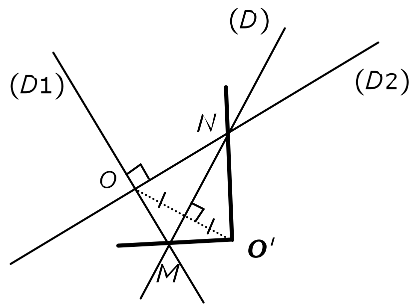
3. Le segment $[A'I']$ est le symétrique du segment $[AI]$, leurs longueurs sont donc égales.
$I'A' = 1$ cm.

Exercice 12



D'après les codages de la figure :
O', A' et B' sont les symétriques de O, A et B par rapport à (D).
On en déduit que :
– $[O'A']$ est le symétrique de $[OA]$ par rapport à (D),
– $[O'B']$ est le symétrique de $[OB]$ par rapport à (D),
– $\widehat{A'O'B'}$ est le symétrique de AOB par rapport à (D).
Ces angles ont donc la même mesure.

Exercice 13

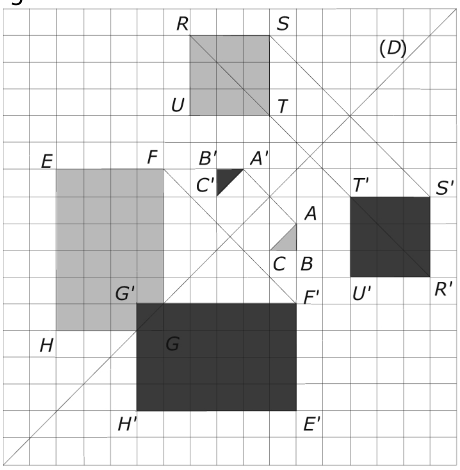


3. O' est le symétrique de O par rapport à (D), M et N, qui appartiennent à (D), sont leurs propres symétriques.
On en déduit que :
– $(O'M)$ est symétrique de (OM) [c'est-à-dire (D_1))],
– $(O'N)$ est symétrique de (ON) [c'est-à-dire (D_2)].
Or $(D_1) \perp (D_2)$ et deux angles symétriques ont la même mesure.
On en déduit que : $(O'M) \perp (O'N)$.

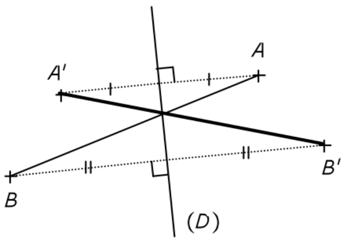
Activités d'application

Exercice 14

Le quadrillage permet de construire les symétriques des trois figures avec la seule règle non graduée.

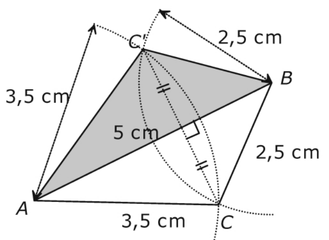


Exercice 15



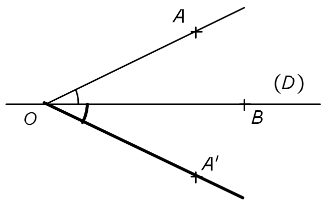
Contrôle de la construction :
– $A'B'$ = 4,3 cm ?
– le point d'intersection de [AB] et (D) appartient-il à [$A'B'$] ?

Exercice 16



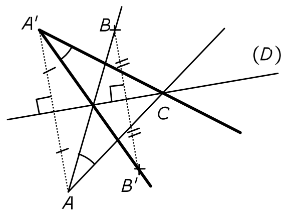
On peut parler ici de la construction du symétrique d'un point ***avec le compas*** :
Pour construire ABC, si l'on commence par tracer le côté [AB], qui mesure 5 cm, C est ***l'un des points*** d'intersection de deux cercles :
– celui de centre A et de rayon 3,5 cm,
– celui de centre B et de rayon 2,5 cm.
Le point C', symétrique de C par rapport à (AB), est ***l'autre point*** d'intersection de ces deux cercles.

Exercice 17



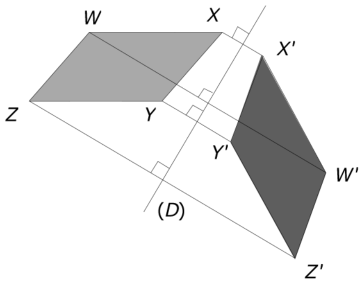
Le symétrique d'un angle $\widehat{AOB}$ par rapport à (D) = (OB) est l'angle $A'OB$ tel que :
– [OA') et [OA) sont de part et d'autre de [OB),
– mes$A'OB$ = mesAOB.
La construction peut se faire avec le rapporteur.

Exercice 18



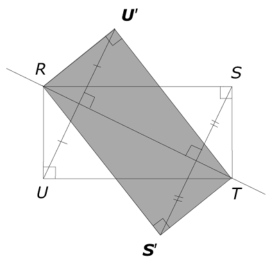
Le symétrique de l'angle BAC est l'angle $B'A'C$ tel que :
– A' est le symétrique de A,
– B' est le symétrique de B.
(C est son propre symétrique.)

Exercice 19



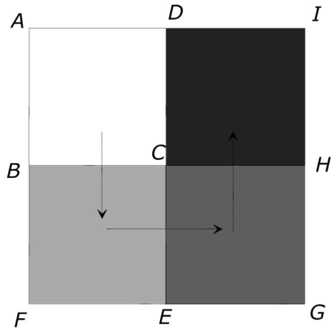
Le symétrique du parallélogramme $WXYZ$ est un parallélogramme $W'X'Y'Z'$.

Exercice 20



Le symétrique du rectangle $RSTU$ est un rectangle $RS'TU'$ (de mêmes dimensions).

Exercice 21



À chaque fois, le symétrique du carré est un carré de 5 cm de côté.
Le carré obtenu est *AFGI*.

Exercice 22

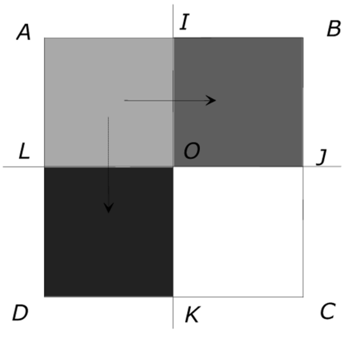
– Les figures 1 et 3 sont constituées de deux parties symétriques par rapport à une droite.

– La figure 2 ne l'est pas.

Exercice 23

– La figure 3 est constituée de deux parties symétriques par rapport à une droite.
– Figure 1, pas de codage d'angles droits.
– Figure 2, pas de codage de longueurs égales, on ne peut donc pas affirmer que la droite en rouge est médiatrice.

Exercice 24



2. a. (*IK*) est un axe de symétrie pour le carré *ABCD*.

b. *B* est le symétrique de *A* par rapport à (*IK*) ; *C* est le symétrique de *D* par rapport à (*IK*) ; [*BC*] est le symétrique de [*AD*] par rapport à (*IK*) ; *J*, milieu de [*BC*] et *L*, milieu de [*AD*], sont aussi symétriques par rapport à (*IK*).

Comme *I* et *O*, points de la droite (*IK*), sont leurs propres symétriques, on peut dire que le carré *BIOJ* est le symétrique du carré *AIOL* par rapport à (*IK*).

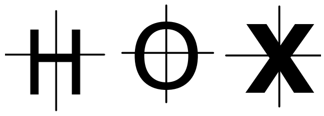
3. Le symétrique du carré *AIOL* par rapport à (*JL*) est le carré *DKOL*.

Exercice 25

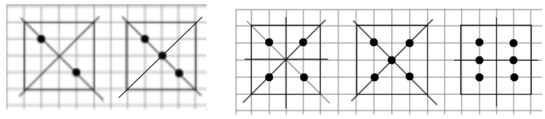
1. Les lettres majuscules C, D, M, T, U, V, W et Y ont chacune un axe de symétrie.
2. Les lettres majuscules F, N, S et Z n'ont pas d'axe de symétrie.

Exercice 26

Lettres majuscules ayant deux axes de symétrie :

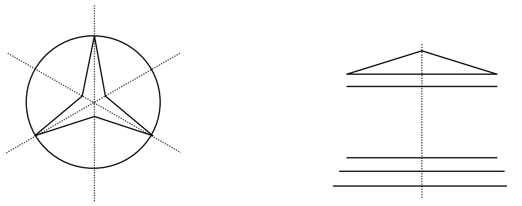


Exercice 27



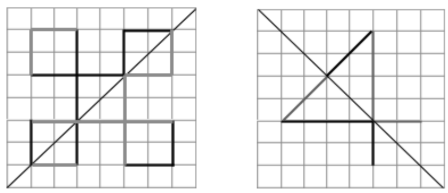
2	2	4	4	2

Exercice 28



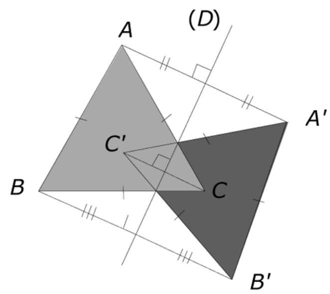
3 axes de symétrie 1 axe de symétrie

Exercice 29



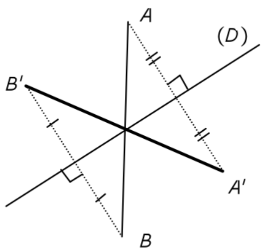
Pour que la droite (*D*) soit axe de symétrie, il faut compléter (au minimum) :
– par les 10 segments en gris (figure de gauche) ;
– par les 3 segments en gris (figure de droite).

Exercice 30



Un cas particulier de l'exercice 13 : (*D*) coupe le triangle équilatéral *ABC* ; si son symétrique est toujours un triangle équilatéral, en plus la droite (*D*) coupe deux côtés symétriques au même point.

Exercice 31



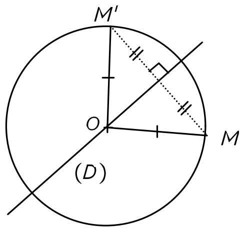
Les droites (AA') et (BB'), perpendiculaires à (D), sont parallèles entre elles.

Exercice 32

D'après le codage de la figure, B et C sont symétriques par rapport à (D).
$A \in (D)$ et $M \in (D)$ donc A et M sont leurs propres symétriques.

Finalement les angles $\widehat{MAB}$ et MAC, symétriques par rapport à (D), ont la même mesure.

Exercice 33

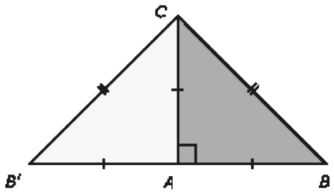


On sait que :
– M et M' sont symétriques par rapport à (D) ;
– O, qui appartient à (D) est son propre symétrique.
Les segments [OM] et [OM'] sont donc symétriques par rapport à (D) et ont la même longueur. Si $M \in \mathcal{C}$, alors OM est égal au rayon du cercle ; OM' étant à son tour égal au rayon du cercle, $M' \in \mathcal{C}$.

Exercice 34

Si $A \in (D)$ et $B \in (D)$:
1. A et B sont leurs propres symétriques par rapport à (D) ;
2. le segment [AB] est aussi son propre symétrique par rapport à (D).

Exercice 35



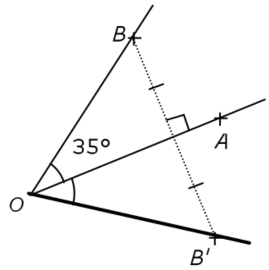
1. ABC est un triangle rectangle et isocèle en A.

2. B' est le symétrique de B par rapport à (AC).

3. C, qui appartient à (AC), est son propre symétrique ; donc le segment [CB'] est le symétrique du segment [CB] ; on en déduit que : $CB'=CB$ et le triangle $BB'C$ est isocèle en C.

4. B' appartient à la droite passant par B, perpendiculaire à (AC) ; or $(AB)\perp(AC)$ donc :
– $B' \in (AB)$ et (BB') perpendiculaire à (AC) en A,
– de plus A est le milieu de [BB'].
En d'autres termes, (AC) est, dans le triangle $BB'C$, la médiatrice du côté [BB'].

Exercice 36



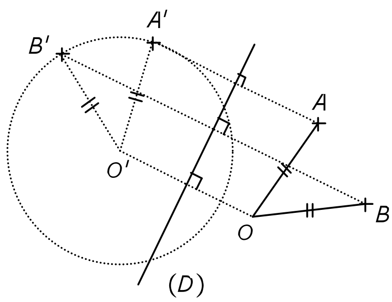
1. mesAOB = 35°.

2. AOB' symétrique de AOB par rapport à (AO).

3. mesAOB' = mesAOB = 35°.

4. mesBOB' = 70°.

Exercice 37



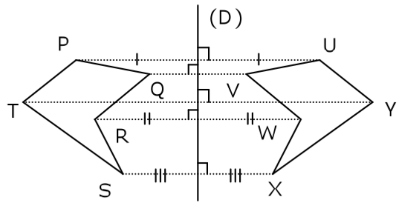
1. $OA = OB$.

2. A', B' et O' sont les symétriques de A, B et O par rapport à (D).

3. On a : $O'A' = OA$ et $O'B' = OB$ (propriété de la symétrie) ;
donc : $O'A' = O'B'$ et le cercle de centre O', de rayon $O'A'$ passe par le point B'.

Bien comprendre, mieux rédiger

Exercice 38

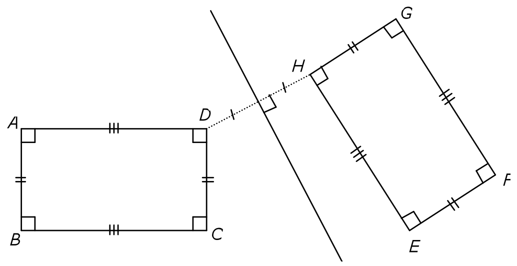


1. Segments de même longueur :
[*UV*] et [*PQ*], [*VW*] et [*QR*], [*WX*] et [*RS*], [*XY*] et [*ST*], [*YU*] et [*TP*].
2. On en déduit que : $UV + VW + WX + XY + YU = PQ + QR + RS + ST + TP$, c'est-à-dire que les deux polygones ont le même périmètre.

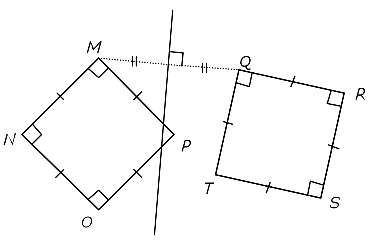
Exercice 39

1. La droite (*D*) est un <u>axe de symétrie</u> du rectangle *RSTU*.
2. Les axes de symétrie d'un segment [*AB*] sont la droite <u>(*AB*)</u> et la <u>médiatrice</u> du segment [*AB*].
3. L'axe de symétrie d'un triangle *MNP* isocèle en *M* (non équilatéral) est la <u>médiatrice</u> de [*NP*].
4. Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même <u>mesure</u>.

Exercice 40

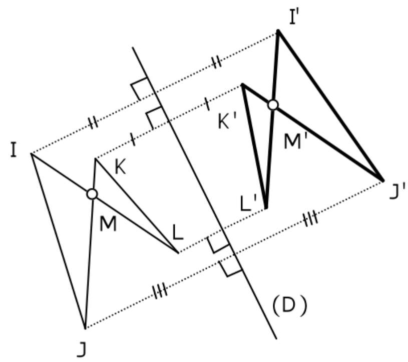


Ci-dessus deux rectangles *ABCD* et *EFGH* de mêmes dimensions, non symétriques par rapport à une droite.



Ci-dessus deux carrés *MNOP* et *QRST* tels que $MN = QR$, non symétriques par rapport à une droite.

Exercice 41



Pour tracer le symétrique de cette figure à 5 points et 4 côtés, il suffit de construire les points *I'*, *J'*, *K'* et *L'* symétriques de 4 points : *I*, *J*, *K* et *L*.
En traçant [*I'J'*], [*J'K'*], [*K'L'*] et [*L'I'*], on complète la figure en même temps que l'on contrôle l'exactitude des constructions : les segments [*J'K'*] et [*L'I'*] sont-ils sécants en un point *M'* symétrique de *M* ?

Exercice 42

La figure 1 (ellipse) a deux axes de symétrie.

La figure 2 (cercle) en a une infinité.

La figure 3 (deux angles de même mesure) a un axe de symétrie : la médiatrice du segment qui joint les sommets de ces angles.

La figure 4 a quatre axes de symétrie.

Exercice 43

• D'après les codages :
– *U* et *U'* sont symétriques par rapport à (*D*) ;
– *V* et *V'* ne le sont pas (absence de codage d'angles droits) ;
– *W* et *W'* ne le sont pas (absence de codage de longueurs égales).

• D'après les propriétés du cercle :
X et *X'* sont symétriques par rapport à (*D*).

Exercice 44

En raison des conservations (longueurs et mesures d'angles) dans une symétrie par rapport à une droite, le symétrique d'un rectangle est un rectangle de mêmes dimensions, c'est-à-dire de même aire.

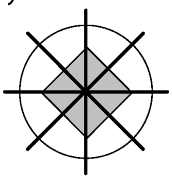
Exercices d'approfondissement

Exercice 45

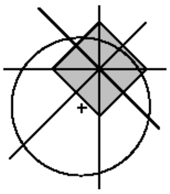
En répétant 21 fois (*nombre impair*) la même opération (*construire le symétrique du point précédemment obtenu*), Konan atteint le point *A'* (*comme si l'opération n'avait été faite qu'une seule fois*).
En répétant 100 fois (*nombre pair*) la même opération (*construire le symétrique du point précédemment obtenu*), Konan retrouve le point *A* (*comme si l'opération n'avait été faite que deux fois … ou aucune opération n'avait été faite !*).

Exercice 46

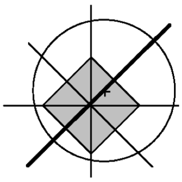
Il faut se rappeler, dans cet exercice, que le carré a quatre axes de symétrie.



Un cercle et un carré ont <u>quatre</u> axes de symétrie en commun si le centre du cercle est le point d'intersection des diagonales du carré.

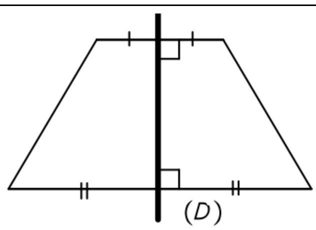


Un cercle et un carré n'ont <u>aucun</u> axe de symétrie en commun si le centre du cercle n'appartient à aucun des axes de symétrie du carré.



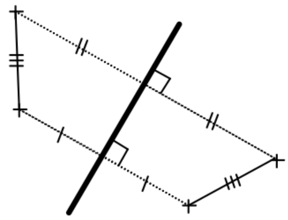
Un cercle et un carré n'ont qu'<u>un seul</u> axe de symétrie en commun si le centre du cercle n'appartient qu'à un seul axe de symétrie du carré.

Exercice 47



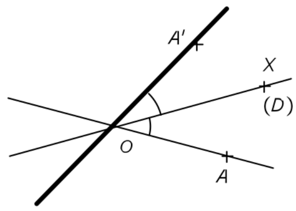
Le quadrilatère ci-dessus admet un seul axe de symétrie.
Il n'a que deux côtés parallèles.

Exercice 48



Pour que les deux segments puissent être symétriques par rapport à une droite, il faut que :
– ils aient la même longueur (*c'est le cas*),
– ils admettent la même médiatrice (*c'est le cas*).
La médiatrice commune est alors l'axe de symétrie.

Exercice 49

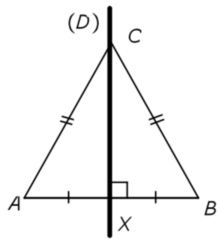


Soit *X* un point de la droite (*D*).

Les angles $\widehat{AOX}$ et $A'OX$, symétriques par rapport à (*D*), ont la même mesure.

Donc (*OX*) = (*D*) est la bissectrice de l'angle *AOA'*.

Exercice 50



3. a. (*D*) est la médiatrice de [*AB*] donc *A* et *B* sont symétriques par rapport à (*D*).
$C \in (D)$ donc *C* est son propre symétrique par rapport à (*D*).
Finalement les segments [*AC*] et [*BC*] sont symétriques par rapport à (*D*).

b. On en déduit que : *AC* = *BC* ; donc *ABC* est un triangle isocèle en *C*.

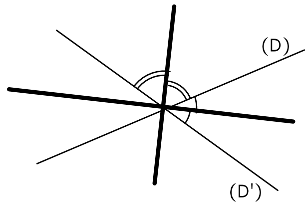
4. Soit *X* un point de la droite (*D*).

Les angles *ACX* et *BCX*, symétriques par rapport à (*D*), ont la même mesure.

Donc (*CX*) = (*D*) est la bissectrice de l'angle *ACB*.

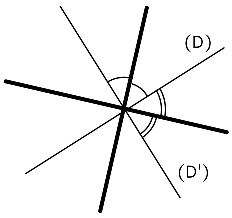
Exercice 51

1.



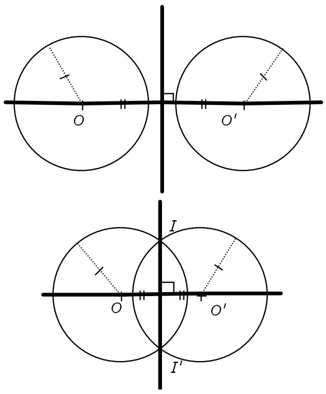
Deux droites sécantes non perpendiculaires ont deux axes de symétrie : les bissectrices des angles qu'elles déterminent.

2.



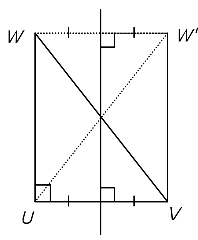
Deux droites perpendiculaires ont quatre axes de symétrie : les bissectrice des angles qu'elles déterminent et elles-mêmes.

3.



Deux cercles de même rayon et de centres distincts O et O' ont deux axes de symétrie : la droite (OO') et la médiatrice du segment [OO']. Lorsque les cercles sont sécants en I et I', la médiatrice de [OO'] n'est autre que la droite (II').

Exercice 52

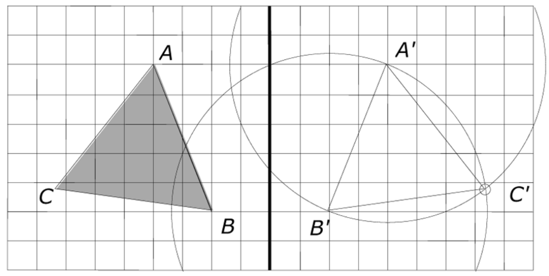


3. L'angle $\widehat{UVW'}$ est le symétrique par rapport à (D) de l'angle $\widehat{VUW}$.

En effet les symétriques de V, U et W sont respectivement U, V et W'.
Or $(UV) \perp (UW)$ donc $(VU) \perp (VW')$.

4. V et W sont les symétriques respectifs de U et W' ; donc : $VW = UW'$.

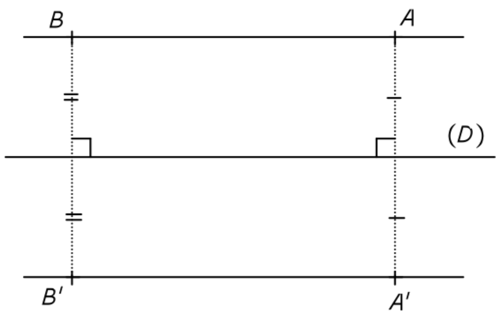
Exercice 53



Pour construire le symétrique C' de C par rapport à (D), il suffit de savoir que le triangle $A'B'C'$, symétrique d'un triangle équilatéral, est lui-même équilatéral ; connaissant déjà le côté [$A'B'$], le compas permet d'achever la construction.

Exercice 54

3. a. A' est le symétrique de A par rapport à (D) donc $(AA') \perp (D)$.
Comme $(AB)//(D)$, on en déduit que : $(AA') \perp (AB)$.



b. D'après ce qui précède,
mes$\widehat{BAA'} = 90°$.

c. Maintenant $\widehat{B'A'A}$, symétrique de $\widehat{BAA'}$, est aussi un angle droit.

4. On en déduit que ($A'B'$), (AB) et (D), trois droites perpendiculaires à (AA'), sont parallèles entre elles.

On peut faire enregistrer en propriété : « Le symétrique d'une droite par rapport à une droite parallèle est une droite qui leur est parallèle »

Activités d'intégration

Exercice 55 – Panneaux de signalisation

1 axe de symétrie
(vertical).

4 axes de symétrie
(comme dans un carré)

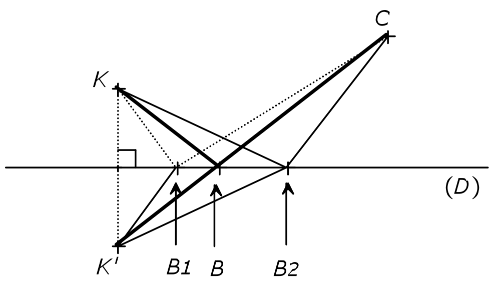
une infinité d'axes
de symétrie
(comme dans un cercle)

2 axes de symétrie
(1 vertical, 1 horizontal)

pas d'axe de symétrie

pas d'axe de symétrie
(à cause du motif du feu)

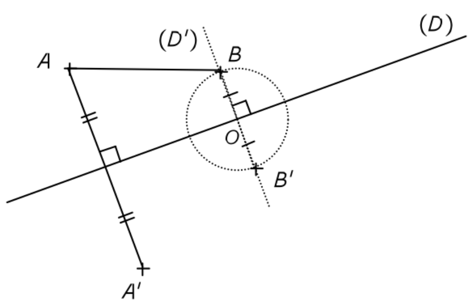
Exercice 56 – Le chemin le plus court



Soit : *K'* le symétrique de *K* par rapport à la droite (*D*), *B* le point d'intersection de (*D*) et de [*K'C*].
Le trajet le plus court entre *K* et *C*, via un point de (*D*), est : $K \to B \to C$.

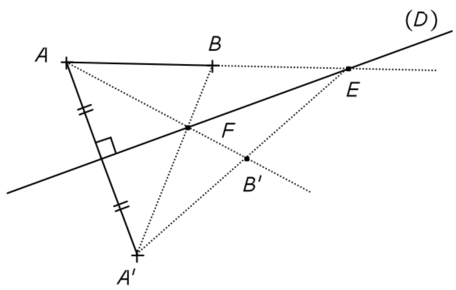
Exercice 57 – Construire un symétrique

Construction avec l'équerre, le compas et la règle graduée



Construire, avec l'équerre, la droite (*D'*) passant par *B* et perpendiculaire à (*D*) ; elle coupe (*D*) en *O*.
Construire, avec le compas, le cercle de centre *O*, passant par *B* ;
il coupe (*D'*) en *B'*.

Construction avec la règle non graduée



Soit *E* le point d'intersection de (*D*) et de (*AB*), *F* le point d'intersection de (*D*) et de (*A'B*).
– $B \in (AE)$, *A'* est le symétrique de *A* et *E* est son propre symétrique, donc :
$B' \in (A'E)$.
– $B \in (A'F)$, *A* est le symétrique de *A'* et *F* est son propre symétrique, donc :
$B' \in (AF)$.
Finalement *B'* est le point d'intersection de (*A'E*) et (*AF*).

7 Figures symétriques par rapport à un point

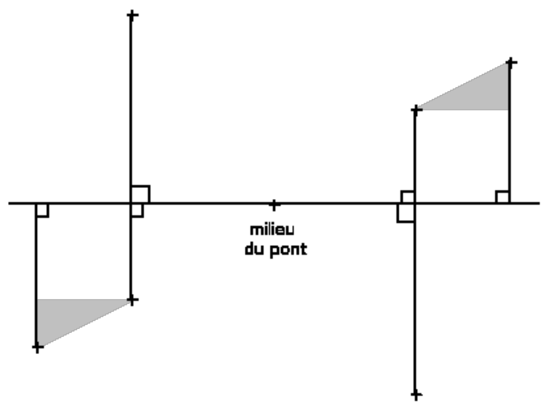
Situations problèmes	Cours / Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre, mieux rédiger	Approfondissement
2	Symétrique d'un point par rapport à un point [1 p 84]			
3, 4	Symétrique d'une figure, centre de symétrie [2 p 84]			
5, 6, 7	Symétrique d'un segment [3 p 84] Symétrique d'une droite [4 p 785]			
8	Symétrique d'une demi-droite, d'un angle [5 p 85]	**1*, 2, 3, 4, 5, 6, 7,** 14, 15, 16, 17,		
	Apprendre à construire le symétrique d'une figure [1 p 86]*	18, 19, 20, 21, 28, 30, 31, 32,	35, 36, 40, 42, 43	44, 45, 46,
	Apprendre à reconnaître un centre de symétrie [2 p 87]	**8, 9, 10, 11,** 12, 13, 22, 23, 24,		
9, 10	Centre de symétrie de figures particulières [6 p 85]	25, 26, 27, 29, 33, 34	37, 38, 39, 41	47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54

* Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de *Méthodes et savoir-faire*.

Situations problèmes

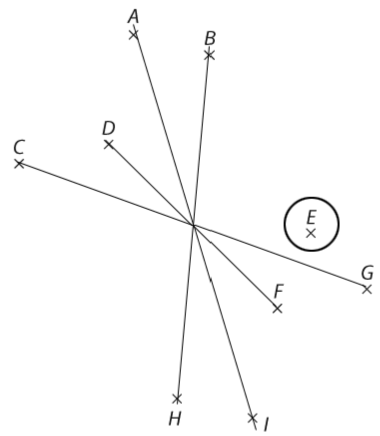
1 – Petite leçon d'urbanisme

1.



2. Chaque école est à la même distance de la bibliothèque qui lui est la plus proche.
En effet, cette distance est la longueur de l'hypoténuse de deux triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit ont mêmes mesures (200 m et 100 m), c'est-à-dire deux triangles superposables.

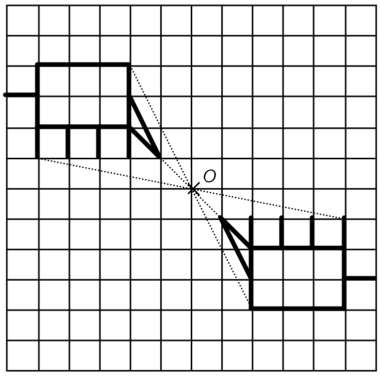
2 – À la recherche du centre



2. a. En fixant le point *O* du papier calque sur le point *O* du manuel et en faisant pivoter le calque de façon à amener le point *A* (du calque) sur le point *I* (du manuel), on constate que les points se superposent deux à deux : *A* et *I*, *B* et *H*, *C* et *G*, *D* et *F*, <u>sauf le point *E*</u>.
b. On vérifie que les segments [*AI*], [*BH*], [*CG*] et [*DF*] ont le même milieu : *O*.

3. Pour que tous les points se superposent, ajouter le point *J* tel que *O* soit le milieu de [*EJ*].

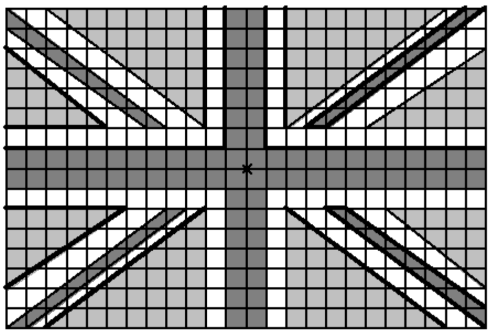
3 – Deux éléphants symétriques



4 – Les « X »

Seule la figure 5 possède un centre de symétrie.

5 – L'Union Jack



6 – Un logo avec centre de symétrie

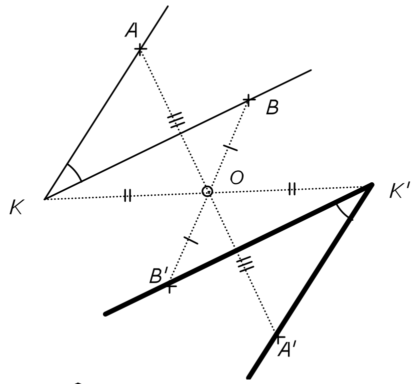
Dans le logo, l'erreur est la position relative des points *D* et *J*.

Pour corriger cette erreur, déterminer le centre *O* du carré *ABGH*, puis contrôler que *O* est bien le milieu des segments [*CI*], [*FL*], [*DJ*] et [*EK*].

7 – Symétrique d'une droite

Si *A*, *B*, *C*, *D*, *E* et *F* sont sur une droite (*D*), leurs symétriques par rapport au point *O* sont aussi sur une droite (*D*′).

8 – Symétrique d'un angle



4. Les angles $\widehat{AKB}$ et $A'K'B'$ ont la même mesure.

9 – Centre d'un parallélogramme

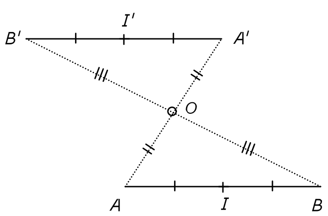
Le point d'intersection des diagonales d'un parallélogramme (appelé centre de ce parallélogramme) est son centre de symétrie. En effet ses diagonales se coupent en leurs milieux.

10 – Centre d'un cercle

Le centre d'un cercle est son centre de symétrie. En effet, chaque diamètre a pour milieu le centre du cercle.

Méthodes et savoir-faire

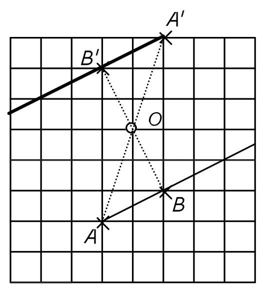
Exercice 1



Si *A*′ et *B*′ sont les symétriques de *A* et *B* par rapport à *O*, alors le symétrique du milieu *I* de [*AB*] par rapport à *O* est le milieu *I*′ de [*A*′*B*′].

Exercice 2

Les points *A*′ et *B*′, symétriques de *A* et *B* par rapport à *O*, sont « localisables » avec le quadrillage.



Exercice 3

Le symétrique de la droite (*AB*) par rapport au point *O* est la droite (*A*′*B*′), où *A*′ et *B*′ sont les symétriques de *A* et *B* par rapport à *O*.

Exercice 4

Pour construire le symétrique d'une droite (*D*) par rapport à un point *O*, il suffit de placer deux points *A* et *B* sur (*D*), puis de procéder comme dans l'exercice précédent.

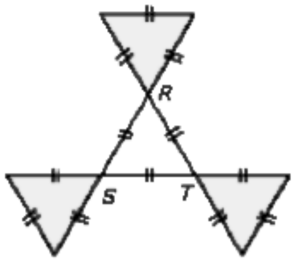
Exercice 5

Le symétrique, par rapport à un point *O*, d'un rectangle est un rectangle.

Exercice 6

Le symétrique, par rapport à un point *O*, d'un triangle *ABC*, isocèle en *A*, est un triangle *A'B'C'*, isocèle en *A'*.

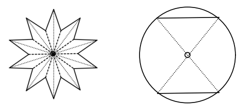
Exercice 7



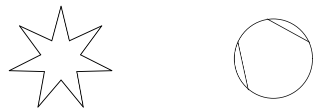
Les symétriques du triangle équilatéral *RST* par rapport à chacun de ses sommets sont des triangles équilatéraux, de mêmes dimensions.

Exercice 8

Figures ayant un centre de symétrie :



Figures n'ayant pas de centre de symétrie :



étoile à 7 branches — cordes non symétriques par rapport au centre du cercle.

Exercice 9

Figures où *O* est centre de symétrie : 2 et 3.
Figures où *O* n'est pas centre de symétrie : 1 et 4.

Exercice 10

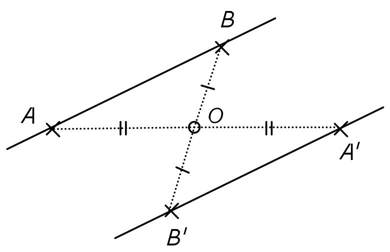
Application du cours. Le centre de symétrie est le centre du parallélogramme.

Exercice 11

2. a. Les diagonales du rectangle, [*EG*] et [*FH*], se coupent en leur milieu, qu'on appelle *O*. Le symétrique de *E* par rapport à *O* est donc *G* ; le symétrique de *F* par rapport à *O* est *H*. Le rectangle *EFGH* admet donc le point *O* pour centre de symétrie et son symétrique par rapport à *O* est le rectangle *GHEF*.

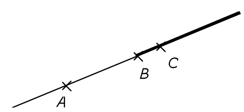
Activités d'application

Exercice 12



3. a. [*A'B'*] est le symétrique de [*AB*] ;
b. (*A'B'*) est le symétrique de (*AB*) ;
c. [*A'B'*) est le symétrique de [*AB*) ;
d. [*B'A'*) est le symétrique de [*BA*).

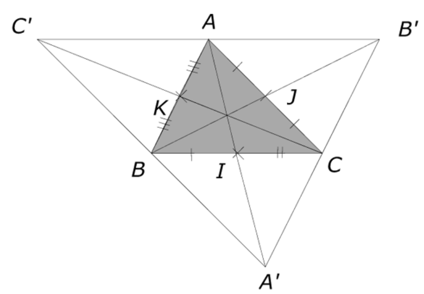
Exercice 13



1. a. La demi-droite [*BC*) est le symétrique de la demi-droite [*BA*) par rapport à *B*.

b. La demi-droite [*BA*) est le symétrique de la demi-droite [*BC*) par rapport à *B*.
2. La droite (*AB*) est son propre symétrique par rapport à *C*.

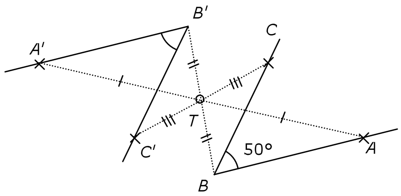
Exercice 14



3. Aucune justification n'est demandée ; il s'agit de contrôler avec les instruments (règle graduée, compas).
a. $B'C' = 2 \times BC$, $A'C' = 2 \times AC$ et $B'A' = 2 \times BA$.

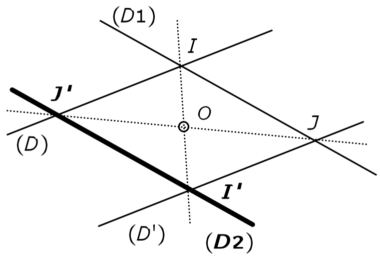
b. Les milieux respectifs de [*A'B'*], [*B'C'*] et [*C'A'*] sont *C*, *A* et *B*.

Exercice 15



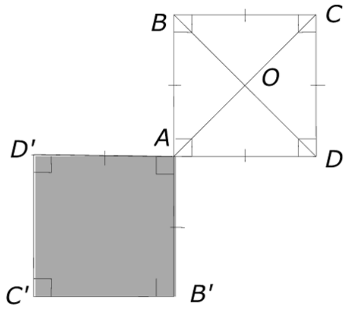
3. Avec le rapporteur, on contrôle que :
$\text{mes}\widehat{A'B'C'} = 50°$.

Exercice 16



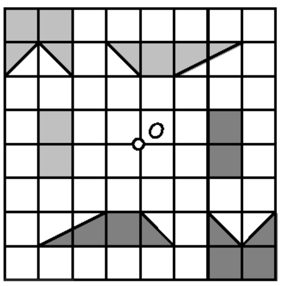
2. (*D*) et (*D*′) sont symétriques par rapport à *O* ; donc :
– comme $I \in (D)$, la droite (*OI*) coupe (*D*′) au point *I*′ qui est le symétrique de *I* ;
– comme $J \in (D')$, la droite (*OJ*) coupe (*D*) au point *J*′ qui est le symétrique de *J*.
Finalement la droite (*I*′*J*′) est symétrique de (*IJ*) [c'est-à-dire (D_1)] par rapport à *O*.

Exercice 17



2. *AB*′*C*′*D*′ est le symétrique de *ABCD* par rapport à *A*.
3. *ABCD* est son propre symétrique par rapport à *O*.

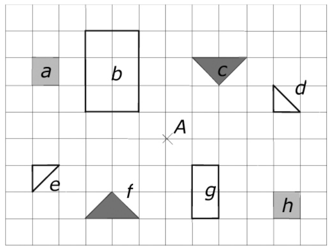
Exercice 18



Exercice 19

Deux points *M* et *M*′ sont symétriques par rapport à *S* lorsque *S* est le milieu de [*MM*′].
– *C* et *C*′ sont symétriques par rapport à *S* ; en effet : *S*, *C*, *C*′ sont alignés et *SC* = *SC*′ = 2,6 cm.
– *A* et *A*′ ne sont pas symétriques par rapport à *S* ; en effet : *S*, *A* et *A*′ ne sont pas alignés.
– *B* et *B*′ ne sont pas symétriques par rapport à *S* ; en effet : $SB \neq SB'$ ($SB \approx$ 1,1 cm et $SB' \approx$ 1,5 cm).

Exercice 20

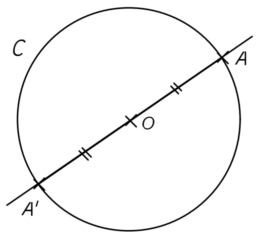


Seules les figures :
– *a* et *h*, d'une part,
– *c* et *f*, d'autre part,
sont symétriques par rapport à *A*.

Exercice 21

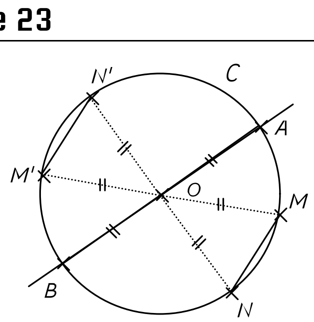
Le codage permet de dire que [*CD*] et [*C*′*D*′] sont symétriques par rapport à *O*.
Dans les deux autres cas, il ne le permet pas :
– *O* n'est pas nécessairement le milieu de [*AA*′],
– *O* n'est milieu ni de [*EE*′] ni de [*FF*′].

Exercice 22



$A \in \mathcal{C}$, $A' \in \mathcal{C}$ et $O \in [AA']$; [*AA*′], diamètre de $\mathcal{C}$, a pour milieu *O* ; on en déduit que *A* et *A*′ sont symétriques par rapport à *O*.

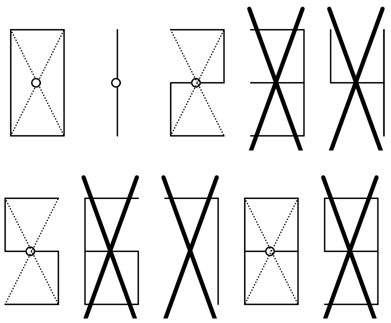
Exercice 23



2. Si [*AB*] est un diamètre de *C* alors *O* est le milieu de [*AB*].

On en déduit que :
– les symétriques respectifs de A et B, par rapport à O, sont B et A ;
– $[BA]$ est le symétrique de $[AB]$ par rapport à O.
3. b. Soit r le rayon de C.
Si $[MN]$ est une corde de $\mathcal{C}$ alors $M \in C$, $N \in C$ et $MN < r$.
Si $[M'N']$ est symétrique de $[MN]$ par rapport à O, alors :
– O est le milieu de $[MM']$, $OM = OM' = r$ donc $M' \in C$;
– O est le milieu de $[NN']$, $ON = ON' = r$ donc $N' \in C$;
– $M'N' = MN$ donc $M'N' < r$.
Finalement, $M'N'$ est une corde de C.

Exercice 24



Les cinq chiffres qui ont un centre de symétrie sont : 0, 1, 2, 5 et 8.

Exercice 25

Avec trois sommets, un triangle équilatéral ne peut pas avoir de centre de symétrie.

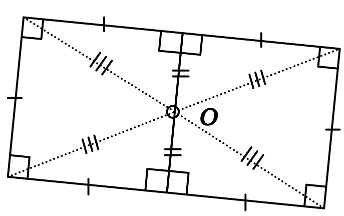
Exercice 26

Deux droites (D) et (D'), sécantes en un point E, ont un centre de symétrie : E.

Exercice 27

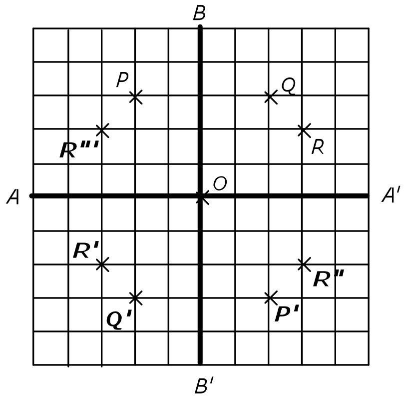
Deux cercles de même centre ont un centre de symétrie : leur centre commun.

Exercice 28



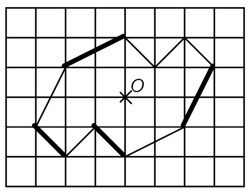
Deux carrés, ayant un côté en commun, forment dans leur ensemble un rectangle. Le milieu O du côté commun est centre de symétrie de ce rectangle. Les angles droits et certaines longueurs égales ont été codés sur la figure.

Exercice 29



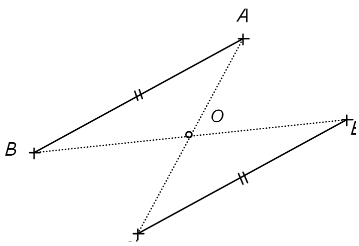
Les points P', Q' et R', symétriques par rapport au point O de P, Q et R, sont sur le cercle $\mathcal{C}$, centré en O.
Deux autres points sont encore sur le même cercle :
– R'', symétrique de R par rapport à la droite (AA'),
– R''', symétrique de R par rapport à la droite (BB').

Exercice 30



Il faut ajouter 4 segments pour que le point O soit centre de symétrie de la figure.

Exercice 31

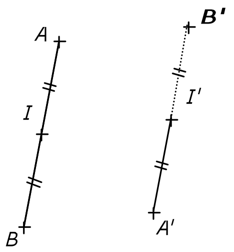


$[AB]$ et $[A'B']$ sont deux segments de supports parallèles et de même longueur.
Ces deux segments sont symétriques par rapport au point d'intersection O des droites (AA') et (BB').

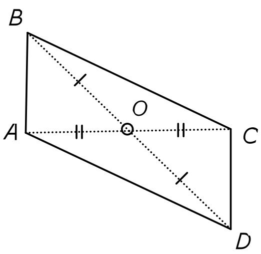
Exercice 32

1. I est le milieu de $[AB]$, A' et I' symétriques respectivement de A et I par rapport à un point O.
2. a. I' est le milieu de $[A'B']$; cela conduit à la construction de B' (*sans utilisation du point O*).
b. *Je prolonge le segment $[A'I']$ au-delà de I'. À partir de I', je reporte une longueur égale à $A'I'$ pour obtenir le point B'.*

c.



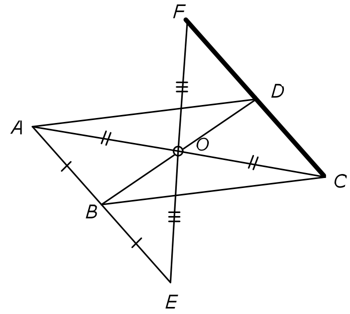
Exercice 33



1. *C* et *D* symétriques respectifs de *A* et *B* par rapport à *I*.
2. a. On a : (*CD*)//(*AB*).
b. On peut dire aussi que :
– *C* et *B* sont les symétriques respectifs de *A* et *D* ;
– donc : (*BC*)//(*AD*).
c. Finalement *ABCD* est un parallélogramme.

Observation : cet exercice est une démonstration de la 2e propriété énoncée au § 2.b (page 59) du cours sur les parallélogrammes.

Exercice 34



1. *O* est le centre du parallélogramme *ABCD*, donc :
O est le milieu de [*AC*] et [*BD*],
C est le symétrique de *A* par rapport à *O*,
D est le symétrique de *B* par rapport à *O* (I).
2. *C* et *F* sont les symétriques de *A* et *E* par rapport à *O*, donc : [*CF*] est symétrique de [*AE*] par rapport à *O* (II).
3. *E* symétrique de *A* par rapport à *B*, donc : *B* est le milieu de [*AE*] (III).
Finalement, d'après (I), (II) et (III), on peut dire que *D* est le milieu de [*FC*].

Bien comprendre, mieux rédiger

Exercice 35

Le 3e dessin semble avoir un centre de symétrie.

Exercice 36

1. Le symétrique par rapport à *O* d'un point *C* est le point *C'* tel que *O* est le <u>milieu</u> de [*CC'*].

2. Le <u>milieu</u> d'un segment [*AB*] est le <u>centre</u> de symétrie de [*AB*].

3. Le <u>centre</u> de symétrie d'un parallélogramme est le <u>centre</u> de ce parallélogramme.

4. Le <u>centre</u> de symétrie d'un cercle est le <u>centre</u> de ce cercle.

Exercice 37

Le symétrique de l'angle $\widehat{ABC}$ est l'angle *B'A'E*.
(*Se rappeler que deux demi-droites symétriques par rapport à un point ont des supports parallèles.*)

Exercice 38

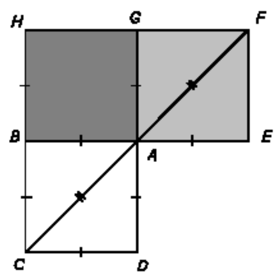
Figures ayant un centre de symétrie :
un cercle, un segment, un rectangle.
Figures ayant plusieurs centres de symétrie : une droite, deux droites parallèles.

Figures n'ayant aucun centre de symétrie : un triangle.

Exercice 39

1. Un triangle équilatéral a trois <u>axes</u> de symétrie mais aucun <u>centre</u> de symétrie.
2. Un carré a un <u>centre</u> de symétrie et quatre <u>axes</u> de symétrie.
3. Un cercle a plusieurs <u>axes</u> de symétrie et un <u>centre</u> de symétrie.

Exercice 40



2. a. *AEFG* est le symétrique du carré *ABCD* par rapport au point *A*.
b. *ABHG* est le symétrique du carré *ABCD* par rapport à la droite (*AB*).

Exercice 41

1. Le cercle C a pour centre de symétrie le point O.

2. Si $A \in C$ et si A est le symétrique de A par rapport à O, alors $[AA']$ est un diamètre du cercle. Ce segment a pour centre de symétrie le point O.

3. Le cercle C a pour axe de symétrie (AA') et pour centre de symétrie le point O

Exercice 42

Aux quatre questions posées la réponse est « oui ».

Exercice 43

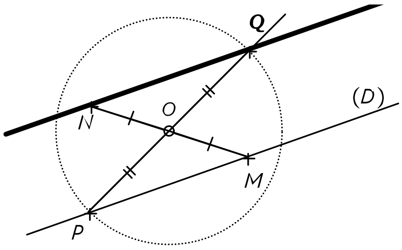
2. Trace un angle droit de sommet D.
Place sur ses côtés les points F et G, tels que $DF = DG = 8$ cm.
Marque le milieu B du segment $[FG]$.
Construis le point E symétrique de D par rapport à B.

Exercices d'approfondissement

Exercice 44

Si A' est le symétrique de A par rapport à O alors A est le symétrique de A' par rapport à O.
1. En répétant 15 (*nombre impair*) fois la construction du symétrique par rapport à O du point précédemment obtenu, Koné atteint le point A'.
2. En répétant 1 000 (*nombre pair*) fois la construction du symétrique par rapport à O du point précédemment obtenu, il atteindrait le point A.

Exercice 45

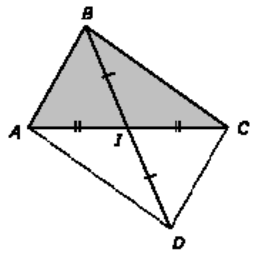


2.b. Si O est le milieu de $[MN]$ alors N est le symétrique de M par rapport à O.
3. Soit P un point sur (D), distinct de M.
En construisant le point Q symétrique de P par rapport à O (*avec la règle et le compas*) et en traçant la droite (NQ), on obtient la droite symétrique de (MP) par rapport à O, c'est-à-dire la droite parallèle à (D) passant par N… *sans utiliser l'équerre*.

Exercice 46

1. Béatrice ne pourra pas trouver un point O tel que $[CD]$ soit le symétrique de $[AB]$ par rapport à O, car ces segments n'ont pas la même longueur.
2. Avec des segments de même longueur :
a. Oumar pourra trouver un point O si, en plus, ils sont parallèles ;
b. il ne pourra pas s'ils ne sont pas parallèles.

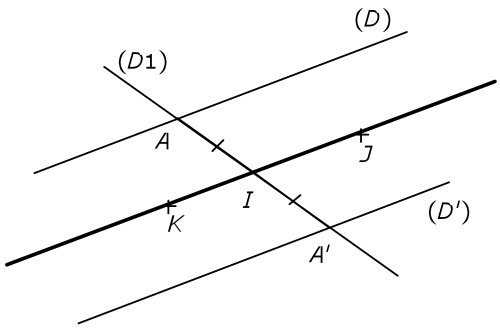
Exercice 47



2. $ABCD$ est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leurs milieux ; c'est un parallélogramme.

3. Son centre est le point I (point d'intersection des diagonales).

Exercice 48

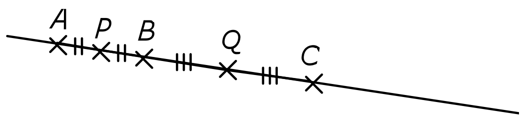


2. a. A et A' sont symétriques par rapport à I, puisque I est le milieu du segment $[AA']$.

b. Le symétrique par rapport à I de la droite (D), qui passe par A, est une droite parallèle à (D), qui passe par A' symétrique de A ; c'est la droite (D').

4. b. Les autres points J, K, … , par rapport auxquels (D) et (D') sont symétriques, appartiennent à la droite parallèle à (D) et à (D'), qui passe par I.

Exercice 49



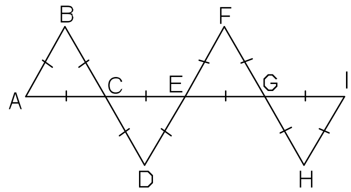
2. À l'aide de la règle graduée, on doit trouver $PQ = 1{,}5$ cm et $AC = 3$ cm.

3. a. *B* est le symétrique de *A* par rapport à *P* donc $AP = PB$.

b. *C* est le symétrique de *B* par rapport à *Q* donc $BQ = QC$.

4. $AC = (AP + PB) + (BQ + QC)$
$= 2 \times PB + 2 \times B = 2 \times (PB + BQ) = 2 \times PQ$.

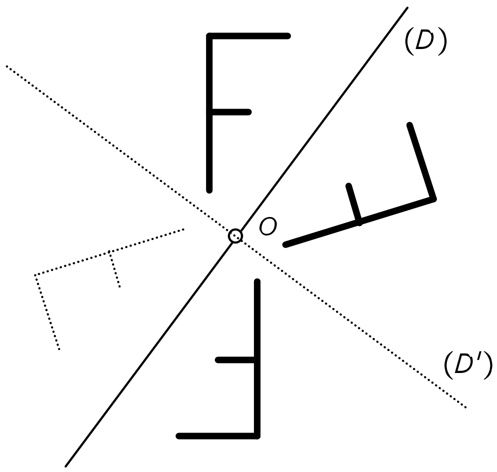
Exercice 50



Programme de construction :
– Construis un triangle équilatéral dont les côtés mesurent 1,5 cm puis nomme ses sommets *A*, *B* et *C* ;
– construis le triangle *EDC* symétrique de *ABC* par rapport au point *C* ;
– construis le triangle *EFG* symétrique de *EDC* par rapport au point *E* ;
– construis le triangle *IHG* symétrique de *EFG* par rapport au point *G*.

Activités d'intégration

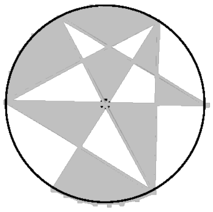
51 – Symétries mélangées



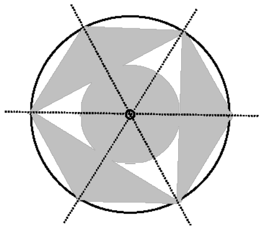
1. Le « F vert » et le « F rouge » sont effectivement symétriques par rapport à la droite (*D′*) perpendiculaire à (*D*) et passant par *O*.

3. Pour que *O* soit centre de symétrie de toute la figure, le dessin doit être complété par un « F » à la fois :
- symétrique du « F initial » par rapport à la droite (D′),
- symétrique du « F rouge » par rapport au point O,
- symétrique du « F vert » par rapport à la droite (D).

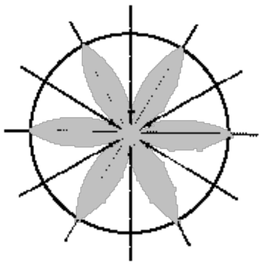
52 – Agroglyphes



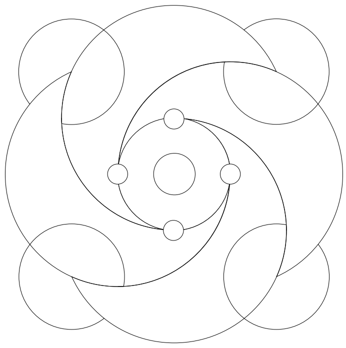
Agroglyphe n°1
pas de centre de symétrie
pas d'axe de symétrie



Agroglyphe n°2
pas de centre de symétrie
3 axes de symétrie

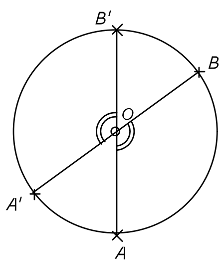


Agroglyphe n°3
1 centre de symétrie
6 axes de symétrie



Agroglyphe n°4
1 centre de symétrie

53 – Taille des parts

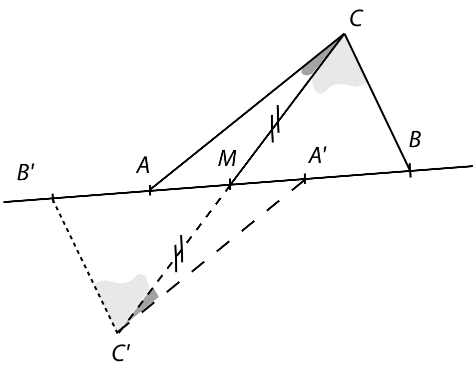


1. Les deux plus grandes parts sont délimitées :
– par le cercle,
– deux rayons [*OA*] et [*OB*], d'une part, [*OA'*] et [*OB'*], d'autre part, respectivement symétriques par rapport au centre *O* de la tarte.

On en déduit que mes$\widehat{AOB}$ = mes$\widehat{A'OB'}$, c'est-à-dire que ces parts sont égales.

2. Il en est de même pour les deux plus petites parts.

Exercice 54



8 Pavés droits et cylindres droits

Situations problèmes	Cours / Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre, mieux rédiger	Approfondissement
2	Pavé droit [1 p 96] Cube [2 p 96]			
9	Patrons d'un pavé droit [8a p 97]			
	Apprendre à fabriquer des pavés [1a p 98]*	**1*, 2, 3, 4,** 15, 19, 20, 21, 22	48	
3, 4	Aires d'un pavé droit [3 p 96]	25, 26, 27, 28, 29, 30		
	Volume d'un pavé droit [4 p 96]			
	Apprendre à utiliser les unités de volume [2a, b p99]	**6, 7, 8, 9, 10,** 33, 34, 35, 36	44, 45, 46, 49	52, 53, 57, 59, 60
5	Cylindre droit [5 p 97]			
7	Patrons d'un cylindre droit [8b p 97]			
	Apprendre à fabriquer des cylindres [1b p 98]	**5,** 16, 17, 18, 23, 24	42, 43, 47	
6, 8	Aires d'un cylindre droit [6 p 97]	31, 32		
	Volume d'un cylindre droit [7 p 97]			
	Apprendre à utiliser les unités de volume [2c p99]	**11, 12, 13, 14,** 37, 38, 39, 40, 41	50, 51	54, 55, 56, 58, 61, 62, 63, 64

* Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de *Méthodes et savoir-faire*.

Situations problèmes

1 – Un bâtiment préfabriqué

1. Aire totale : 2 × (15 × 7) + 2 × (15 × 4) + 2 × (7 × 4) = <u>386 cm²</u>.
2. Nombre maximum de caisses : 15 × 7 × 4 = <u>420</u>.

2 – Faces, arêtes et sommets d'un pavé droit

	Nombre de faces	Nombre d'arêtes	Nombre de sommets
visibles	3	9	7
cachées	3	3	1
total	6	12	8

3 – Des petits cubes dans un grand

Dans le grand cube, il y a : 1 000 (10 × 10 × 10) petits cubes.

4 – Boîte d'allumettes

1. Aire des quatre faces de l'étui : 2 × 8 × 5 + 2 × 8 × 3 = <u>128 cm²</u>.
2. Aire de la « base » d'une allumette : 2 × 2 = 4 mm² ;
aire de la face « ouverte » de l'étui : 5 × 3 = 15 cm² = 1 500 mm² ;
nombre maximum d'allumettes : 1 500 : 4 = <u>375</u>.

5 – Tubes à emboîter

Le tube le plus long a :
– pour hauteur 16 cm,
– pour base un cercle de rayon 4 cm.
La moitié de ce tube a :
– pour hauteur 8 cm,
– pour base un cercle de rayon 4 cm (d'aire : $16 \times \pi$ cm^2).
Le tube le plus court a :
– pour hauteur 8 cm,
– pour base un cercle de rayon 8 cm (d'aire : $64 \times \pi$ cm^2).
Donc l'aire de la base du tube le plus court est égale à 4 (64 : 16) fois celle de la base de la moitié du tube le plus long.
Finalement, le volume du tube le plus court est égal à 2 fois le volume du tube le plus long.

6 – Étiquettes

Les étiquettes sont des rectangles dont deux côtés mesurent 15 cm.
Les deux autres côtés, qui coïncident avec le pourtour des deux disques, ont pour mesure le périmètre commun de ces disques : $2 \times \pi \times 4 \approx 25{,}12$ cm.
L'aire de ces étiquettes est : $15 \times 25{,}12 \approx 376{,}8$ cm^2.

7 – Boîtes de conserve

1. La fabrication de la boîte de conserve cylindrique nécessite :
– un rectangle d'aire : $11 \times 25{,}12 \approx 276{,}32$ cm^2 ;
– deux disques de rayon 4 cm et d'aire : $\pi \times 4 \times 4 \approx 50{,}24$ cm^2.
L'aire totale de tôle nécessaire est donc :
$276{,}32 + (2 \times 50{,}24) = 376{,}8$ cm^2.
2. *L'enseignant devra certainement guider les élèves dans la réalisation de leur « premier patron » de cylindre droit.*

8 – Disques empilés

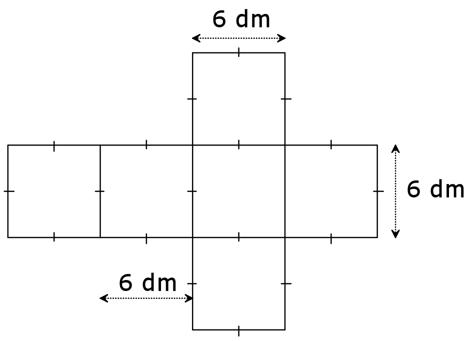
1. a. $\dfrac{Aire\ du\ disque}{Aire\ du\ carré} = \dfrac{\pi \times r^2}{c^2} = 0{,}785$ soit 78,5 %.

b. Volume de la plaque de carton : $10 \times 10 \times 0{,}2 = 20$ cm^3.
Volume du petit cylindre : $20 \times 0{,}785 = 15{,}7$ cm^3.
(Constat : ce volume est égal au produit de l'aire de la base par la hauteur :
$78{,}5 \times 0{,}2 = 15{,}7$.)

2. En empilant 30 cylindres droits, la hauteur de cet empilement est de : $30 \times 0{,}2 = 6$ cm.
Le volume de cet empilement est de : $30 \times 15{,}7 \approx 471$ cm^3.
(Constat : ce volume est toujours égal au produit de l'aire de la base par la hauteur : $78{,}5 \times 6 = 471$.)

9 – Une boîte en carton

1. a. Aire du carton utilisé : $(4 \times 6) \times (6 + 3 + 3) = 288$ dm^2.
b. Aire totale d'un cube dont les arêtes mesurent 6 dm : $6 \times (6 \times 6) = 216$ dm^2.

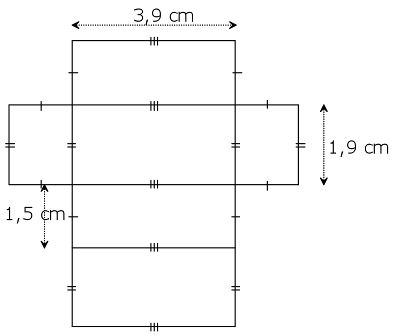


2. Ci-dessus, une proposition de patron du cube (*à l'enseignant de guider les élèves*).

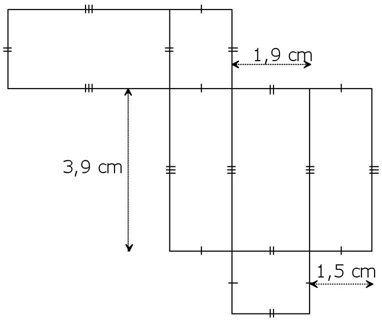
Méthodes et savoir-faire

Exercice 1

Deux propositions de patron d'un pavé droit (dimensions : 3,9 cm × 1,9 cm × 1,5 cm) :

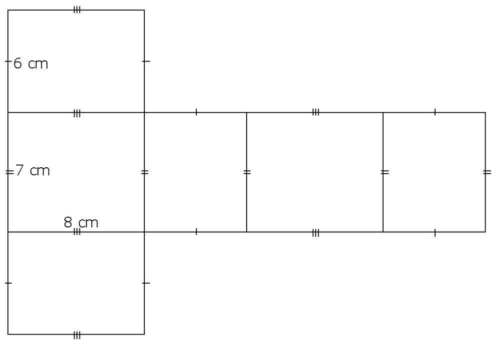


Modèle « la croix »



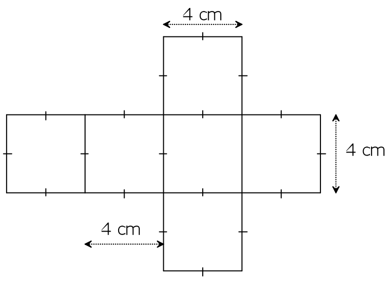
Autre modèle

Exercice 2



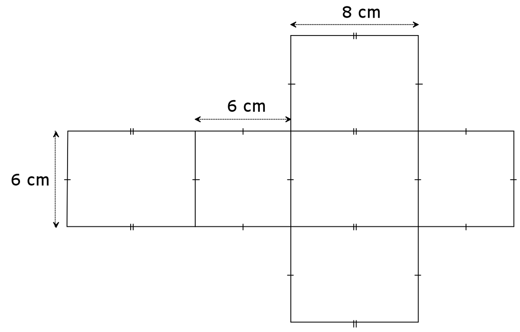
Patron d'un pavé droit (dimensions : 8 cm × 7 cm × 6 cm)

Exercice 3



Patron d'un cube dont les arêtes mesurent 4 cm.

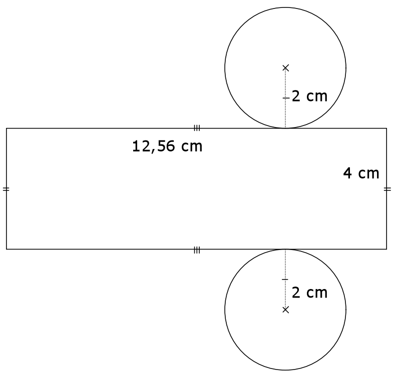
Exercice 4



Patron d'un pavé droit (dimensions : 6 cm × 6 cm × 8 cm)

Exercice 5

1. b. Autre dimension du rectangle du patron d'un cylindre droit de rayon 2 cm :
$2 \times \pi \times 2 \approx 12{,}56$ cm.
2. Patron d'un cylindre droit
– de hauteur 8 cm
– de rayon 2 cm.



Exercice 6

Volume d'un pavé droit de dimensions 3 cm, 5 cm et 8 cm : $3 \times 5 \times 8 = \underline{120\ \text{cm}^3}$.

Exercice 7

Volume d'une caisse cubique de côté 1,5 m : $1{,}5 \times 1{,}5 \times 1{,}5 = \underline{3{,}375\ \text{m}^3}$.

Exercice 8

Volume d'un pavé droit de dimensions 5 m, 8 m et 12 dam : $5 \times 8 \times 1{,}2 = \underline{48\ \text{m}^3}$.

Exercice 9

Volume de l'immeuble de dimensions 170 m, 120 m et 50 m : $170 \times 120 \times 50 = \underline{1\,020\,000\ \text{m}^3}$.

Exercice 10

Volume d'une brique de dimensions 2 dm ; 1,1 dm et 0,6 dm : $2 \times 1{,}1 \times 0{,}6 = \underline{1{,}32\ \text{dm}^3}$.

Exercice 11

Volume d'un cylindre droit de rayon 2 m et de hauteur 5 m : 3,14 × 2 × 2 × 5 ≈ 62,8 m^3.

Exercice 12

Volume d'un cylindre droit de diamètre 3 cm et de hauteur 15 cm :
3,14 × 1,5 × 1,5 × 15 ≈ 105,975 cm^3.

Exercice 13

Volume d'un cylindre droit de rayon 5 cm et de hauteur 12 mm : 3,14 × 5 × 5 × 1,2 ≈ 94,2 cm^3.

Exercice 14

Volume d'un pavé droit de dimensions 3,9 cm ; 1,9 cm et 1,5 cm : 3,9 × 1,9 × 1,5 = 11,115 cm^3.
Volume d'un cylindre droit de rayon 1,1 cm et de hauteur 1,6 cm :
3,14 × 1,1 × 1,1 × 1,6 ≈ 6,079 04 cm^3.

Activités d'application

Exercice 15

Pour les pavés droits 2 et 3, les trois dimensions sont données.

Exercice 16

Pour les cylindres droits 2 et 3, les deux dimensions sont données.

Exercice 17

Les solides 4 et 6 sont des pavés droits.

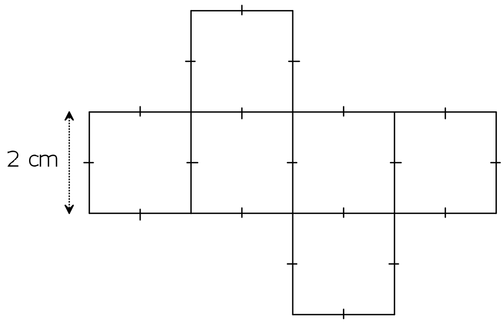
Le solide 6 est un cube.

Le solide 2 est un cylindre droit.

Exercice 18

Dessiner à main levée un pavé droit, un cube ou un cylindre permet de contrôler :
– la connaissance de ces solides ;
– les règles de la « perspective cavalière » *(sans les avoir explicitement rencontrées).*

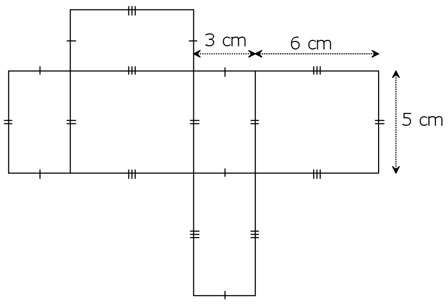
Exercice 19



Cette figure est un patron de cube.

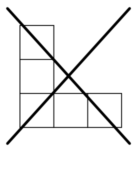
Pour s'en convaincre, faire procéder au découpage, pliage et assemblage.

Exercice 20



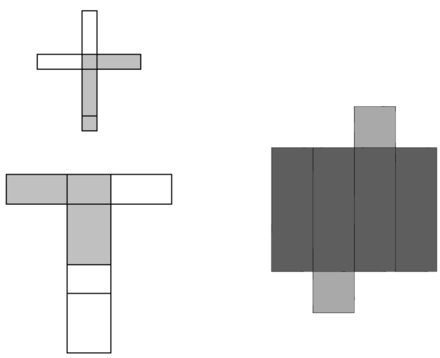
Patron d'un pavé droit de dimensions 3 cm, 5 cm et 6 cm, où la répartition des faces est la même que dans l'exercice 19.

Exercice 21



Trois patrons de cube (sur quatre).

Exercice 22



Les parties grises correspondent à ce qui est donné par l'énoncé. *(Pour chaque figure, il existe d'autres patrons, la justification est possible en procédant au découpage, pliage et assemblage.)*

Exercice 23

Dans le patron d'un cylindre droit, de hauteur 5 cm et de rayon 2 cm, les dimensions du rectangle sont : 5 cm et $2 \times \pi \times 2 \approx 12{,}56$ cm.

Exercice 24

Seul le patron 3 semble être celui d'un cylindre droit. En effet :
– en 1, 2 et 4, la longueur du côté du rectangle, en coïncidence avec le contour de la base, est plus (1 et 4) ou moins (2) grande que le périmètre de cette base ;
– en 5, les disques de base ne sont pas superposables.

Exercice 25

Aire latérale du pavé droit :
$2 \times (8 \times 3) + 2 \times (2 \times 3) = \underline{60\text{ cm}^2}$;
aire totale du pavé droit : $60 + 2 \times (8 \times 2) = \underline{92\text{ cm}^2}$.

Exercice 26

La hauteur de cet immeuble étant (à vue d'œil et par comparaison entre les dimensions données) de 55 m, l'aire de la surface vitrée est :
$2 \times (30 \times 55) + 2 \times (12 \times 55) = \underline{4\,620\text{ m}^2}$.

Exercice 27

Aire latérale du cube : $4 \times (2{,}5 \times 2{,}5) = \underline{25\text{ mm}^2}$.
Aire totale du cube : $6 \times (2{,}5 \times 2{,}5) = \underline{37{,}5\text{ mm}^2}$.

Exercice 28

Aire de l'une des bases d'un pavé droit, d'aire totale 158 m² et d'aire latérale 110 m² :
$\dfrac{158 - 110}{2} = \underline{24\text{ m}^2}$.

Exercice 29

1. Aire d'une face d'un cube d'aire latérale 100 dm² : $\dfrac{100}{4} = \underline{25\text{ dm}^2}$.

2. Aire totale de ce cube : $6 \times 25 = \underline{125\text{ dm}^2}$.

Exercice 30

1. Aire d'une face d'un cube d'aire totale 54 dm² :
$\dfrac{54}{6} = \underline{9\text{ dm}^2}$.

2. Longueur d'une arête de ce cube : $\underline{3\text{ dm}}$.

Exercice 31

1. Aire latérale d'un cylindre droit dont le rayon est 5 dm et la hauteur est 3 dm :
$(2 \times \pi \times 5) \times 3 \approx \underline{94{,}2\text{ dm}^2}$.

2. Aire totale de ce cylindre droit :
$94{,}2 + \pi \times 5 \times 5 \approx \underline{172{,}7\text{ dm}^2}$.

Exercice 32

1. Périmètre des bases d'un cylindre droit dont le rayon est 5 cm : $2 \times \pi \times 5 \approx \underline{31{,}4\text{ cm}}$.

2. Hauteur d'un même cylindre dont l'aire latérale est d'environ 62,8 cm² :
$62{,}8 : 31{,}4 \approx \underline{2\text{ cm}}$.

Exercice 33

Volume du pavé droit représenté à l'exercice 25 :
$8 \times 2 \times 3 = \underline{48\text{ cm}^3}$.

Exercice 34

Volume d'un pavé droit de dimensions 3 dm, 14 cm et 95 mm : $3 \times 1{,}4 \times 0{,}95 = \underline{3{,}99\text{ dm}^3}$.

Exercice 35

Longueur d'une arête d'un cube dont le volume est 8 m³ : $\underline{2\text{ m}}$.

Exercice 36

1. Le grand pavé droit contient :
$4 \times 3 \times 2 = \underline{24}$ petits cubes.
2. Volume de ce grand pavé droit :
$24 \times 5 = \underline{120\text{ cm}^3}$.

Exercice 37

Volume d'un cylindre droit de rayon 12 cm et de hauteur 3 cm : $3{,}14 \times 12 \times 12 \times 3 \approx \underline{1\,356{,}48\text{ cm}^3}$.

Exercice 38

Volume d'un morceau de chocolat au lait :
$3{,}14 \times 1 \times 1 \times 0{,}4 \approx \underline{1{,}256\text{ cm}^3}$.
Volume d'un morceau de chocolat noir :
$2 \times 2 \times 0{,}3 \approx \underline{1{,}2\text{ cm}^3}$.
Les plus gros sont les morceaux de chocolat au lait.

Exercice 39

Volume du pavé : $3 \times 3 \times 4 = 36\text{ cm}^3$.
Volume du cylindre :
$3{,}14 \times 1{,}5 \times 1{,}5 \times 4 = 28{,}26\text{ cm}^3$.
C'est le cylindre.

Exercice 40

Volume de la boîte de fromage :
$3{,}14 \times 8 \times 8 \times 2{,}5 \approx \underline{502{,}4\text{ cm}^3}$.
Volume d'une part de fromage :
$502{,}4 : 8 = \underline{62{,}8\text{ cm}^3}$.

Exercice 41

1. Volume d'eau que le seau peut contenir :
$3{,}14 \times 12 \times 12 \times 20 \approx \underline{9\,043{,}2\text{ cm}^3}$
2. $9\,043{,}2\text{ cm}^3 = 9{,}043\,2\text{ dm}^3 = 9{,}043\,2\text{ L}$; pour rapporter 35 L d'eau, Mariam devra donc remplir 4 fois son seau.

Bien comprendre, mieux rédiger

Exercice 42

1. Ce cylindre droit a une hauteur de 3 cm et un rayon de 7 cm.
2. 3 cm, 4 cm et 5 cm sont les dimensions de ce pavé droit.

Exercice 43

1. Un pavé droit possède 6 faces.
2. Un cylindre droit possède 2 bases ;
3. Un pavé droit possède 8 sommets.
4. Un cube possède 12 arêtes.

Exercice 44

Il y a 16 ou 17 petits cubes dans l'empilement.
Son volume est donc : 16 dm^3 ou 17 dm^3.

Exercice 45

Dans la position 1, l'aire latérale est :
$2 \times (7 \times 8) + 2 \times (3 \times 8) = 160$ cm^2.
Dans la position 2, l'aire latérale est :
$2 \times (8 \times 3) + 2 \times (7 \times 3) = 90$ cm^2.
Dans la position 3, l'aire latérale est :
$2 \times (8 \times 7) + 2 \times (3 \times 7) = 154$ cm^2.

Exercice 46

Un pavé droit de dimensions 1 cm, 3 cm et 10 cm a :
– pour aire totale :
$2 \times (1 \times 3) + 2 \times (1 \times 10) + 2 \times (3 \times 10) = 86$ cm^2 ;
– pour volume : $1 \times 3 \times 10 = 30$ cm^3.
Un pavé droit de dimensions 3 cm, 3 cm et 5 cm a :
– pour aire totale :
$2 \times (3 \times 3) + 2 \times (3 \times 5) + 2 \times (3 \times 5) = 78$ cm^2 ;
– pour volume : $3 \times 3 \times 5 = 45$ cm^3.
Le premier pavé droit a une aire plus grande et un volume plus petit.

Exercice 47

1. La hauteur du cylindre droit est de 6 cm.
2. 6 cm est une longueur du rectangle obtenu après dépliage de la surface latérale.

Exercice 48

Patrons identiques : *a* et *c* , *b* et *e* , *d* et *f*.

Exercice 49

1. a. 2 cubes de 1 dm^3 pris ensemble ont le même volume qu'un récipient de 2 dm^3.
b. Il faut 8 cubes de 1 dm^3 pour remplir un récipient cubique dont les arêtes mesurent 2 dm.
2. a. 6 m^3 s'écrit *six mètres cubes* ;
b. 7 dm^3 s'écrit *sept décimètres cubes* ;
c. 3 dam^3 s'écrit *trois décamètres cubes* ;
d. 2 km^3 s'écrit *deux kilomètres cubes*.

Exercice 50

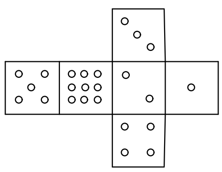
1. 1 km^3 = 1 000 000 000 mètres cubes.
2. 1 kL = 1 000 L.

Exercice 51

1. 3,2 cm^3 = 0,000 003 2 m^3 ;
0,12 hm^3 = 120 000 m^3 ; 200 dm^3 = 0,2 m^3 ;
1 800 L = 1,8 m^3.
2. 5 cm^3 = 0,005 dm^3 ; 0,56 m^3 = 560 dm^3 ;
13 dam^3 = 13 000 000 dm^3 ; 352 mL = 0,352 dm^3.
3. 2 dm^3 = 2 000 cm^3 ; 0,03 m^3 = 30 000 cm^3 ;
10,5 mm^3 = 0,010 5 cm^3 ; 25 cL = 250 cm^3.

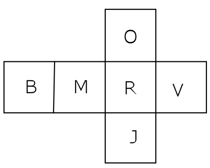
Exercices d'approfondissement

Exercice 52



Un patron possible du dé.

Exercice 53

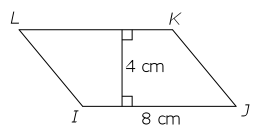


Légende : Vert, Rouge, Orange, Jaune, Mauve, Bleu.

Exercice 54

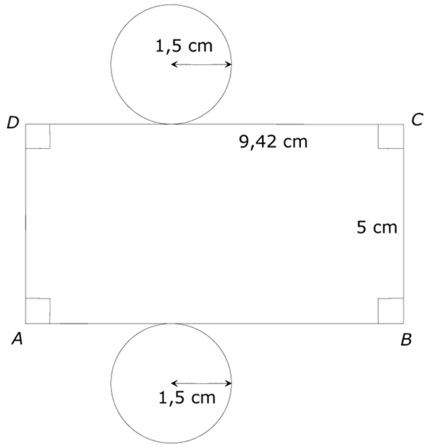
Volume du cube : $9 \times 9 \times 9 = 729$ cm^3.
Volume du cylindre droit :
$3{,}14 \times 1{,}8 \times 1{,}8 \times 7 \approx 71{,}215\,2$ cm^3.
Volume d'eau possible :
$729 - 71{,}215\,2 = 657{,}784\,8$ cm^3.

Exercice 55



En découpant le parallélogramme *IJKL* et collant ensemble les côtés [*IL*] et [*JK*] on obtient un cylindre droit de hauteur 4 cm (et dont les bases sont des disques de périmètre 8 cm).

Exercice 56



2. diamètre = 9,42 : 3,14 = 3 cm ;
rayon = 3 : 2 = 1,5 cm.
Donc le rayon du cylindre droit doit être égal à 1,5 cm.

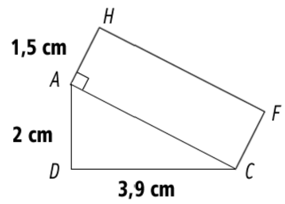
Exercice 57

1. a. Volume de la boîte cubique :
18 × 18 × 18 = 5 832 cm^3.
b. Nombre de morceaux de sucre dans la boîte :
15 × 10 × 8 = 1 200 ;
volume d'un morceau de sucre :
5 832 : 1 200 = 4,86 cm^3.
2. Dimensions d'un morceau de sucre : 18 :
15 = 1,2 cm ; 18 : 10 = 1,8 cm ; 18 : 8 = 2,25 cm.
(*Vérification* : 1,2 × 1,8 × 2,25 = 4,86 cm^3.)

Exercice 58

1. Volume du cylindre droit de hauteur 27 cm et de rayon 4 cm : 3,14 × 4 × 4 × 27 ≈ 1 356,48 cm^3.
2. L'autre cylindre droit, qui a le même volume, a pour rayon 6 cm ;
l'aire de sa base est : 3,14 × 6 × 6 ≈ 113,04 cm^2 ;
sa hauteur est donc : 1 356,48 : 113,04 ≈ 12 cm.

Exercice 59



Les constructions successives du triangle *ACD*, puis du rectangle *AHFC*, doivent être réalisées comme ci-dessus… ce qui évite de mesurer le segment [*AC*].

Activités d'intégration

60 – Juste 1 dL

Volume du récipient 1 : 10 × 10 × 9 = 900 cm^3 = 9 dL.
Volume du récipient 2 : 25 × 5 × 4 = 500 cm^3 = 5 dL.
Volume du récipient 3 : 8 × 5 × 5 = 200 cm^3 = 2 dL.
Pour avoir 1 dL d'eau dans un récipient, sans perdre d'eau, procéder de la façon suivante :

		récipient 1 (contenance : 9 dL)	récipient 2 (contenance : 5 dL)	récipient 3 (contenance : 2 dL)
étape 0		9 dL	0 dL	0 dL
étape 1	remplir le récipient 2 (à partir du récipient 1)	4 dL	5 dL	0 dL
étape 2	remplir le récipient 3 (à partir du récipient 2)	4 dL	3 dL	2 dL
étape 3	vider le récipient 3 (dans le récipient 1)	6 dL	3 dL	0 dL
étape 4	remplir le récipient 3 (à partir du récipient 2)	6 dL	**1 dL**	2 dL

Après les 4 étapes, il reste 1 dL dans le récipient 2.

61 – Pots de peinture

Aire totale des murs = (8 + 5) x 2 x 3,5 = 91 m^2.
Aire des ouvertures = 8 m^2.
Aire à peindre = 91 – 8 = 83 m^2.
Volume d'un pot = 3,14 x 8 x 8 x 20 = 4 019,2 cm^3 ou 4,019 2 dm^3 ou 4,02 L environ.
Nombre de litres de peinture nécessaire : 83 : 12 = 6,92 L environ.
Il faut 2 pots de peinture et il restera 2,9 L de peinture (6,92 – 4,02).

62 – Construction d'un tuyau

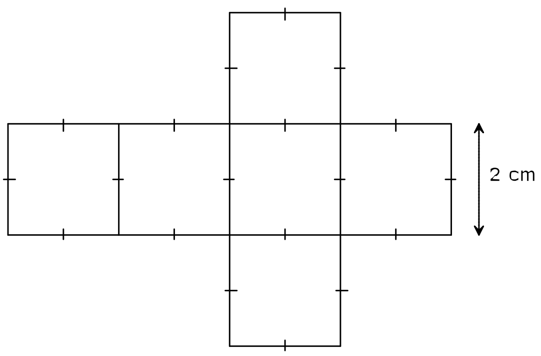
Nombre de tuyaux nécessaires : 1 000 : 5 = 200.
Volume de béton par tuyau : (3,14 × 0,58 × 0,58 × 5) – (3,14 × 0,5 × 0,5 × 5) ≈ 1,356 48 m³.
Volume de béton nécessaire à la fabrication de 1 km de canalisation :
1,356 48 × 200 ≈ 271,296 m³.

63 – Conditionnement de boîtes de conserve

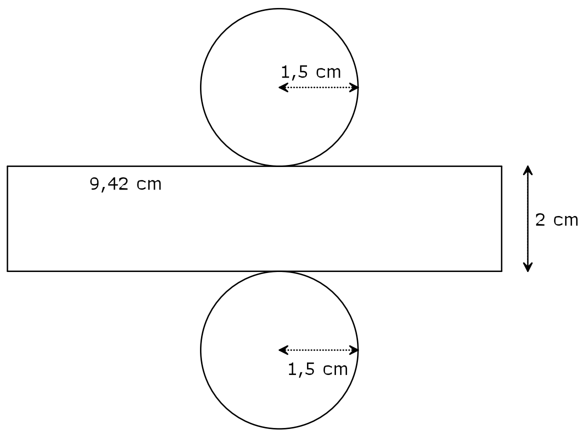
1. Les boîtes cylindriques ayant 8 cm de diamètre, il est possible d'en ranger :
• 48 : 8 = 6 sur la largeur du carton ;
• 80 : 8 = 10 sur la longueur du carton.
Les boîtes cylindriques ayant 12 cm de hauteur, il est possible d'en mettre
36 : 12 = 3 niveaux sur la hauteur du carton.
Finalement, Fatou peut ranger : 6 × 10 × 3 = 180 boîtes dans un carton.

2. Volume du carton : 48 × 80 × 36 = 138 240 cm³ = 138,240 dm³ ;
volume de 180 boîtes cylindriques :
180 × (3,14 × 4 × 4 × 12) ≈ 108 518,4 cm³ ≈ 108,518 4 dm³ ;
volume du carton inoccupé : 138,240 – 108,518 4 ≈ 29,721 6 dm³.

64 – Deux patrons



Si un cube a pour volume 8 cm³, la longueur de ses arêtes est égale à 2 cm.



Si un cylindre droit a pour rayon 1,5 cm et pour hauteur 2 cm, les dimensions du rectangle de son patron sont : 2 cm et 2 × 3,14 × 1,5 ≈ 9,42 cm.