

5 Obligation d'arrêter

1.a. $\frac{84}{126} = \frac{14 \times 6}{14 \times 9} = \frac{6}{9} = \frac{3 \times 2}{3 \times 3} = \frac{2}{3}$.

b. $\frac{84}{126} = \frac{21 \times 4}{21 \times 6} = \frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$.

2.a. $84=2 \times 2 \times 3 \times 7$ et $126=2 \times 3 \times 3 \times 7$.

b. Donc $\frac{84}{126}$ est simplifiable par 14 (2×7), 21 (3×7).

c. Le plus grand nombre par lequel on peut diviser 84 et 126 est 42 ($2 \times 3 \times 7$).

Cette 3^e simplification conduit à une fraction *irréductible* ou qu'on ne peut plus simplifier.

Méthodes et savoir-faire

1 Apprendre à interpréter une division euclidienne

Exercice 1

2. $247=11 \times 22+5$.

3. $242 < 247 < 253$.

Exercice 5

a. $462 < 475 < 495$; b. $825 < 849 < 858$;

c. $7\,557 < 7\,562 < 7\,590$.

Exercice 2

a. $532=17 \times 31+5$;

b. $701=24 \times 29+5$;

c. $999=31 \times 32+7$;

d. $1\,554=42 \times 37$.

Exercice 6

$374=12 \times 31+2$; donc Namondo pourra vendre 31 cartons de 12 mangues.

Exercice 3

a. $273 < 275 < 289$;

b. $676 < 682 < 689$;

c. $1\,521 < 1\,528 < 1\,534$.

Exercice 7

1. $474=15 \times 31+9$; donc le directeur a besoin de 32 paquets de cahiers.

2. Chaque carton contient $6 \times 15=90$ cahiers ;

$474=90 \times 5+24$; donc il sera obligé d'acheter 6 cartons de 15 cahiers.

Exercice 4

a. $572 < 582 < 598$;

b. $910 < 927 < 936$;

c. $4\,342 < 4\,304 < 4\,368$.

2 Apprendre à utiliser les nombres premiers

Exercice 8

Nombres premiers compris entre 20 et 40 :
23, 29, 31 et 37.

Exercice 14

1. $630=2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$ et $2\,310=2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$.

2. Donc : $\frac{630}{2\,310} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11} = \frac{3}{11}$.

Exercice 9

Nombres premiers dans la liste : 19, 61 et 79.

Exercice 15

a. $\frac{210}{441} = \frac{2 \times 3 \times 5 \times 7}{3 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{10}{21}$;

b. $\frac{42}{588} = \frac{2 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{1}{14}$;

c. $\frac{675}{585} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}{3 \times 3 \times 5 \times 13} = \frac{15}{13}$.

Exercice 10

a. $192=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$;

b. $90=2 \times 3 \times 3 \times 5$;

c. $750=2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$;

d. $7\,007=7 \times 7 \times 11 \times 13$;

e. $242=2 \times 11 \times 11$;

f. $4\,225=5 \times 5 \times 13 \times 13$.

Exercice 16

a. $\frac{2\,310}{2\,145} = \frac{2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11}{3 \times 5 \times 11 \times 13} = \frac{14}{13}$;

b. $\frac{27\,378}{180} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 13 \times 13}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5} = \frac{1\,521}{10}$;

c. $\frac{61\,425}{14\,625} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 13}{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 13} = \frac{21}{5}$.

Exercice 11

a. $390\,390=2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 13$;

b. $74\,259=3 \times 3 \times 37 \times 223$;

c. $985\,429=53 \times 18\,593$.

Exercice 12

a. $4 \times 10 \times 15=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$;

b. $14 \times 6 \times 21=2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7$;

c. $25 \times 36 \times 9=2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$;

d. $18 \times 21 \times 26=2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 13$.

Exercice 13

1. $2\,800=28 \times 100=28 \times 10 \times 10=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7$.

2. $1\,800=18 \times 10 \times 10=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$;

$4\,200=42 \times 10 \times 10=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$;

$5\,400=54 \times 10 \times 10=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$;

$7\,200=72 \times 10 \times 10=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$.

Division euclidienne

Exercice 17

- a. $723=14 \times 51+9$;
 b. $4\ 284=130 \times 32+124$ ou $4\ 284=131 \times 32+92$
 ou $4\ 284=132 \times 32+60$
 ou $4\ 284=133 \times 32+28$;
 c. $7\ 292=35 \times 208+12$.

Exercice 18

$$42=9 \times 4+6 \dots$$

- a. ... traduit la division euclidienne de 42 par 9 (car $6 < 9$) ;
 b. ... ne traduit pas la division euclidienne de 42 par 4 (car $6 > 4$).

Exercice 19

- a. $582=72 \times 8+6$ traduit deux divisions euclidiennes : $582 \div 72$ et $582 \div 8$;
 b. $3\ 094=87 \times 35+49$ traduit une division euclidienne : $3\ 094 \div 87$;
 c. $9\ 374=51 \times 183+41$ traduit deux divisions euclidiennes : $9\ 374 \div 51$ et $9\ 374 \div 183$;
 d. $31\ 749=74 \times 428+77$ traduit une division euclidienne : $31\ 749 \div 428$.

Exercice 20

	A	B	C
1	3	1	9
2	8	5	6
3	5	4	3

Exercice 21

108 est le plus petit entier de trois chiffres divisible par 9.

Exercice 22

- a. reste de la division euclidienne de 465 par 2 : 1 ;
 b. reste de la division euclidienne de 394 par 2 : 0 ;
 c. reste de la division euclidienne de 472 par 5 : 2 ;
 d. reste de la division euclidienne de 23 539 par 10 : 9.

Produits de facteurs premiers

Exercice 28

$$720=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5.$$

Exercice 29

1. $1\ 760=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 11$.
 2. Donc :
 $1\ 760 \times 1\ 760=(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 11) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 11)$
 $=2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 11 \times 11$.

Exercice 30

1. $3\ 087=3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 7$ et $1\ 925=5 \times 5 \times 7 \times 11$.
 2. $3\ 087 \times 1\ 925=5\ 942\ 475$;
 $5\ 942\ 475=3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 \times 11$.

Exercice 23

1. Dans la division $918 \div 34$, le quotient est 27 et le reste est 0.
 2.a. Si on double le dividende, le nouveau quotient est 54 (reste 0) ;
 b. Si on double le diviseur, le nouveau quotient est 13 (reste 34) ;
 c. Si on divise par 2 le dividende, le nouveau quotient est 13 (reste 17) ;
 d. Si on divise par 2 le diviseur, le nouveau quotient est 54 (reste 0) ;

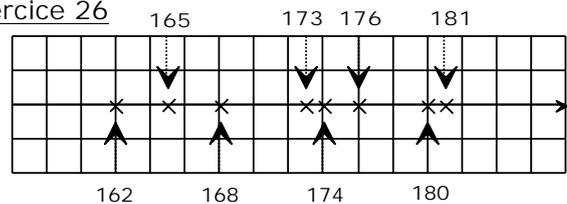
Exercice 24

1. Dans la division euclidienne $50 \div 6$, le quotient est 8 et le reste est 2.
 2.a. Si on triple le dividende et le diviseur, le quotient est inchangé et le reste est 6 ;
 b. Si on divise par 2 le dividende et le diviseur, le quotient est inchangé et le reste est 1

Exercice 25

1. $425=23 \times 18+11$.
 2.a. $23 \times 18 < 425 < 23 \times 19$ b. $23 \times 18 < 425 < 24 \times 18$
 $414 < 425 < 437$ $414 < 425 < 432$

Exercice 26



On sait que : $162=6 \times 27$.
 On en déduit, par simple lecture sur la figure, que :
 $165=6 \times 27+3$; $173=6 \times 28+5$;
 $181=6 \times 30+1$; $176=6 \times 29+2$.

Exercice 27

1. $8\ 370=62 \times 135$ et $8\ 432=63 \times 136$; donc 8 370 et 8 432 sont deux multiples consécutifs de 63.
 2.a. $8\ 395-8\ 370=25$, donc 25 est le reste de la division euclidienne de 8 395 par 62 ;
 b. $8\ 401-8\ 370=31$, donc 31 est le reste de la division euclidienne de 8 401 par 62.

Exercice 31

- 1.a. $1\ 150=23 \times 50$ et $1\ 750=35 \times 50$.
 b. $1\ 150=2 \times 5 \times 5 \times 23$ et $1\ 750=2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 7$.
 2.a. $675=27 \times 25$ et $1\ 125=45 \times 25$.
 b. $675=3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$ et $1\ 125=3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$.

Exercice 32

1. $3\ 300=2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 11$,
 $550=2 \times 5 \times 5 \times 11$,
 $440=2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 11$,
 $300=2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$.
 2. Donc 3 300, 550 et 300 sont diviseurs de 3 300.

Exercice 33

- $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$,
 $2\ 940 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7$,
 $8\ 820 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7$,
 $38\ 808 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 11$.
- Donc $2\ 940$ et $38\ 808$ sont multiples de 252 .

Exercice 34

- $546 = 2 \times 3 \times 7 \times 13$.
- Diviseurs de 546 : $1, 2, 3, 7, 13$,
mais aussi : $6 (2 \times 3), 14 (2 \times 7), 26 (2 \times 13)$,
et encore : $42 (2 \times 3 \times 7), 78 (2 \times 3 \times 13)$.

Exercice 35

- $660 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11$,
 $3\ 150 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$,
donc $\text{PGCD}(660, 3\ 150) = 2 \times 3 \times 5 = 30$.
- $2\ 250 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$,
 $2\ 520 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$,
donc $\text{PGCD}(2\ 250, 2\ 520) = 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$.
- $1\ 764 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7$,
 $990 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11$,
donc $\text{PGCD}(1\ 764, 990) = 2 \times 3 \times 3 = 18$.
- $715 = 5 \times 11 \times 13$,
 $3\ 003 = 3 \times 7 \times 11 \times 13$,
donc $\text{PGCD}(715, 3\ 003) = 11 \times 13 = 143$.

Simplification de fractions

Exercice 36

- $\frac{364}{308} = \frac{4 \times 7 \times 13}{4 \times 7 \times 11} = \frac{13}{11}$.
 - $\frac{364}{308} + \frac{8}{11} = \frac{21}{11}$.
- $\frac{210}{315} = \frac{2 \times 3 \times 5 \times 7}{3 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{2}{3}$.
donc : $\frac{5}{3} + \frac{210}{315} = \frac{7}{3}$.
 - $\frac{660}{528} = \frac{3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 11}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 11} = \frac{5}{4}$.
donc : $\frac{660}{528} + \frac{1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

Exercice 37

- $\frac{13}{270} + \frac{59}{270} = \frac{72}{270} = \frac{4}{15}$.
- $\frac{37}{189} + \frac{47}{189} = \frac{84}{180} = \frac{7}{15}$.
- $\frac{175}{176} - \frac{43}{176} = \frac{132}{176} = \frac{3}{4}$.
- $\frac{7\ 929}{7\ 800} - \frac{4\ 729}{7\ 800} = \frac{3\ 200}{7\ 800} = \frac{16}{39}$.

Problèmes

Exercice 38

- $1\ 000 = 12 \times 53 + 4$;
83 boîtes de 12 œufs peuvent être constituées
et 4 œufs ne pourront pas être vendus.
- Coût initial des $1\ 000$ œufs : $20\ 000$ FCFA ;
or $20\ 000 = 83 \times 240 + 80$;
donc, pour ne pas perdre d'argent, le prix
minimum d'une boîte doit être de 241 FCFA.

Exercice 39

- $1\ 600 = 75 \times 21 + 25$;
donc 22 bus sont nécessaires.
- Coût de 22 bus : $22\ 000\ 000$ FCFA ;
chaque personne paiera :
 $22\ 000\ 000 \div 1\ 600 = 13\ 750$ FCFA.
- Nombre de sièges inoccupés :
 $22 \times 75 - 1600 = 50$.

Exercice 40

- $90 \div 6 = 15$ et $108 \div 6 = 18$; à raison de 15
mangues et 18 bananes par carton, Fouda peut
utiliser 6 cartons.
- D'autres exemples sont possibles, le nombre de
cartons devant être un diviseur commun à 90 et
108.
- a. Le plus grand nombre de cartons possible est
le PGCD de 90 et 108.
b. Or : $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ et $108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$;
donc : $\text{PGCD}(90, 108) = 2 \times 3 \times 3 = 18$.
- c. Il y aura alors 5 mangues et 6 bananes par
carton.

Exercice 41

- Pour ne pas avoir à découper de dalles et utiliser
les plus grandes dalles possibles, il faut que leur
côté ait pour mesure le PGCD de 360 et 330.
Or : $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$,
 $330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$;
donc : $\text{PGCD}(360, 330) = 2 \times 3 \times 5 = 30$ et le côté des
dalles carrées doit mesurer 30 cm.
- Nombre de dalles en longueur $360 \div 30 = 12$,
nombre de dalles en largeur : $330 \div 30 = 11$,
nombre de dalles en tout : $12 \times 11 = 132$.

Exercice 42

1. a. 12 est un diviseur de 36.
 b. 45 est un multiple de 5 ou est divisible par 5.
 c. 21 est un multiple de 7 ou est divisible par 7.
 d. 8 est un diviseur de 56.
 e. 72 est un multiple de 9 ou est divisible par 9.
 f. 1 est un diviseur de 2.
2. Sont synonymes les phrases « est un multiple de » et « est divisible par ».

Exercice 43

- a. réponse donnée par le quotient de la division plus un ;
- b. réponse donnée par le reste de la division ;
- c. réponse donnée par le quotient de la division.

Exercice 44

- 1.a. $134 = 12 \times 11 + 2$.
 b. Le diviseur de cette division est 12.
 c. 12 n'est pas un diviseur de 134.
- 2.a. $195 = 15 \times 13$.
 b. Le diviseur de cette division est 15.
 c. 15 est un diviseur de 195.
- 3.a. Les expressions être un diviseur d'un entier et être le diviseur d'une division euclidienne ne signifient pas la même chose.
 b. Cependant, le diviseur d'une division euclidienne est aussi diviseur du dividende lorsque le reste est nul.

Exercice 45

- a. La division euclidienne de 809 par 13 a pour quotient 61 et pour reste 16 est une phrase fausse car $16 > 13$.
- b. Le quotient de 4 824 par 18 est 23 est une phrase fausse car $18 \times 23 \approx 20 \times 20 \approx 400$ non proche de 4 824.

Exercice 46

1. Les diviseurs de 48 sont :
 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 et 48.

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| 2. $150 \div 1 = 150$ | $144 \div 1 = 144$ |
| $150 \div 2 = 75$ | $144 \div 2 = 72$ |
| $150 \div 3 = 50$ | $144 \div 3 = 48$ |
| $150 \div 5 = 30$ | $144 \div 4 = 36$ |
| $150 \div 6 = 25$ | $144 \div 6 = 24$ |
| $150 \div 10 = 15$ | $144 \div 8 = 18$ |
| | $144 \div 9 = 16$ |
| | $144 \div 12 = 12$ |

Les (douze) diviseurs de 150 sont :
 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75 et 150.

Les (quinze) diviseurs de 144 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72 et 144.

Exercice 47

1. Les collégiens ne disent pas la même chose !
- 2.a. 2, nombre pair, est un nombre premier.
 b. 15, nombre impair, n'est pas un nombre premier.
 c. Aucun nombre pair, distinct de 2, n'est un nombre premier.

Exercice 48

- a. Les trois nombres ont été décomposés en un produit de facteurs.
- b. Mais seul $6\ 678\ 671 = 17 \times 19 \times 23 \times 29 \times 31$ est décomposé en un produit de facteurs premiers.

Exercices d'approfondissement

Exercice 49

1. Le plus grand nombre égal au reste de la division euclidienne par 15 est 14.
2. On recherche un nombre, compris entre 140 et 150, égal à $12q + q = 13q$; on trouve (en procédant par essais successifs) $q = 11$ et le nombre demandé est 143.
 (vérification : $143 = 12 \times 11 + 11$)
3. On recherche un nombre compris entre 15 et 200 et qui, diminué de 1, est multiple de 7 et 15, c'est-à-dire multiple de 105 ; ce nombre est 106.
 (vérification : $106 = 7 \times 15 + 1$ et $106 = 15 \times 7 + 1$)

Exercice 50

Lorsque le diviseur d'une division euclidienne est 17 et le reste est 10 :

1. on peut augmenter le dividende de 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 ... sans que le quotient change ;
2. on peut diminuer le dividende de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ou 10 ... sans que le quotient change.

Exercice 51

1. Dans la division euclidienne de 593 par 17 :
 le quotient est 34,
 le reste est : $594 - 34 \times 17 = \underline{15}$.
- 2.a. $2\ 536 \div 425 \approx 5,96$ et $2\ 536 - 425 \times 5 = 411$;
 donc : $2\ 536 = 425 \times \underline{5} + 411$.
- b. $7\ 354 \div 2\ 647 \approx 2,7$ et $7\ 354 - 2\ 647 \times 2 = 2\ 060$;
 donc : $7\ 354 = 2\ 647 \times \underline{2} + \underline{2\ 060}$.

Exercice 52

1. $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.
- 2.a. Produits possibles de deux facteurs : $2 \times 3 = 6$,
 $2 \times 5 = 10$, $2 \times 7 = 14$, $3 \times 5 = 15$, $3 \times 7 = 21$, $5 \times 7 = 35$.
- b. Produits possibles de trois facteurs : $2 \times 3 \times 5 = 30$,
 $2 \times 3 \times 7 = 42$, $2 \times 5 \times 7 = 70$, $3 \times 5 \times 7 = 105$.
- c. Tous ces produits sont des diviseurs de 210.
- d. Liste des seize diviseurs de 210 :
1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15,
21, 30, 35, 42, 70, 105 et 210.
- 3.a. $495 = 3 \times 3 \times 5 \times 11$.
Liste des douze diviseurs de 495 :
1, 3, 5, 9, 11, 15, 33, 45, 55, 99, 165 et 495.
- b. $882 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7$.
Liste des dix-huit diviseurs de 882 :
1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 41, 49,
63, 98, 126, 147, 294, 441 et 882.

Exercice 53

1. On ne peut pas remplir le pavé avec des cubes de 25 cm de côté puisque 90 n'est pas divisible par 25.
2. La longueur maximale que l'on peut choisir pour le côté d'un cube est le PGCD(225,150,90) ;

- or : $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$,
 $150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$,
 $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$;
donc $\text{PGCD}(225,150,90) = 35 = 15$.
3. Nombre de cubes en longueur : $225 \div 15 = 15$,
nombre de cubes en largeur : $150 \div 15 = 10$,
nombre de cubes en hauteur : $90 \div 15 = 6$,
nombre de cubes en tout : $15 \times 10 \times 6 = 900$.

Exercice 54

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Les 25 nombres, non barrés dans la grille, sont les nombres premiers inférieurs à 100.

Activités d'intégration

Exercice 55 (L'escalier)

1. $234 = 2 \times 3 \times 3 \times 13$ et $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$.
2. La hauteur d'une marche étant un nombre entier de centimètres, elle est un diviseur commun à 234 et 252 ; la plus raisonnable est de choisir $h = 18$ cm.
3. Nombre total de marches : $13 + 14 = 27$.

Exercice 56 (Un nouveau magazine)

1. Masse totale des 42 000 exemplaires : $336 + 7\ 560 = 7\ 896$ kg.
Masse d'un exemplaire de ce magazine : $7\ 896\ 000 \div 42\ 000 = 188$ g.
2. $(7\ 560 \div 88) \times 2 = 171,8$; donc le nombre d'arbres abattus pour fabriquer ces 42 000 exemplaires est 172.

Exercice 57 (Tour de magie)

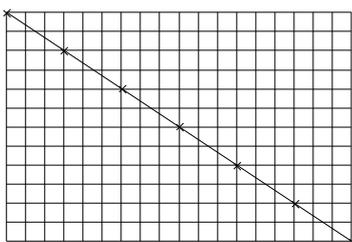
- 1.a. $468 \times 1\ 001 = 468\ 468$.
- b. Pour multiplier un nombre de 3 chiffres par 1 001, il suffit de réécrire ces 3 chiffres à leur droite.
Justification sur l'exemple : $468 \times 1\ 001 = 468 \times (1\ 000 + 1) = 468 \times 1\ 000 + 468 = 468\ 000 + 468$.
- 2.a. Sur trois exemples : $647\ 647 \div 7 = 92\ 521$; $733\ 733 \div 7 = 104\ 819$; $403\ 403 \div 7 = 57\ 629$;
 $36\ 179 \div 11 = 8\ 411$; $104\ 819 \div 11 = 9\ 529$; $57\ 629 \div 11 = 5\ 239$;
 $3\ 289 \div 13 = 647$; $9\ 529 \div 13 = 733$; $5\ 239 \div 13 = 403$.

on constate que le dernier quotient est le nombre initial de 3 chiffres.

Justification : $647\ 647 = 647 \times 1\ 001$; $733\ 733 = 733 \times 1\ 001$; $403\ 403 = 403 \times 1\ 001$;
or : $1\ 001 = 7 \times 11 \times 13$.

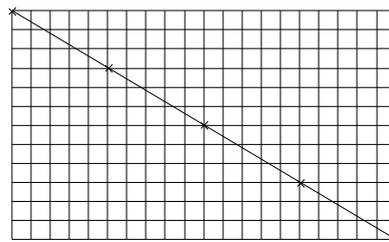
Exercice 58 (Diagonale et PGCD)

1.a. et b. (rectangle 18x12)



- c. La diagonale du rectangle passe par 7 nœuds du quadrillage.
- d. Ces 7 nœuds partagent la diagonale en 6 segments.
- e. $6 = \text{PGCD}(18,12)$.

2. (rectangle 20x12)



- Cette fois, la diagonale du rectangle passe par 5 nœuds du quadrillage. Ces 5 nœuds partagent la diagonale en 4 segments.
 $4 = \text{PGCD}(20,12)$.

3. $840 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$,
 $504 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$,
 $\text{PGCD}(840,504) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 168$.
Donc une diagonale d'un rectangle 840×168 doit passer par 169 nœuds du quadrillage.

4. Pour être sûr que la diagonale ne passe par aucun autre nœud que les sommets du rectangle, il faut choisir comme dimensions deux nombres dont le PGCD est 1 (par exemple : 2×3 , 10×21 , ... qu'il est recommandé de vérifier sur des figures).

10 Fractions : comparaison et opérations

Activités de découverte	Cours Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre Mieux rédiger	Approfondissement
1	Partie entière d'une fraction [1 p.118]	25, 26, 27, 28, 29, 37		
2	Encadrer une fraction [2 p.118]	34,		
	Comparer une fraction à l'unité [3 p.118]	30,		
3	PPCM de deux nombres entiers naturels [4 p.118]		64, 70	
4	Réduire deux fractions au plus petit dénominateur commun [5 p.119]			
	Comparer deux fractions de dénominateurs différents [6 p.119]	31, 32, 33, 35, 36, 37		
	Apprendre à encadrer et comparer des fractions [1 p.120]	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	65, 69, 71	76
5	Somme et différence de deux fractions [7 p.119]	38, 39, 40, 41, 42, 43, 44		
	Apprendre à additionner et soustraire des fractions [2 p.121]	9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16		73
6	Produit de deux fractions [8 p.119]	45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 32, 63		
	Apprendre à multiplier des fractions [2 p.121]	17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24	66, 67, 68	72, 74, 75, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

Activités de découverte

1 Reconstitution de disques

1. et 2. Une illustration pour, à l'aide de la division euclidienne, établir que (énoncé à recopier et compléter) :

Avec 11 quarts de disque, je peux reconstituer au maximum 2 disques entiers et

il me restera 3 quarts de disque. Ainsi je peux écrire : $\frac{11}{4} = 2 + \frac{3}{4}$.

3. $\frac{26}{6} = 4 + \frac{2}{6}$; $\frac{45}{7} = 6 + \frac{3}{7}$; $\frac{59}{10} = 5 + \frac{9}{10}$.

2 Encadrement de fractions par deux entiers

1.a. $9 < 9,5 < 10$; $0 < 0,2 < 1$; $13 < 13,76 < 14$.

b. Dans chaque cas, les deux entiers les plus proches, qui encadrent les nombres décimaux, sont consécutifs. La différence entre ces entiers est égale à 1.

2.a. $\frac{47}{7}$ n'est pas un nombre entier, puisque 47 n'est pas un multiple de 7.

b. Pour encadrer $\frac{47}{7}$ par les deux entiers qui lui sont les plus proches, on utilise la division euclidienne.

c. Le quotient, obtenu dans cette division euclidienne, est le plus grand entier inférieur à ce nombre.

d. Ainsi la division euclidienne de 47 par 7 donne : $47 = 7 \times 6 + 5$; l'encadrement par deux entiers de $\frac{47}{7}$ est : $6 < \frac{47}{7} < 7$.

3. $8 < \frac{35}{4} < 9$; $0 < \frac{5}{9} < 1$; $8 < \frac{90}{11} < 9$; $13 < \frac{81}{6} < 14$.

3 Plus Petit Commun Multiple

1. Si à 8 h un avion décolle et un avion atterrit, alors :
 les horaires des cinq prochains décollages seront : 8 h 09 min, 8 h 18 min, 8 h 27 min, 8 h 36 min et 8 h 45 min ;
 les horaires des cinq prochains atterrissages seront : 8 h 12 min, 8 h 24 min, 8 h 36 min, 8 h 48 min, 9 h.
2. a. C'est à 8 h 36 min qu'on pourra observer un avion décoller et un avion atterrit en même temps.
 b. A cette heure-là, 36 minutes se seront écoulées depuis 8 heures.
 c. 36 est un multiple de 9 ($36=9 \times 4$) et 12 ($36=12 \times 3$).
 d. Il n'est pas possible de trouver un multiple de 9 et 12, plus grand que 0 et plus petit que 36.
3. On note : $\text{PPCM}(9 ; 12) = 36$.
 a. $\text{PPCM}(15 ; 25) = 75$; b. $\text{PPCM}(8 ; 6) = 24$; c. $\text{PPCM}(30 ; 40) = 120$.

4 Comparaison de deux fractions

1. a. La comparaison de deux fractions est plus facile lorsqu'elles ont le même dénominateur.
 b. $\frac{8}{5} = \frac{56}{35}$.
 c. Donc : $\frac{54}{35} < \frac{8}{5}$.
2. a. $\frac{5}{12} = \frac{10}{24} = \frac{15}{36} = \frac{20}{48} = \frac{25}{60} = \frac{30}{72}$ et $\frac{7}{15} = \frac{14}{30} = \frac{21}{45} = \frac{28}{60} = \frac{35}{75} = \frac{42}{90}$.
 b. Pour comparer $\frac{5}{12}$ et $\frac{7}{15}$, on va utiliser $\frac{25}{60}$ et $\frac{28}{60}$.
 c. 60 est le PPCM de 12 et 15.
 3. a. $\text{PPCM}(4 ; 6) = 12$ et $\text{PPCM}(4 ; 14) = 28$;
 b. $\frac{13}{4} = \frac{39}{12}$ et $\frac{19}{6} = \frac{38}{12}$, donc : $\frac{19}{6} < \frac{13}{4}$; $\frac{9}{4} = \frac{63}{28}$ et $\frac{33}{14} = \frac{66}{28}$, donc : $\frac{9}{4} < \frac{33}{14}$.

5 Somme et différence de deux fractions

1.  c. $\frac{3}{11} + \frac{5}{11} = \frac{8}{11}$; $\frac{5}{11} + \frac{2}{11} = \frac{7}{11}$.
2. a. $\frac{4}{7} + \frac{6}{7} = \frac{10}{7}$ et $\frac{1}{15} + \frac{13}{15} = \frac{14}{15}$. b. Donc : $\frac{10}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6}{7}$ et $\frac{14}{15} - \frac{1}{15} = \frac{13}{15}$.

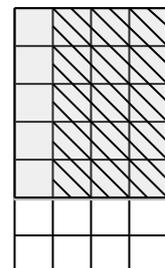
Règle : pour faire la somme (ou la différence) de deux fractions de même dénominateur,
 • on additionne (ou on soustrait) les numérateurs ; • on garde le dénominateur.

3. a. Les résultats de : $\frac{11}{6} + \frac{5}{9}$ et $\frac{7}{6} - \frac{1}{8}$ ne sont pas immédiats car, dans chaque calcul, les dénominateurs des fractions sont différents.
 b. $\frac{11}{6} + \frac{5}{9} = \frac{33}{18} + \frac{10}{18} = \frac{43}{18}$; $\frac{7}{6} - \frac{1}{8} = \frac{28}{24} - \frac{3}{24} = \frac{25}{24}$.

6 Produit de deux fractions

1. Il y a 15 petits carreaux hachurés dans le rectangle ABCD,
 Donc la fraction hachurée représente les $\frac{15}{28}$ du rectangle ABCD.
2. On en déduit que : $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$.

Règle : pour faire le produit de deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et on multiplie les dénominateurs entre eux.



3. a. $\frac{2}{9} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{27}$; b. $\frac{11}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{11}{30}$ c. $\frac{8}{15} \times \frac{2}{13} = \frac{16}{195}$.

1 Apprendre à encadrer et comparer des fractions

Exercice 1

a. $4 < \frac{35}{8} < 5$;

b. $14 < \frac{57}{4} < 15$;

c. $5 < \frac{75}{13} < 6$;

d. $6 < \frac{97}{15} < 7$.

Exercice 2

a. $7,6 < \frac{23}{3} < 7,7$;

b. $4,6 < \frac{37}{8} < 4,7$;

c. $7,4 < \frac{52}{7} < 7,5$;

d. $6,7 < \frac{74}{11} < 6,8$.

Exercice 3Encadrements de $\frac{47}{28}$

a. à l'unité près : $1 < \frac{47}{28} < 2$;

b. au dixième près : $1,6 < \frac{47}{28} < 1,7$;

c. au centième près : $1,67 < \frac{47}{28} < 1,68$;

d. au millièmè près : $1,678 < \frac{47}{28} < 1,679$.

Exercice 4

Encadrements :

a. au dixième près de $\frac{65}{6}$: $10,8 < \frac{65}{6} < 10,9$;

b. au centième près de $\frac{9}{22}$: $0,40 < \frac{9}{22} < 0,41$;

c. au millièmè près de $\frac{44}{3}$: $14,666 < \frac{44}{3} < 14,667$;

d. au millièmè près de $\frac{83}{9}$: $9,222 < \frac{83}{9} < 9,223$.

Exercice 5

a. $\frac{25}{27} < 1$;

b. $\frac{38}{33} > 1$;

c. $\frac{567}{421} > 1$;

d. $\frac{605}{619} < 1$.

Exercice 6

a. $\frac{91}{93} < 1 < \frac{85}{78}$;

b. $\frac{3027}{3102} < 1 < \frac{4130}{4103}$.

Exercice 7

a. $\frac{5}{8} = \frac{10}{16}$ donc : $\frac{9}{16} < \frac{5}{8}$;

b. $\frac{13}{6} = \frac{26}{12}$ donc : $\frac{25}{12} < \frac{13}{6}$;

c. $\frac{8}{3} = \frac{56}{21}$ donc : $\frac{11}{21} < \frac{8}{3}$.

Exercice 8

- a. PPCM(6 ; 8) = 24 ;
b. PPCM(15 ; 10) = 30 ;
c. PPCM(12 ; 18) = 36 .

2. a. $\frac{13}{6} = \frac{52}{24}$ et $\frac{17}{8} = \frac{51}{24}$ donc : $\frac{13}{6} > \frac{17}{8}$;

b. $\frac{11}{15} = \frac{22}{30}$ et $\frac{7}{10} = \frac{21}{30}$ donc : $\frac{11}{15} > \frac{7}{10}$;

c. $\frac{25}{12} = \frac{75}{36}$ et $\frac{37}{18} = \frac{74}{36}$ donc : $\frac{25}{12} > \frac{37}{18}$;

d. $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ et $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$ donc : $\frac{5}{6} < \frac{7}{8}$;

e. $\frac{26}{15} = \frac{52}{30}$ et $\frac{17}{10} = \frac{51}{30}$ donc : $\frac{26}{15} > \frac{17}{10}$;

f. $\frac{11}{12} = \frac{33}{36}$ et $\frac{16}{18} = \frac{32}{36}$ donc : $\frac{11}{12} > \frac{16}{18}$.

1 Apprendre à additionner et soustraire des fractions

Exercice 9

A = $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$; B = $\frac{1}{7} + \frac{1}{6} = \frac{13}{42}$; C = $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$.

Exercice 10

E = $\frac{3}{7} - \frac{1}{3} = \frac{2}{21}$; F = $\frac{3}{5} - \frac{5}{9} = \frac{2}{45}$; G = $\frac{7}{3} - \frac{5}{4} = \frac{13}{12}$.

Exercice 11

A = $\frac{13}{8} + \frac{3}{8} = \frac{16}{8} = 2$;

B = $\frac{13}{14} + \frac{5}{14} = \frac{18}{14} = \frac{9}{7}$;

C = $\frac{7}{15} + \frac{2}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$;

D = $\frac{17}{6} - \frac{5}{6} = \frac{12}{6} = 2$;

E = $\frac{25}{18} - \frac{4}{18} = \frac{21}{18} = \frac{7}{6}$;

F = $\frac{34}{35} - \frac{6}{35} = \frac{28}{35} = \frac{4}{5}$.

Exercice 12

a. $\frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \frac{6}{10} + \frac{7}{10} = \frac{13}{10}$;

b. $\frac{5}{4} + \frac{5}{12} = \frac{15}{12} + \frac{5}{12} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$;

c. $\frac{2}{7} + \frac{13}{28} = \frac{8}{28} + \frac{13}{28} = \frac{21}{28} = \frac{3}{4}$.

Exercice 13

a. $\frac{7}{5} - \frac{2}{15} = \frac{21}{15} - \frac{2}{15} = \frac{19}{15}$;

b. $\frac{21}{18} - \frac{2}{3} = \frac{21}{18} - \frac{12}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$;

c. $\frac{34}{21} - \frac{2}{7} = \frac{34}{21} - \frac{6}{21} = \frac{28}{21} = \frac{4}{3}$.

Exercice 14

A = $2 + \frac{3}{8} = \frac{19}{8}$; B = $1 - \frac{7}{13} = \frac{6}{13}$; C = $\frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$.

Exercice 15

$$D = \frac{2}{9} + \frac{5}{6} = \frac{4}{18} + \frac{15}{18} = \frac{19}{18};$$

$$E = \frac{7}{10} - \frac{1}{8} = \frac{28}{40} - \frac{5}{40} = \frac{23}{40};$$

$$F = \frac{13}{7} + \frac{13}{12} = \frac{156}{84} + \frac{91}{84} = \frac{247}{84};$$

$$G = \frac{9}{8} - \frac{10}{11} = \frac{99}{88} - \frac{80}{88} = \frac{19}{88};$$

$$H = \frac{7}{10} + \frac{1}{6} = \frac{21}{30} + \frac{5}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15};$$

$$I = \frac{47}{36} - \frac{5}{9} = \frac{47}{36} - \frac{20}{36} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}.$$

Exercice 16

1. Fraction d'élèves ayant choisi une activité sportive :

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{7} = \frac{26}{35}.$$

2. Fraction d'élèves n'en ayant choisi aucune :

$$1 - \frac{26}{35} = \frac{9}{35}.$$

1 Apprendre à multiplier des fractions

Exercice 17

a. $\frac{4}{5} \times 12 = \frac{48}{5}$;

b. $7 \times \frac{5}{3} = \frac{35}{3}$;

c. $\frac{4}{9} \times 9 = 4$.

Exercice 18

a. $\frac{6}{7} \times \frac{5}{11} = \frac{30}{77}$;

b. $\frac{4}{9} \times \frac{10}{7} = \frac{40}{63}$;

c. $\frac{9}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{36}{35}$.

Exercice 19

a. $\frac{4}{15} \times \frac{6}{5} = \frac{24}{75} = \frac{8}{25}$;

b. $\frac{18}{7} \times \frac{14}{9} = \frac{252}{63} = 4$;

c. $\frac{5}{26} \times 13 = \frac{65}{26} = \frac{5}{2}$.

Exercice 20

a. $\frac{12}{25} \times \frac{5}{12} = \frac{60}{300} = \frac{1}{5}$;

b. $\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$;

c. $\frac{7}{12} \times \frac{6}{35} = \frac{42}{420} = \frac{1}{10}$.

Exercice 21

a. Les $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{7}$ valent : $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{21}$;

b. les $\frac{5}{6}$ de $\frac{12}{7}$ valent : $\frac{5}{6} \times \frac{12}{7} = \frac{60}{42} = \frac{10}{7}$;

c. les trois quarts de huit quizièmes valent :

$$\frac{3}{4} \times \frac{8}{15} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5} ;$$

d. les quatorze neuvièmes de trois septièmes valent :

$$\frac{14}{9} \times \frac{3}{7} = \frac{42}{63} = \frac{2}{3}.$$

Exercice 22

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ donc il revient au même de prendre :

"les deux tiers de trois quarts" ou "la moitié".

Exercice 23

1. Proportion des buts marqués par ETO'O : $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

2. Si le Cameroun a marqué 6 buts, ETO'O en a marqué :

$$\frac{1}{3} \times 6 = 2.$$

Exercice 24

1. Proportion de zébus vendus parmi le bétail de Francis :

$$\frac{4}{5} \times \frac{15}{16} = \frac{3}{4}.$$

2. Avec 40 bêtes en tout, Francis a vendu :

$$\frac{3}{4} \times 40 = 30 \text{ zébus.}$$

Activités d'application

Partie entière d'une fraction

Exercice 25

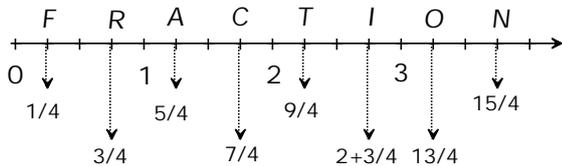
1. a. $53=8 \times 6+5$; b. $76=9 \times 8+4$; c. $47=6 \times 7+5$.
 2. a. $\frac{53}{8}=6+\frac{5}{8}$; b. $\frac{76}{9}=8+\frac{4}{9}$; c. $\frac{47}{6}=7+\frac{8}{6}$.

Exercice 26

1. a. $4+\frac{7}{10}=4,7$; b. $83+\frac{3}{10}=83,3$; c. $52+\frac{21}{100}=52,21$.
 2. a. $31,9=31+\frac{9}{10}$; b. $7,27=7+\frac{27}{100}$; c. $43,9=43+\frac{9}{10}$.

Exercice 27

1. F est repéré par : $\frac{1}{4}$; A est repéré par : $\frac{5}{4}$;
 T est repéré par : $2+\frac{1}{4}=\frac{9}{4}$; N est repéré par : $\frac{15}{4}$



2. C est repéré par $\frac{7}{4}$; I est repéré par $2+\frac{3}{4}$;
 O est repéré par $\frac{13}{4}$; R est repéré par $\frac{3}{4}$.

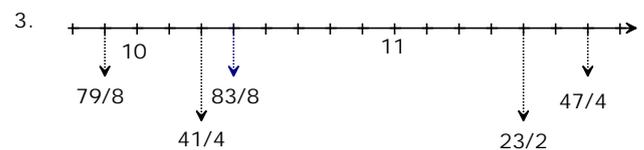
3. "FRACTION" est le mot à lire.

Exercice 28

- a. $\frac{36}{11}=3+\frac{3}{11}$; b. $\frac{32}{9}=3+\frac{5}{9}$;
 c. $\frac{41}{13}=3+\frac{2}{13}$; d. $\frac{37}{10}=3+\frac{7}{10}$.

Exercice 29

2. a. $\frac{83}{8}=10+\frac{3}{8}$; b. $\frac{79}{8}=9+\frac{7}{8}$;
 c. $\frac{47}{4}=11+\frac{3}{4}=11+\frac{6}{8}$;
 d. $\frac{41}{4}=10+\frac{1}{4}=10+\frac{2}{8}$;
 e. $\frac{23}{2}=11+\frac{1}{2}=11+\frac{4}{8}$.



4. $10+\frac{5}{8}=\frac{85}{8}$; $10+\frac{7}{8}=\frac{87}{8}$;
 $8+\frac{13}{4}=\frac{90}{8}$; $11+\frac{1}{8}=\frac{89}{8}$.

Encadrement et comparaison de fractions

Exercice 30

1. a. $\frac{117}{118}<1$; b. $1<\frac{121}{119}$; c. donc : $\frac{117}{118}<\frac{121}{119}$.
 2. $\frac{43}{44}<1<\frac{6}{5}$ donc : $\frac{43}{44}<\frac{6}{5}$.

Exercice 31

$$\frac{4}{11} < \frac{43}{110} < \frac{46}{110} < \frac{8}{11} < \frac{9}{11} < \frac{45}{11}$$

Exercice 32

$$\frac{3}{5} > \frac{3}{7} > \frac{3}{8} > \frac{3}{10} > \frac{3}{11} > \frac{3}{13}$$

Exercice 33

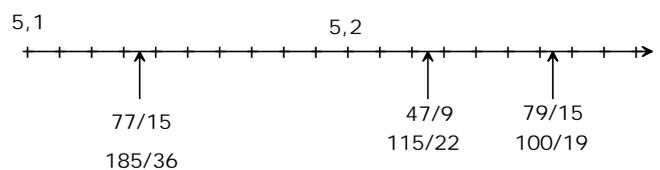
$$\frac{29}{18}, \frac{5}{3}=\frac{30}{18}, \frac{11}{6}=\frac{33}{18}, \frac{3}{2}=\frac{27}{18}$$

Comme $\frac{27}{18} < \frac{29}{18} < \frac{30}{18} < \frac{33}{18}$, on a : $\frac{3}{2} < \frac{29}{18} < \frac{5}{3} < \frac{11}{6}$.

Exercice 34

Encadrement au centième près de chaque fraction :

- a. $5,26 < \frac{79}{15} < 5,27$; b. $5,13 < \frac{77}{15} < 5,14$;
 c. $5,22 < \frac{47}{9} < 5,23$; d. $5,18 < \frac{57}{11} < 5,19$;
 e. $5,13 < \frac{185}{36} < 5,14$; f. $5,26 < \frac{100}{19} < 5,27$;
 g. $5,21 < \frac{73}{14} < 5,22$; h. $5,22 < \frac{115}{22} < 5,23$.



Exercice 35

$$\frac{1}{3} = \frac{10}{30} \text{ et } \frac{1}{2} = \frac{15}{30}.$$

$$\text{Comme } \frac{10}{30} < \frac{11}{30} < \frac{15}{30}, \text{ on a : } \frac{1}{3} < \frac{11}{30} < \frac{1}{2};$$

le rangement est correct.

Exercice 36

$$\text{PPCM}(15; 12) = 60, \quad \frac{7}{15} = \frac{28}{60} \text{ et } \frac{5}{12} = \frac{25}{60}.$$

$$\text{Comme } \frac{25}{60} < \frac{28}{60}, \text{ on a : } \frac{5}{12} < \frac{7}{15};$$

c'est l'aîné qui a hérité de la plus grande part.

Addition et soustraction

Exercice 38

$$1. \quad \frac{3}{2} + \frac{5}{8} = \frac{17}{8}, \text{ donc : } \frac{3}{2} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} = \frac{17}{8} + \frac{7}{16} = \frac{41}{16}.$$

$$2. \quad \frac{5}{3} + \frac{7}{4} = \frac{41}{12}, \text{ donc : } \frac{5}{3} + \frac{7}{4} - \frac{13}{8} = \frac{41}{12} - \frac{13}{8} = \frac{43}{24}.$$

Exercice 39

1. 24 est un multiple commun à 6, 8 et 12.

$$2. \quad A = \frac{5}{6} + \frac{11}{8} + \frac{19}{12} = \frac{20}{24} + \frac{33}{24} + \frac{38}{24} = \frac{91}{24};$$

$$B = \frac{15}{8} + \frac{5}{12} - \frac{5}{6} = \frac{45}{24} + \frac{10}{24} - \frac{20}{24} = \frac{35}{24}.$$

Exercice 40

$$E = \frac{10}{21} - \frac{1}{42} + \frac{5}{7} = \frac{20}{42} - \frac{1}{42} + \frac{30}{42} = \frac{49}{42} = \frac{7}{6};$$

$$F = \frac{2}{11} + \frac{1}{3} - \frac{10}{33} = \frac{6}{33} + \frac{11}{33} - \frac{10}{33} = \frac{7}{33}.$$

Exercice 41

$$G = \frac{7}{4} + \frac{1}{8} - \frac{4}{3} = \frac{15}{8} - \frac{4}{3} = \frac{13}{24};$$

$$H = \frac{9}{5} - \frac{1}{7} + \frac{3}{10} = \frac{58}{35} + \frac{3}{10} = \frac{137}{70};$$

$$I = \frac{11}{14} + \frac{3}{2} - \frac{16}{21} = \frac{16}{7} - \frac{16}{21} = \frac{32}{21};$$

$$J = \frac{8}{9} - \frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{5}{36} + \frac{5}{12} = \frac{5}{9}.$$

Multiplication

Exercice 45

$$\frac{9}{8} \times \frac{4}{15} = \frac{3}{10}; \quad \frac{1}{4} \times \frac{4}{15} = \frac{1}{15}; \quad \frac{15}{11} \times \frac{4}{15} = \frac{4}{11};$$

$$\frac{35}{16} \times \frac{4}{15} = \frac{7}{12}; \quad 0 \times \frac{4}{15} = 0; \quad \frac{15}{4} \times \frac{4}{15} = 1;$$

$$5 \times \frac{4}{15} = \frac{4}{3}; \quad 30 \times \frac{4}{15} = 8.$$

Exercice 37

1. Proportion de bonnes réponses données par Clarisse :

$$\frac{58}{75}.$$

$$2. \text{ PPCM}(75; 4) = 300, \quad \frac{58}{75} = \frac{232}{300} \text{ et } \frac{3}{4} = \frac{225}{300}.$$

$$\text{Comme } \frac{232}{300} > \frac{225}{300}, \text{ on a : } \frac{58}{75} > \frac{3}{4};$$

Clarisse a réussi son questionnaire.

Exercice 42

$$A = \frac{3}{4} - \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{5} \right) = \frac{3}{4} - \frac{3}{5} = \frac{3}{20};$$

$$B = \frac{17}{12} - \left(\frac{11}{12} - \frac{1}{3} \right) = \frac{17}{12} - \frac{7}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6};$$

$$C = \frac{4}{5} - \left(\frac{13}{20} - \frac{1}{5} \right) = \frac{4}{5} - \frac{9}{20} = \frac{7}{20};$$

$$D = \frac{8}{9} - \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{36} \right) = \frac{8}{9} - \frac{4}{36} = \frac{28}{36} = \frac{7}{9}.$$

Exercice 43

$$A = \frac{28}{12} - \frac{15}{9} = \frac{7}{3} - \frac{5}{3} = \frac{2}{3};$$

$$B = \frac{48}{28} + \frac{24}{21} = \frac{12}{7} + \frac{8}{7} = \frac{20}{7};$$

$$C = \frac{36}{44} + \frac{40}{15} = \frac{9}{11} + \frac{8}{3} = \frac{115}{33};$$

$$D = \frac{26}{12} - \frac{75}{40} = \frac{13}{6} - \frac{15}{8} = \frac{7}{24};$$

$$E = \frac{21}{9} + \frac{16}{10} = \frac{7}{3} + \frac{8}{5} = \frac{59}{15};$$

$$F = \frac{15}{18} - \frac{21}{45} = \frac{5}{6} - \frac{7}{15} = \frac{11}{30}.$$

Exercice 44

Fraction des bénéfices attribués au troisième associé :

$$1 - \frac{4}{9} - \frac{1}{3} = \frac{2}{9}.$$

Exercice 46

$$A = \frac{7}{9} \times 45 = 7 \times 5 = 35;$$

$$B = \frac{7}{18} \times \frac{12}{63} = \frac{7}{3 \times 6} \times \frac{3 \times 4}{7 \times 9} = \frac{2}{3 \times 9} = \frac{2}{27};$$

$$C = \frac{9}{30} \times \frac{24}{18} = \frac{3 \times 3}{3 \times 2 \times 5} \times \frac{3 \times 4 \times 2}{3 \times 3 \times 2} = \frac{2}{5}.$$

Exercice 47

$$D = \frac{4}{9} \times \frac{21}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{2};$$

$$E = \frac{12}{5} \times \frac{15}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{63}{2};$$

$$F = \frac{15}{8} \times 6 \times \frac{12}{18} = \frac{15}{2};$$

$$G = 5 \times \frac{1}{12} \times \frac{6}{15} = \frac{1}{6}.$$

Exercice 48

$$a. \frac{4}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{35};$$

$$b. \frac{5}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{36};$$

$$c. \frac{7}{18} \times \frac{18}{7} = 1;$$

$$d. \frac{3}{5} \times \frac{7}{6} = \frac{7}{10}.$$

Exercice 49

• le quart de deux tiers $\left(\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}\right)$...

• le tiers de deux quarts $\left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{4}\right)$...

• la moitié d'un tiers $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)$...

• deux tiers d'un quart $\left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}\right)$...

... représentent la même quantité : un sixième $\left(\frac{1}{6}\right)$!

Enchaînements d'opérations

Exercice 53

$$A = \frac{16}{21} - \frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{16}{21} - \frac{8}{21} = \frac{8}{21};$$

$$B = \frac{3}{7} \times \frac{5}{2} + \frac{2}{7} = \frac{15}{14} + \frac{4}{14} = \frac{19}{14};$$

$$C = 4 + \frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{40}{10} + \frac{21}{10} = \frac{61}{10};$$

$$D = \frac{5}{3} \times 8 - 1 = \frac{40}{3} - \frac{3}{3} = \frac{37}{3}.$$

Exercice 54

$$E = \frac{7}{6} + \frac{1}{6} \times 4 = \frac{11}{6};$$

$$F = \left(\frac{7}{6} + \frac{1}{6}\right) \times 4 = \frac{8}{6} \times 4 = \frac{16}{3};$$

$$G = \left(\frac{7}{6} - \frac{1}{6}\right) \times 4 = \frac{6}{6} \times 4 = 4;$$

$$H = \frac{7}{6} - \frac{1}{6} \times 4 = \frac{7}{6} - \frac{4}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Exercice 55

$$I = \frac{7}{5} + \frac{4}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{7}{5} + \frac{2}{5} = \frac{9}{5};$$

$$J = \left(\frac{7}{5} + \frac{4}{15}\right) \times \frac{3}{2} = \left(\frac{21}{15} + \frac{4}{15}\right) \times \frac{3}{2} = \frac{5}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{5}{2};$$

$$K = \left(\frac{7}{5} - \frac{4}{15}\right) \times \frac{3}{2} = \left(\frac{21}{15} - \frac{4}{15}\right) \times \frac{3}{2} = \frac{17}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{17}{10};$$

$$L = \frac{7}{5} - \frac{4}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{7}{5} - \frac{2}{5} = 1.$$

Exercice 56

$$M = \frac{5}{4} \times \frac{7}{9} - \frac{5}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{35}{36} - \frac{5}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6};$$

$$N = \frac{3}{5} + \frac{9}{5} \times \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{9}{20} - \frac{5}{20} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5};$$

$$R = 2 + \frac{5}{6} \times \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{48}{24} + \frac{25}{24} - \frac{18}{24} = \frac{55}{24};$$

$$S = \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{4}\right) \times \left(\frac{7}{12} - \frac{1}{3}\right) = \frac{10}{4} \times \frac{3}{12} = \frac{5}{8}.$$

Exercice 50

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4} \times \frac{1}{6}$ représentent la même quantité : $\frac{1}{8}$.

Exercice 51

$$a. \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} = \frac{1}{7}; \quad b. \frac{3\,500}{10\,000} \times \frac{100}{35} = \frac{1}{7}.$$

Exercice 52

1. Fraction de l'ensemble des candidats définitivement

reçus : $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}.$

2. Nombre de candidats reçus : $200 \times \frac{1}{4} = 50.$

Exercice 57

$$a. \frac{8}{9} \times \frac{9}{8} = 1;$$

$$b. \frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3};$$

$$c. \frac{3}{7} + \frac{3}{14} = \frac{9}{14};$$

$$d. \frac{5}{6} \times \frac{6}{15} = \frac{7}{15}.$$

Exercice 58

$$1.a. 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2};$$

$$b. 1 - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3};$$

$$c. 1 - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4};$$

$$2. \text{A-t-on : } 1 - \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} ?$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} \\ &= \frac{30}{60} + \frac{10}{60} + \frac{5}{60} + \frac{3}{60} \\ &= \frac{48}{60} = \frac{4}{5}. \end{aligned}$$

Exercice 59

L'égalité $3x+4=4y+2$

a. n'est pas vérifiée pour $x = \frac{4}{9}$ et $y = \frac{2}{3}$;

en effet : $3 \times \frac{4}{9} + 4 = \frac{16}{3}$ et $4 \times \frac{2}{3} + 2 = \frac{14}{3}.$

b. est vérifiée pour $x = \frac{2}{7}$ et $y = \frac{5}{7}$;

en effet : $3 \times \frac{2}{7} + 4 = \frac{34}{7}$ et $4 \times \frac{5}{7} + 2 = \frac{34}{7}.$

Petits problèmes

Exercice 60

- Proportion des forêts mondiales représentée par les forêts tropicales d'Afrique : $\frac{7}{34} \times \frac{17}{35} = \frac{1}{10}$.
- Proportion des forêts situées ailleurs qu'au Brésil et en Afrique : $1 - \frac{1}{10} - \frac{8}{17} = \frac{73}{170}$.

Exercice 61

- Proportions respectives des distances parcourues en deux jours par Ali et Sabine :

$$\frac{1}{5} + \frac{4}{7} = \frac{27}{35} \quad \text{et} \quad \frac{2}{7} + \frac{2}{5} = \frac{24}{35};$$

c'est Ali qui a parcouru la plus grande distance.

- Distance restant à parcourir

par Ali : $1\,225 \times \frac{8}{35} = \underline{280 \text{ km}}$;

par Sabine : $1\,225 \times \frac{11}{35} = \underline{385 \text{ km}}$.

Exercice 62

$$21 \times \frac{5}{7} = 15 \text{ donc le stage a duré } \underline{21 \text{ jours}}.$$

Exercice 63

- Proportion de places occupées par le groupe de touristes :

$$\left(1 - \frac{5}{9}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{1}{3}$$

- Proportion de places libres au moment du départ :

$$1 - \left(\frac{5}{9} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9}$$

- a. Nombre total de places du bus : $9 \times 8 = \underline{72}$.

b. Nombre de touristes : $72 \times \frac{1}{3} = \underline{24}$.

Bien comprendre, mieux rédiger

Exercice 64

- 14 et 21 sont des multiples de 7. Le numérateur et le dénominateur de la fraction $\frac{14}{21}$ sont donc simplifiables par

7.

- Le numérateur 81 et le dénominateur 72 de la fraction $\frac{81}{72}$ sont des multiples de 9. Cette fraction est donc simplifiable par 9.

Exercice 65

- Les fractions $\frac{11}{8}$, $\frac{11}{9}$ et $\frac{11}{13}$ ont le même numérateur et leurs dénominateurs sont rangés dans l'ordre croissant. Ces fractions sont donc rangées dans l'ordre décroissant.
- Les fractions $\frac{8}{9}$, $\frac{10}{9}$ et $\frac{13}{9}$ ont le même dénominateur et leurs numérateurs sont rangés dans l'ordre croissant. Ces fractions sont donc rangées dans l'ordre croissant.

Exercice 66

- Le produit de la somme de $\frac{2}{9}$ et $\frac{3}{4}$ par $\frac{18}{7}$:

$$\left(\frac{2}{9} + \frac{3}{4}\right) \times \frac{18}{7} = \frac{35}{36} \times \frac{18}{7} = \frac{35}{14} = \frac{5}{2}$$

- La différence entre le produit de 8 par $\frac{5}{12}$ et le produit

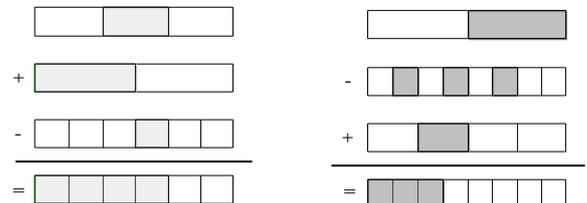
de $\frac{5}{3}$ par 2 : $8 \times \frac{5}{12} - \frac{5}{3} \times 2 = \frac{10}{3} - \frac{10}{3} = 0$.

- Le produit de la somme de $\frac{5}{7}$ et $\frac{8}{3}$ par la différence

entre $\frac{11}{14}$ et $\frac{2}{7}$: $\left(\frac{5}{7} + \frac{8}{3}\right) \times \left(\frac{11}{14} - \frac{2}{7}\right) = \frac{71}{21} \times \frac{1}{2} = \frac{71}{42}$.

Exercice 67

-



$$2. \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

Exercice 68

- a. Lorsqu'il effectue $\frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{3}{4}\right)$, Eric calcule ses dépenses de la seconde semaine.

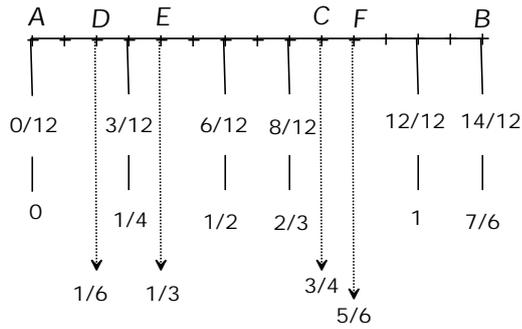
- b. Lorsqu'il effectue $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{3}{4}\right)$, Eric calcule ses dépenses des deux premières semaines.

2. Proportion des dépenses d'Eric pendant les deux premières semaines : $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$; donc, à la fin de la deuxième semaine, il ne reste à Eric que $\frac{1}{12}$ de son salaire.

3. Salaire d'Eric pour le mois : $12 \times 7\,500 = 90\,000$ FCFA.

Exercice 69

1. et 2.



3. $\frac{1}{4} < \frac{3}{6} < \frac{8}{12}$.

Exercice 70

Le travail d'Hervé est incorrect.

Travail correct : $\frac{312}{321} = \frac{3 \times 104}{3 \times 107} = \frac{104}{107}$.

Exercice 71

- C'est en 5^eB que le nombre de filles est le plus grand.
- a. Proportion des filles en 5^eA : $\frac{16}{28} = \frac{4}{7}$;
proportion des filles en 5^eB : $\frac{20}{40} = \frac{1}{2} = \frac{4}{8}$.
b. $\frac{4}{7} > \frac{4}{8}$ donc $\frac{4}{7} > \frac{1}{2}$.
- C'est dans la classe de 5^eA que la proportion de filles est la plus grande mais c'est dans la classe de 5^eB que le nombre de filles est le plus grand.

Exercices d'approfondissement

Exercice 72

- $\frac{3 \times 3}{2} + \frac{1}{6} = \frac{14}{3}$;
- $\frac{3+3}{2} - \frac{1}{6} = \frac{17}{6}$;
- $\frac{3+3}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$;
- $\frac{3 \times 3}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{4}$.

Exercice 73

- $\frac{26}{12} - \frac{20}{24} = \frac{13}{6} - \frac{5}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$;
- $\frac{14}{18} - \frac{12}{27} = \frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$;
- $\frac{45}{40} - \frac{15}{24} = \frac{9}{8} - \frac{5}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Exercice 74

Le tiers d'un quart : $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$;

le quart d'un quart plus le tiers du quart d'un quart :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{4}{3} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} ; \end{aligned}$$

ces deux quantités sont égales.

Exercice 75

Les deux fractions sont de la forme : $\frac{2a}{3b}$ et $\frac{b}{a}$;

leur produit est : $\frac{2a}{3b} \times \frac{b}{a} = \frac{2}{3}$.

Exercice 76

1. Il y a 12 plots rouges et 5 plots bleus (à intervalles réguliers) sur la piste.

Course d'Estelle : $\frac{172}{12} = 14 + \frac{4}{12}$;

donc, en passant devant 172 plots rouges, Estelle a parcouru 14 tours entiers [plus $\frac{4}{12}$ d'un tour] ;

Course de Christian : $\frac{213}{12} = 17 + \frac{9}{12} = 17 + \frac{3}{4}$;

donc, en passant devant 213 plots rouges, Christian a parcouru 17 tours entiers [plus $\frac{3}{4}$ d'un tour] ;

Course de Ngu : $\frac{89}{5} = 17 + \frac{4}{5}$;

donc, en passant devant 89 plots bleus, Ngu a parcouru 17 tours entiers [plus $\frac{4}{5}$ d'un tour] ;

$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ et $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$ donc : $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$;

c'est Ngu qui a parcouru la plus grande distance.

Exercice 77

Fraction des objets pouvant être vendus en dehors du

Cameroun et de l'Europe : $1 - \frac{3}{5} - \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$.

Exercice 78

1. Proportion de Camerounais disposant, en 2008, d'un abonnement pour un accès internet à haut débit :

$\frac{1}{25} \times \frac{1}{29} \times \frac{9}{25} = \frac{9}{18\,125}$

2. Nombre de Camerounais disposant, à cette époque, d'un accès internet à haut débit :

$\frac{9}{18\,125} \times 18\,500\,000 \approx \underline{9\,186}$.

Exercice 79

$\frac{2}{3} \times \frac{15}{12} = \frac{5}{6}$; après être réduit aux $\frac{2}{3}$, puis agrandie aux

$\frac{15}{12}$, le nouveau poster est réduit aux $\frac{5}{6}$ par rapport au poster initial.

Exercice 80

1. Proportion de filles de 13 ans parmi tous les inscrits :

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

2.

Age \ Sexe	12 ans	13 ans	14 ans	Total
Filles	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{5}$
Garçons	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{5}$
Total	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	1

- Proportion des garçons : $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$;
- proportion des filles de 14 ans : $\frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$;
- proportion des filles de 12 ans : $\frac{3}{5} - \frac{3}{20} - \frac{1}{5} = \frac{1}{4}$;
- proportion des garçons de 12 ans : $\frac{2}{5} - \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$;
- proportion des garçons de 13 ans : $\frac{3}{10} - \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$;
- proportion des garçons de 14 ans : $\frac{3}{10} - \frac{3}{20} = \frac{3}{20}$.

Activités d'intégration

Exercice 81 (Vive le jardinage !)

Superficie du jardin : $12 \times 10 = 120 \text{ m}^2$.

$\frac{1}{5}$ de cette superficie est consacré aux haricots, $\frac{1}{4}$ aux tomates et $\frac{5}{12}$ aux fleurs.

- Fraction de la superficie du jardin consacrée aux légumes : $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$.
 - $\frac{9}{20} = \frac{27}{60}$ et $\frac{5}{12} = \frac{25}{60}$, donc c'est à la culture des légumes que Meka utilise le plus d'espace.
 - Fraction de la superficie du jardin réservée aux allées : $1 - \frac{9}{20} - \frac{5}{12} = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$.
 - Aire des parties cultivées : $120 \times \frac{13}{15} = 104 \text{ m}^2$; donc, avec un sac pour 90 m^2 , Meka n'aura pas assez d'engrais.
 - a. Fraction de la superficie totale du jardin consacrée aux roses : $\frac{13}{20} \times \frac{5}{12} = \frac{13}{48}$.
 - b. Fraction de la superficie totale du jardin consacrée aux arums : $\frac{5}{12} - \frac{13}{48} = \frac{7}{48}$.
- Superficie consacrée à la culture des arums : $120 \times \frac{7}{48} = \frac{35}{2} = 17,5 \text{ m}^2$.

Exercice 82 (Au restaurant)

- $7 < 22 \times \frac{1}{3} < 8$ donc il faut 8 pizzas pour que chacun des 22 convives ait un tiers de pizza.
 - Avec 8 tartes entières, on peut faire 32 quarts de tarte ;
après avoir servi les 22 convives, il lui restera 10 quarts de tarte, c'est-à-dire : $\frac{5}{2}$ tartes.
2. Les 3,3 kg de ragoût d'agneau doivent être partagés en deux plats :
- pour 8 personnes, un plat de : $3\,300 \times \frac{8}{22} = 1\,200 \text{ g}$;
 - pour 14 personnes, un plat de : $3\,300 \times \frac{14}{22} = 2\,100 \text{ g}$.

Exercice 83 (Les étoiles)

Etoiles	A	B	C	D	E	F	G	H
Masse (en masses solaires)	$\frac{4}{7}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{59}{24}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{10}{14} = \frac{5}{7}$	$\frac{57}{18} = \frac{19}{6}$	$\frac{27}{12} = \frac{9}{4}$	$\frac{119}{28} = \frac{17}{4}$

- Etoiles moins massives que le soleil : A, D et E (masses inférieures à 1).
 - Etoiles ayant une masse supérieure à deux masses solaires : C, F, G et H.
Etoiles ayant une masse supérieure à trois masses solaires : F et H.
 - L'étoile G est trois fois plus massive que l'étoile D (car $\frac{9}{4} = 3 \times \frac{3}{4}$).
2. Rangement des étoiles de la moins massive à la plus massive :
- moins massives que le soleil : $\frac{4}{7} = \frac{16}{28}$, $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$ et $\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$, donc : $A < E < D$;
 - plus massives que le soleil : $\frac{16}{9} = \frac{896}{504}$, $\frac{59}{24} = \frac{1\,239}{504}$, $\frac{19}{6} = \frac{1\,596}{504}$, $\frac{9}{4} = \frac{1\,134}{504}$ et $\frac{17}{4} = \frac{2\,142}{504}$, donc : $B < G < C < F < H$;
d'où le rangement des 8 étoiles : $A < E < D < B < G < C < F < H$.

11 Décimaux relatifs Addition - Soustraction

Activités de découverte	Cours Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre Mieux rédiger	Approfondissement
1	Les nombres relatifs [1 p.133]		38, 39	
2	Repérage sur une droite graduée [2 p.133]			47
	Nombres opposés [3 p.133]		40	
3	Comparaison des nombres relatifs [4 p.133]	14, 15, 16, 17, 18, 19	43	46
4	Déplacements successifs et additions [5 p.134]			
5	Somme de deux nombres relatifs [6 p.134]			
6	Différence de deux nombres relatifs [7 p.134]		41, 42	
	Calcul d'une somme algébrique [8 p.135]			
	Apprendre à additionner et à soustraire [1 p.136]	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37		48, 49, 51, 52, 53, 54, 57, 58
7	Equation du type $a+x=b$ ou $x+a=b$ [9 p.135]	27, 28, 29		50
8	Repérage dans le plan [10 p.135]		44, 45	
	Apprendre à lire des coordonnées et à placer des points [2 p.137]	9, 10, 11, 12, 13		55, 56, 59

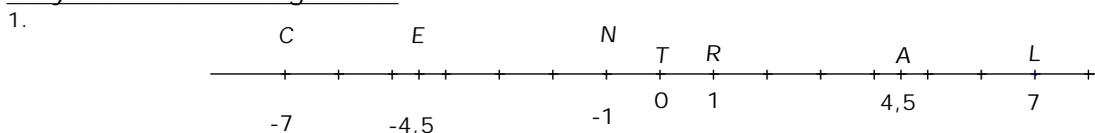
*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

Activités de découverte

1 En géographie

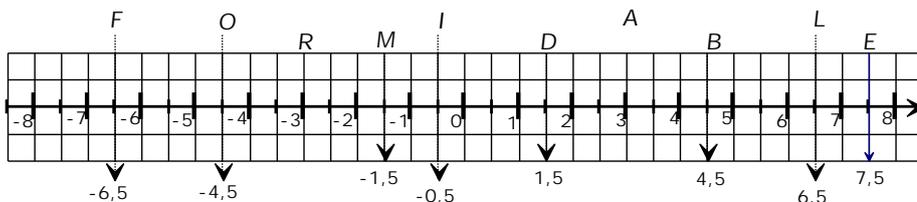
- 1.a. Le nombre 0 signifie que l'on se trouve *au niveau de la mer*.
- b. Le signe $-$ avant certains nombres signifie que l'on se trouve *en-dessous* du niveau de la mer, le signe $+$ signifie que l'on se trouve *au-dessus* du niveau de la mer.
- 2.a. Les nombres supérieurs à 0 sont dits *positifs* et ceux inférieurs à 0 sont dits *négatifs*.
- b. Notation et dénomination de ces nombres dépendant de leur position par rapport à 0, on les appelle nombres *relatifs*.
3. Distance séparant le sommet du mont Cameroun du début de la plaine abyssale : $4\,095 + 4\,500 = 8\,595$ m.

2 Symétrie et droite graduée



- 2.b. Si C est le symétrique de L par rapport à T, alors T est le milieu de [LC] ; donc C, T et L appartiennent à la même droite.
- 3.b. Entre C et T il y a 14 unités de graduations ; entre T et L il y en a 7.
- c. C est repéré par le nombre -7 ; T par le nombre $+7$.
- Ces deux nombres, composés de 2 signes *contraires* suivis du même nombre naturel, sont dits *opposés*.
- 4.a. Le mot lu est : **CENTRAL**.
- b. N a pour abscisse -1 (nombre opposé à $+1$; abscisse de R) ;
- E a pour abscisse $-4,5$ (nombre opposé à $+4,5$; abscisse de A).

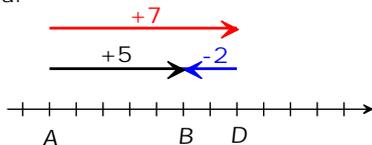
3 Comparer à l'aide de la droite graduée



1. Les points R, M, D, B et E sont respectivement associés aux nombres relatifs -3 ; -1,5 ; 1,5 ; 4,5 et 7,5.
- 2.a. En parcourant cette droite dans le sens de la flèche, R est le point que l'on rencontre avant M.
- b. On a : -3 (abscisse de R) < -1,5 (abscisse de M).
- c. De même : -1,5 (abscisse de M) < 1,5 (abscisse de D) ;
4,5 (abscisse de B) > -3 (abscisse de R) ;
1,5 (abscisse de D) < 7,5 (abscisse de E).
- 3.b. Les points A, I, L, O et F ayant pour abscisses respectives 3 ; -0,5 ; 6,5 ; -4,5 et -6,5, on lit le mot : **FORMIDABLE**.
- c. Rangement des abscisses dans l'ordre croissant : -6,5 < -4,5 < -3 < -1,5 < -0,5 < 1,5 < 3 < 4,5 < 6,5 < 7,5.
- d. Rangement des abscisses dans l'ordre décroissant : 7,5 > 6,5 > 4,5 > 3 > 1,5 > -0,5 > -1,5 > -3 > -4,5 > -6,5.

4 Le calendrier

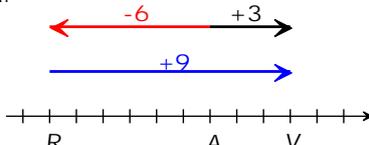
1.a.



Légende :
A désigne aujourd'hui ;
D désigne le jour du départ ;
B désigne le jour d'achat du billet.

- b. La flèche rouge et le nombre +7 signifie que Charline doit voyager dans 7 jours (après aujourd'hui).
La flèche bleue et le nombre -2 signifie qu'il faut acheter le billet 2 jours avant le départ.
La flèche noire indique dans combien de jours (à partir d'aujourd'hui) Charline doit acheter le billet.
- c. Charline doit donc acheter son billet dans 5 jours ; on écrit :
 $(+7) + (-2) = +5$.

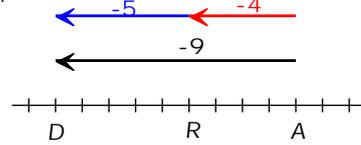
2.a.



Légende :
A désigne aujourd'hui ;
R désigne le jour de la rencontre ;
V désigne le jour de la visite chez la tante.

- b. La flèche rouge et le nombre -6 signifie qu'Isidore a rencontré sa tante il y a 6 jours (avant aujourd'hui).
La flèche bleue et le nombre +9 signifie qu'il devait passer voir sa tante 9 jours après cette rencontre.
La flèche noire indique dans combien de jours (à partir d'aujourd'hui) Isidore doit passer voir sa tante.
- c. Isidore doit donc passer voir sa tante dans 3 jours ; on écrit :
 $(-6) + (+9) = +3$.

3.a.



Légende :
A désigne aujourd'hui ;
R désigne le jour de la rencontre entre Isidore et Yacouba ;
D désigne le jour d'arrivée de Yacouba à Douala.

- b. La flèche rouge et le nombre -4 signifie qu'Isidore a rencontré Yacouba il y a 4 jours (avant aujourd'hui).
La flèche bleue et le nombre -5 signifie que Yacouba était arrivé à Douala 5 jours avant cette rencontre.
La flèche noire indique depuis combien de jours (à partir d'aujourd'hui) Yacouba est à Douala.
- c. Yacouba est à Douala depuis 9 jours ; on écrit :
 $(-4) + (-5) = -9$.

5 Jeu : « je gagne, je perds »

	premier tour				second tour					
	dé tiré	gain(+)	opération	score	dé tiré	choix A	choix B	opération la plus avantageuse	score	
		perte(-)				gain(+)	gain(+)			
Akem	+10		-18,3	$(+10) + (-18,3)$	-8,3		+19,3	+17,1	$(-8,3) + (+19,3)$	+11
Cécile	+10		+27,1	$(+10) + (+27,1)$	+37,1		+8	+9,6	$(+37,1) + (+9,6)$	46,7
Julien	+10		-13,7	$(+10) + (-13,7)$	-3,7		-18,3		$(-3,7) + (-18,3)$	-22
Kouma	+10		+16,7	$(+10) + (+16,7)$	+26,7		+27,1		$(+26,7) + (+27,1)$	53,8
Laélie	+10		+5,8	$(+10) + (+5,8)$	+15,8		-20,9		$(+15,8) + (-20,9)$	-5,1
Néba	+10		+16,7	$(+10) + (+16,7)$	+26,7		-2	-16,2	$(26,7) + (-2)$	24,7

- 2.b. Classement à la fin de la seconde partie :
Kouma (+53,8), Cécile (+46,7), Néba (+24,7), Akem (+11), Laélie (-5,1) et Julien (-22)

6 Variation de température

1.a. Dans la journée de lundi, en passant de $+2^{\circ}\text{C}$ à -3°C la température a diminué de 5°C .

On écrit : $(-3)-(+2)=-5$.

b. On remarque que : $(-3)+(-2)=-5$... même résultat que précédemment.

2.a. Dans la journée de mardi, en passant de -1°C à -4°C la température a baissé de 3°C .

On écrit : $(-4)-(-1)=-3$.

b. On remarque que : $(-4)+(+1)=-3$... même résultat que précédemment.

3.a. Dans la journée de mercredi, en passant de -2°C à $+1,7^{\circ}\text{C}$ la température a augmenté de $3,7^{\circ}\text{C}$.

On écrit : $(+1,7)-(-2)=+3,7$; on remarque que : $(+1,7)-(-2)=(+1,7)+(+2)$.

Dans la journée de jeudi, en passant de $+2,6^{\circ}\text{C}$ à $+4,2^{\circ}\text{C}$ la température a augmenté de $1,6^{\circ}\text{C}$.

On écrit : $(+4,2)-(+2,6)=+1,6$; on remarque que : $(+4,2)-(+2,6)=(+4,2)+(-2,6)$.

b. Règle : pour calculer la différence de deux nombres relatifs, on fait la somme du premier nombre avec l'opposé du second.

7 Trouver le nombre manquant

1.a. L'égalité $27+x=55$ est :

fausse lorsqu'on remplace x par 26 ;

fausse lorsqu'on remplace x par 38 ;

vraie lorsqu'on remplace x par 28 .

b. Pour trouver immédiatement le nombre x , rendant l'égalité vraie, il suffit de poser : $x=55-27=28$.

2. Pour que l'égalité $(+2)+\boxed{?}=(+7)$ soit vraie, il suffit de poser : $\boxed{?}=(+7)-(+2)=+5$;

Pour que l'égalité $(-9)+\boxed{?}=(-6)$ soit vraie, il suffit de poser : $\boxed{?}=(-6)-(-9)=+3$;

Pour que l'égalité $\boxed{?}+(+8)=(-10)$ soit vraie, il suffit de poser : $\boxed{?}=(-10)-(+8)=-18$;

Pour que l'égalité $(-3,2)+x=(-9,7)$ soit vraie, il suffit de poser : $x=(-9,7)-(-3,2)=-6,5$;

Pour que l'égalité $x+3,8=12,1$ soit vraie, il suffit de poser : $x=12,1-3,8=8,3$;

Pour que l'égalité $x+(-12,3)=(-15)$ soit vraie, il suffit de poser : $x=(-15)-(-12,3)=-2,7$.

8 Repérage dans le plan

1.a. Pour aller de O jusqu'à A , on se déplace vers l'est de 2 rues, puis vers le nord de 3 rues.

b. Pour aller de O jusqu'à B , on se déplace vers l'ouest de 2 rues, puis vers le nord de 3 rues.

2.a. Codage des trajets : ● de O à A : $+2$ puis $+3$; ● de O à B : -2 puis $+3$; ● de O à C : $+3$ puis -2 .

b. En comparant le codage du trajet de O à C à celui de O à B , on remarque que changer l'ordre des deux nombres d'un codage modifie le trajet.

3.a. Le trajet de O à D correspondant à $(-2 ; -3)$ consiste à se déplacer vers l'ouest de 2 rues, puis vers le sud de 3 rues.

b. Les coordonnées de A sont : $(+2 ; +3)$;

de B sont : $(-2 ; +3)$;

de C sont : $(+3 ; -2)$.

1 Apprendre à additionner et à soustraire

Exercice 1

- a. $(-6)+(-9)=-15$; b. $(-8)+(+5)=-3$;
 c. $(+17)+(+8)=+25$; d. $(+12)+(-3)=+9$;
 e. $(-28)+(-12)=-40$; f. $(-34)+(+34)=0$.

Exercice 2

- a. $(-3,8)+(+5,8)=+2$; b. $(-7,6)+(-2,4)=-10$;
 c. $(+5,4)+(+6,6)=+12$; d. $(+14)+(-8,2)=+5,8$;
 e. $(-4,5)+(-15)=-19,5$; f. $(-17)+(+14,3)=-2,7$.

Exercice 3

- En reculant de 2 pas puis en avançant de 8 pas, Fua a avancé de 6 pas ; on a : $(-2)+(+8)=+6$.
- a. En avançant de 14 pas puis en avançant de 25 pas, Fua a avancé de 39 pas ; on a : $(+14)+(+25)=+39$;
 b. en avançant de 18 pas puis en reculant de 30 pas, Fua a reculé de 12 pas ; on a : $(+18)+(-30)=-12$;
 c. en reculant de 15 pas puis en reculant de 19 pas, Fua a reculé de 34 pas ; on a : $(-15)+(-19)=-34$;
 d. en avançant de 70 pas puis en reculant de 50 pas, Fua a avancé de 20 pas ; on a : $(+70)+(-50)=+20$;
 e. en reculant de 1 200 pas puis en avançant de 900 pas, Fua a reculé de 300 pas ; on a : $(-1\ 200)+(+900)=-300$;
 f. en reculant de 16,5 pas puis en avançant de 20 pas, Fua a avancé de 3,5 pas ; on a : $(-16,5)+(+20)=+3,5$;
 g. en avançant de 131,2 pas puis en reculant de 175,8 pas, Fua a reculé de 44,6 pas ;
 on a : $(+131,2)+(-175,8)=-44,6$.

Exercice 4

- a. $(-5)-(+3)=-8$; b. $(+3)-(-6)=+9$;
 c. $(-14)-(-19)=+5$; d. $(+35)-(+4)=+31$;
 e. $(+22)-(+18)=+4$; f. $(-27)-(-4)=-23$.

Exercice 5

- a. $(+4,2)-(-7,3)=+11,5$; b. $(-6,1)-(+12,4)=-18,5$;
 c. $(+7,8)-(+15)=-7,2$; d. $(-13,4)-(-18)=+4,6$;
 e. $(-6,4)-(-3,2)=-3,2$; f. $(+3,2)-(-5,8)=+9$.

Exercice 6

- $(-24,5)-(-11,5)=-13$ donc, entre le lundi $(-11,5^\circ)$ et le mardi $(-24,5^\circ)$, la température a baissé de 13° .
- $(-21)-(-24,5)=+3,5$ donc, entre le mardi $(-24,5^\circ)$ et le mercredi (-21°) , la température a monté de $3,5^\circ$.

Exercice 7

$$A = (+47) + (-18) + (+23) + (-12) + (+10) \\ = (+80) + (-30) = +50 ;$$

$$B = (-35) + (+17) + (-13) + (+22) + (-17) \\ = (+39) + (-65) = -26 ;$$

$$C = (+5,6) + (-8,9) + (-2,1) + (+0,4) + (-3) \\ = (+6) + (-14) = -8.$$

Exercice 8

$$E = (-27) - (-12) + (+18) - (+9) + (-4) - (-8) \\ = (-27) + (+12) + (+18) + (-9) + (-4) + (+8) \\ = (+38) + (-40) = -2 ;$$

$$F = (+58) + (-28) - (-32) - (+15) + (-17) \\ = (+58) + (-28) + (+32) + (-15) + (-17) \\ = (+90) + (-60) = +30 ;$$

$$G = (-2,6) - (+3,4) + (+4,5) - (-7,5) + (-20) \\ = (-2,6) + (-3,4) + (+4,5) + (+7,5) + (-20) \\ = (+12) + (-26) = -14.$$

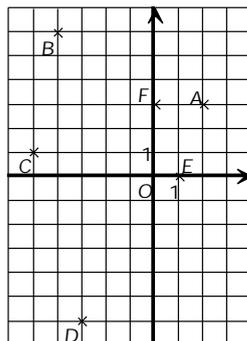
2 Apprendre à lire des coordonnées et à placer des points

Exercice 9

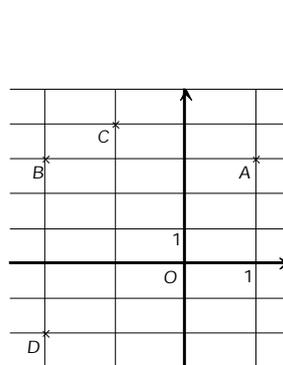
- $P(5 ; 0)$; $Q(-1 ; -3)$; $R(4 ; -2)$;
 $S(-4 ; 2)$; $T(1 ; -4)$; $U(0 ; 1)$;
 $V(-4 ; 0)$; $W(-2 ; -1)$.
- Points qui ont la même abscisse : S et V.
- Points qui ont la même ordonnée : P et V.
- Points dont les abscisses sont opposées et les ordonnées sont opposées : R et S.

Exercice 10

- $A(+2 ; +3)$;
 $B(-4 ; +6)$;
 $C(-5 ; +1)$;
 $D(-3 ; -6)$;
 $E(+1 ; 0)$;
 $F(0 ; +3)$.

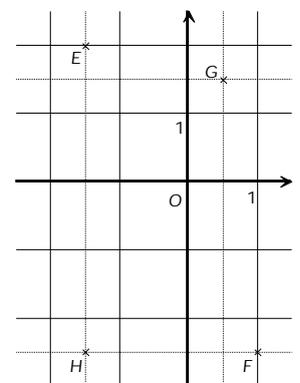


Exercice 11



- $A(1 ; 3)$; $B(-2 ; 3)$;
 $C(-1 ; 4)$; $D(-2 ; -2)$.

Exercice 12



- $E(-1,5 ; 2)$; $F(1 ; -2,5)$
 $G(0,5 ; 1,5)$; $H(-1,5 ; -2,5)$.

Exercice 13

- Coordonnées des six points :
 $C(-2,5 ; -1,5)$; $D(-1,5 ; -1)$; $E(3 ; 0,8)$;
 $F(0 ; -1,3)$; $G(-2,7 ; 1,6)$; $H(2 ; -0,5)$.

Activités d'application

Comparaison de nombres relatifs

Exercice 14

- a. $-4 < -2$ ou $-4 < +2$;
 b. $+8 > -9$ ou $-8 > -9$;
 c. $-7,2 < -7,1$ ou $-7,2 < +7,1$;
 d. $+13,8 > +13,6$ ou $+13,8 > -13,6$;
 e. $+10,43 > -10,54$ ou $-10,43 > -10,54$;
 f. $+52,58 > +52,4$ ou $+52,85 > -52,4$.

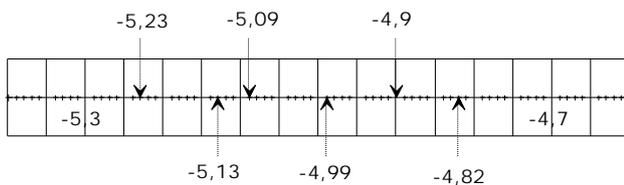
Exercice 15

1. $-7,2 < -7 < -6,5 < -6 < -3,2 < -3,1 < 3,4$.
 2. $+7,1 > +3,8 > +2,1 > -0,6 > -0,61 > -2,5 > -2,6$.

Exercice 16

$-6,41 < -6,4 < -6,36 < -6,3 < -6,27$.

Exercice 17



Opérations et petits problèmes

Exercice 20

- a. $(-9) + (-5) = (-14)$;
 b. $(-9) - (-5) = (-4)$ ou $(-6) - (-2) = (-4)$;
 c. $(+9) - (+4) = (+5)$ ou $(+6) - (+4) = (+2)$;
 d. $(-9) + (+11) = (+2)$ ou $(-2) + (+11) = (+9)$
 ou $(-5) + (+11) = (+6)$ ou $(-6) + (+11) = (+5)$.

Exercice 21

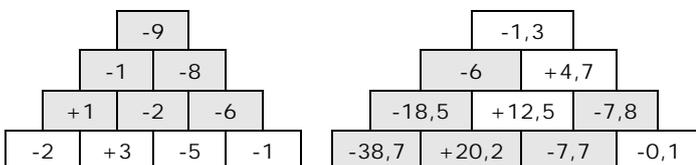
- a. $(-12) + (+27) = (+15)$; b. $(-5) - (+43) = (-48)$;
 c. $(+38,5) - (+18,4) = (+20,1)$; d. $(-2,8) - (-2,1) = (-0,7)$.

Exercice 22

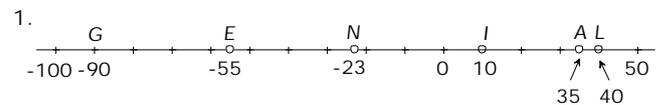
a	16	-8	-14	8,5	-3,2	-5	-0,3
b	25	-13	22	-6	-7	-1,4	-0,9
a-b	-9	5	-36	14,5	3,8	-3,6	0,6
b-a	9	-5	36	-14,5	-3,8	3,6	-0,6

On remarque $a-b$ et $b-a$ sont toujours 2 nombres relatifs opposés.

Exercice 23



Exercice 18



(L'unité de longueur choisie doit permettre de représenter un segment de longueur 150.)

2. Rangement des abscisses dans l'ordre décroissant :
 $40 > 35 > 10 > -23 > -55 > -90$.

Exercice 19

- 1.a. Entier le plus proche de 9,41 : 9 ;
 b. entier le plus proche de -2,3 : -2 ;
 c. entier le plus proche de 1,72 : 2 ;
 d. entier le plus proche de -5,32 : -5 ;
 e. entier le plus proche de -8,54 : -9 ;
 f. entier le plus proche de 5,39 : 5.
 2. L'entier relatif le plus proche d'un nombre *positif* :
 • lui est inférieur et égal à sa partie entière, si sa partie décimale est inférieure à 5 ;
 • lui est supérieur et égal à sa partie entière augmentée de 1 si sa partie décimale est supérieure à 5.
 L'entier relatif le plus proche d'un nombre *négligé* :
 • lui est supérieur et égal à sa partie entière augmentée de 1, si sa partie décimale est inférieure à 5 ;
 • lui est inférieur et égal à sa partie entière, si sa partie décimale est supérieure à 5.
 Attention : la partie entière de 2,3 est 2 et celle de -2,3 est -3 ; celle de 8,54 est 8 et celle de -8,54 est -9.
 3.a. $-5,3 < -5,296 < -5,292 < -5,29$;
 b. $-0,71 < -0,708 < -0,706 < -0,7$.
 Commentaire : ces réponses ne sont pas uniques.

Exercice 24

Nombre affiché sur l'écran :
 $(+120\ 000) + (+35\ 000) + (-180\ 000) = -25\ 000$ F CFA
 (le solde est négatif).

Exercice 25

Sur la Lune, différence de température entre :
 a. les régions dans la pénombre et la face toujours dans le noir : $(-50) - (-162,7) = +112,7^\circ\text{C}$;
 b. les régions exposées au soleil et les régions dans la pénombre : $(+117,2) - (-50) = +167,2^\circ\text{C}$.

Exercice 26

1. Un temps de réaction négatif (-0,034 s) pour Moussa signifie qu'il est parti légèrement avant le signal de départ (ne faut-il pas dans ce cas recommencer le départ, voir éliminer le coureur s'il y a récidive ?).
 2. Le temps réel pour parcourir les 100 m est :
 • pour Koné, de $10,54 - 0,110 = 10,43$ s ;
 • pour Moussa, de $10,56 + 0,034 = 10,594$ s ;
 • pour Ali, de $10,57 - 0,156 = 10,414$ s.
 S'ils étaient partis tous au même instant, le classement aurait été : 1^{er} : Ali, 2^e : Koné, 3^e : Moussa.

Equations

Exercice 27

a. $(+41)+x=(+18)$;

-23 est solution de :

d. $(-2)-x=(-25)$.

Exercice 28

a. $(+14)+x=(-26)$
a pour solution :
 $x=(-26)-(+14)=-40$;

b. $(-36)+y=(-29)$
a pour solution :
 $y=(-29)-(-36)=+7$;

c. $v+(-9,2)=(+0,4)$
a pour solution :
 $v=(+0,4)-(-9,2)=+9,6$;

d. $w+(-2,65)=(-0,4)$
a pour solution :
 $w=(-0,4)-(-2,65)=+2,25$;

e. $(+3,23)=(+5)+t$
a pour solution :
 $t=(+3,23)-(+5)=-1,77$;

f. $(+51)=u(+30,1)$
a pour solution :
 $u=(+51)(+30,1)=+20,9$.

Simplification d'écritures

Règle 1 :

Dans une suite d'additions de nombres relatifs, on peut supprimer les signes d'addition et les parenthèses autour de chaque nombre. Un nombre positif en début d'expression peut s'écrire sans signe.

Exercice 30

a. $(+2)+(-8)=-6$
peut s'écrire :
 $2-8=-6$;

b. $(+7)+(-2)=+5$
peut s'écrire :
 $7-2=5$;

c. $(-8)+(+14)+(-9)=-3$
peut s'écrire :
 $-8+14-9=-3$;

d. $(+19)+(-7)+(+2)=+14$
peut s'écrire :
 $19-7+2=14$;

d. $(+25)+(-9,5)+(-0,5)=+15$
peut s'écrire :
 $25-9,5-0,5=15$;

e. $(-6,3)+(-2,7)+(+5)=-4$
peut s'écrire :
 $-6,3-2,7+5=-4$.

Exercice 31

a. $7-12=(+7)+(-12)=-5$;

b. $-9+4=(-9)+(+4)=-5$;

c. $-15-6+32=(-15)+(-6)+(+32)=(-21)+(+32)=+11$;

d. $24-18-13=(+24)+(-18)+(-13)=(+24)+(-31)=-7$;

e. $8,3-5,7-2,3=(+8,3)+(-5,7)+(-2,3)=(+8,3)+(-8)=+0,3$;

f. $-6,2+0,8-3,6=(-6,2)+(+0,8)+(-3,6)=(-9,8)+(0,8)=-9$.

Exercice 32

$A=6-8-7+5-10$
 $A=6+5-8-7-10$
 $A=11-25=-14$;

$B=-14+26-18-20+22-4$
 $B=26+22-14-18-20-4$
 $B=48-56=-8$;

$C=7,8-12+3,2-4,1+2,2$
 $C=7,8+3,2+2,2-12-4,1$
 $C=13,2-16,1=-2,9$;

$D=2,6-5,7+6,4-5,3+11$
 $D=2,6+6,4+11-5,7-5,3$
 $D=20-11=9$.

Exercice 33

$E=(+9)+(-24)-(+16)-(-11)=(+9)+(-24)+(-16)+(+11)$
 $E=9-24-16+11=9+11-24-16=20-40=-20$;

$F=(-12)-(+17)+(-25)-(-41)=(-12)+(-17)+(-25)+(+41)$
 $F=-12-17-25+41=-54+41=-13$;

$G=(-3,5)-(-12,5)-(+15)+(+6)=(-3,5)+(+12,5)+(-15)+(+6)$
 $G=-3,5+12,5-15+6=-3,5-15+12,5+6=-18,5+18,5=0$;

$H=(+6)+(-9,3)-(-16,8)-(+4,7)=(+6)+(-9,3)+(+16,8)+(-4,7)$
 $H=6-9,3+16,8-4,7=6+16,8-9,3-4,7=22,8-14=8,8$.

Exercice 29

a. si $(-26,9)+\boxed{?}=(+15)$,
alors :
 $\boxed{?}=(+15)-(-26,9)=+41,9$;

b. si $(+46)+\boxed{?}=(-18,5)$,
alors :
 $\boxed{?}=(-18,5)-(+46)=-64,5$;

c. si $\boxed{?}+(+27,8)=(+21,6)$
alors :
 $\boxed{?}=(+21,6)-(+27,8)=-6,2$;

d. si $\boxed{?}+(-33,6)=(+9,8)$
alors :
 $\boxed{?}=(+9,8)-(-33,6)=+43,4$;

e. si $(-11,2)+\boxed{?}=(-8,7)$
alors :
 $\boxed{?}=(-8,7)-(-11,2)=+2,5$;

f. si $(+13)=(-5,6)+\boxed{?}$
alors :
 $\boxed{?}=(+13)-(-5,6)=+18,6$.

Règle 2 :

Dans une suite d'additions ou de soustractions de nombres positifs, on peut supprimer le signe + et les parenthèses des nombres positifs.

Exercice 34

a. $(+8)-(+12)=8-12=-4$;

b. $(+15)+(+7)=15+7=22$;

c. $(+14)+(+6)-(+19)=14+6-19=20-19=1$;

d. $(+6)-(+17)+(+25)=6-17+25=31-17=14$;

e. $(+10,2)-(+4,5)+(+2,8)=10,2-4,5+2,8=13-4,5=8,5$;

f. $(+3,6)-(+2,8)-(+0,8)=3,6-2,8-0,8=3,6-3,6=0$.

Exercice 35

$A=(+7)+(-5)=(+7)-(+5)$
 $A=7-5=2$

(étape 1)
(étapes 2 puis 3)

$B=(+15)+(-11)=(+15)-(+11)$
 $B=15-11=4$;

(étape 1)
(étapes 2 puis 3)

$C=(+4,3)+(-1,3)=(+4,3)-(+1,3)$
 $C=4,3-1,3=3$;

(étape 1)
(étapes 2 puis 3)

$D=(+12)+(-15)-(+9)-(-14)$
 $D=(+12)-(+15)-(+9)+(+14)$
 $D=12-15-9+14=26-24=2$;

(étape 1)
(étapes 2 puis 3)

$E=(+7,6)+(+5,8)-(-3,4)+(-20)$
 $E=(+7,6)+(+5,8)+(+3,4)+(-20)$
 $E=7,6+5,8+3,4-20=16,8-20=-3,2$.

(étape 1)
(étapes 2 puis 3)

Exercice 36

$A=(+12)+(-16)-(+7)-(-2)$.

1.a. $A=(+12)+(-16)+(-7)+(+2)$

b. $A=12-16-7+2$.

2.a. $A=(+12)-(+16)-(+7)+(+2)$

b. $A=12-16-7+2$.

3. Les expressions, obtenues en 1. et 2., sont identiques.

4. $A=12+2-16-7=14-23=-9$.

Exercice 37

$K=(-20)+(+19)+(-18)+(+17)+(-16)$
 $K=-20+19-18+17-16=-54+36=-18$;

(règle 1)

$L=(+3,5)-(+11)-(+4)+(+9)-(+7,5)$

$L=3,5-11-4+9-7,5=12,5-22,5=-10$;

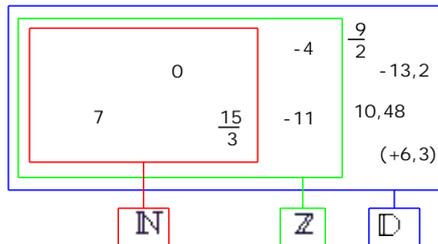
(règle 2)

$M=22,5-14,2-45,8+3,5+14$

$M=22,5+3,5+14-14,2-45,8=40-60=-20$.

Exercice 38

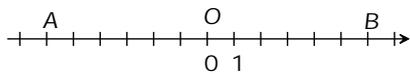
1. \mathbb{D} est l'ensemble des décimaux relatifs ;
 \mathbb{N} est l'ensemble des entiers naturels ;
 \mathbb{Z} est l'ensemble des entiers relatifs.
- 2.



Exercice 39

1. (+5) appartient à \mathbb{N} ; (-9) \in \mathbb{D} ; 0 \in \mathbb{N} ;
 $-3,7 \notin \mathbb{D}$; $-12,3 \notin \mathbb{Z}$; -7 n'appartient pas à \mathbb{N} .
2. Liste des nombres : (+5) ; (-9) ; 0 ; -3,7 ; 12,3 et -7 ;
 • les nombres de la liste qui appartiennent à la fois à \mathbb{N} , \mathbb{Z} et \mathbb{D} sont ceux qui appartiennent à \mathbb{N} : (+5) et 0.
 • les nombres de la liste qui appartiennent à la fois à \mathbb{Z} et \mathbb{D} sont ceux qui appartiennent à \mathbb{Z} : (+5), (-9), 0 et -7.

Exercice 40



- 6 est un nombre relatif négatif ; c'est l'abscisse du point A.
- 6 est un nombre relatif positif ; c'est l'abscisse du point B.
- Les nombres -6 et 6 ont la même partie numérique ou la même distance à zéro et des signes contraires ; ce sont des nombres opposés.

Exercice 41

- a. La différence entre (-31) et (-15) se traduit par :
 $(-31) - (-15)$.
- b. La différence entre (+25,7) et l'opposé de (-30) se traduit par :
 $(+25,7) - (+30)$.
2. $(-31) - (-15) = -31 + 15 = -16$.
 $(+25,7) - (+30) = 25,7 - 30 = -4,3$.

Exercice 42

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| Egalités fausses : | Egalités vraies : |
| $(-9) - (-7) = -16$; | $(-9) + (-7) = -16$; |
| $(+7,2) + (-12,2) = -19,4$; | $(-7,2) + (-12,2) = -19,4$; |
| $(+17) - (-24) = -7$; | $(+17) - (+24) = -7$; |
| $(-18,4) + (+11,6) = -30$. | $(-18,4) + (-11,6) = -30$. |

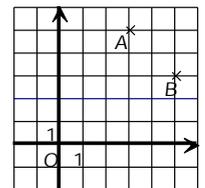
Exercice 43

- 14 ; -12,1 ; -8,9 ; -7,3
sont rangés dans l'ordre croissant.
- 7,3 ; -8,9 ; -12,1 ; -14
sont rangés dans l'ordre décroissant.
- 7 est le plus petit entier relatif supérieur à -7,3.
- 14 est le plus grand entier relatif inférieur à -13,1.
- 12,1 est le plus grand nombre décimal ayant un chiffre après la virgule et inférieur à -12.
- 8,9 est le plus petit nombre décimal ayant un chiffre après la virgule et supérieur à -9.

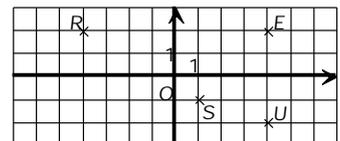
Exercice 44

1. Rangement dans l'ordre alphabétique :
 abscisse ;
 horizontal ;
 ordonnée ;
 vertical.
2. Pour A(3 ; 5) et B(5 ; 3) :
 a. 5 est l'abscisse de B.
 b. 5 est l'ordonnée de A.
 c. 3 est l'ordonnée de B.
 d. 3 est l'abscisse de A.

3. Constat :
 $A(-3 ; 2)$
 abscisse ordonnée
 cet ordre correspond à la présentation expliquée des coordonnées d'un point dans un repère du plan.



Exercice 45

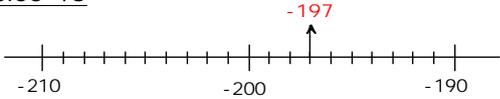


Les points E et U ont la même abscisse, mais leurs ordonnées sont opposées.
 Les coordonnées du point S sont opposées.
 Les ordonnées des points R et U sont opposées ; leurs abscisses aussi.

Exercices d'approfondissement

Exercice 46

1.



Un nombre relatif écrit avec 3 chiffres, plus petit que -190 et plus grand que -210, est de la forme : $-19\boxed{?}$ ou $-20\boxed{?}$;
donc celui dont la somme des chiffres vaut 17 est : -197.

2.

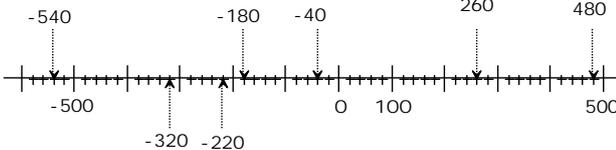


Un nombre décimal relatif compris entre -12,3 et -12,4, pouvant s'écrire avec 2 chiffres après la virgule est de la forme : $-12,3\boxed{?}$, où $\boxed{?} \neq 0$;
donc celui dont le produit de ses chiffres est un multiple de 5 est : -12,35.

3. La différence d'un nombre décimal négatif avec son opposé est le double de cet opposé [ainsi : la différence du nombre -3 avec son opposé 3 vaut : $3 - (-3) = 6$] ;
donc si cette différence vaut 10,8 alors le décimal négatif est -5,8.

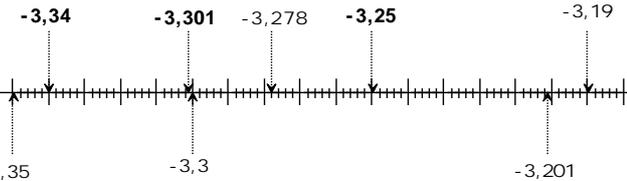
Exercice 47

1.



Le choix de la graduation doit permettre de placer sur la droite graduée la plus petite (-540) et la plus grande (+480) des abscisses.

2.



Le choix de la graduation doit permettre de placer sur la droite graduée (-3,34), (-3,19) et même des millièmes.

Exercice 48

Décalage horaire entre Mexico et Alice Springs :
 $9,5 - (-6) = 15,5$ h.
 $12 - 15,5 = -3,5$; donc, lorsqu'il est midi à Alice Springs, il est 20,5h à Mexico.

Exercice 49

1. Durées :

- de la 1^{re} guerre : $-241 - (-264) = 23$ ans ;
- de la 2^e guerre : $-202 - (-218) = 16$ ans ;
- de la 3^e guerre : $-146 - (-149) = 3$ ans.

2. Durées des périodes de paix :

- entre les 1^{re} et 2^e guerres : $-218 - (-241) = 23$ ans ;
- entre les 2^e et 3^e guerres : $-149 - (-202) = 53$ ans.

Exercice 50

				1
4	-2,5	-3	2,5	1
-1,5	1	1,5	0	1
0,5	-1	-0,5	2	1
-2	3,5	3	-3,5	1
1	1	2	1	1

				-10
-12	-2,5	-1,5	6	-10
7,5	-3	-4	-10,5	-10
2	-4,5	1,5	-9	-10
-7,5	0	-6	3,5	-10
-10	-10	-10	-10	-10

Méthode : pour chaque carré magique,
• déterminer la somme commune aux lignes, colonnes et diagonales (1^{er} carré : $-2,5 + 1 - 1 + 3,5 = 1$)
(2^e carré : $7,5 - 3 - 4 - 10,5 = -10$)
• compléter de proche en proche les lignes, colonnes et diagonales dans lesquelles il ne manque qu'un seul nombre.

Exercice 51

$M = a - b + c$; $N = a + b - c$; $O = -a - b - c$; $P = -a + b - c$.

1. Lorsque : $a = (+2)$ $b = (+8,5)$ $c = (+5,7)$
 $M = (+2) - (+8,5) + (+5,7) = (-0,8)$,
 $N = (+2) + (+8,5) - (+5,7) = (+4,8)$,
 $O = -(+2) - (+8,5) - (+5,7) = (-16,2)$,
 $P = -(+2) + (+8,5) - (+5,7) = (+0,8)$.

Lorsque : $a = (-4)$ $b = (+12,3)$ $c = (-12,3)$
 $M = (-4) - (+12,3) + (-12,3) = (-28,6)$,
 $N = (-4) + (+12,3) - (-12,3) = (+20,6)$,
 $O = -(-4) - (+12,3) - (-12,3) = (-4)$,
 $P = -(-4) + (+12,3) - (-12,3) = (+28,6)$.

2. Dans les deux cas, $M + P = 0$.

Exercice 52

$N = (-0,75) - (-0,27) + (-0,25) + (+0,13) - (+0,7)$
 $N = 0,27 + 0,13 - 0,75 - 0,25 - 0,7 = 0,4 - 1,7 = -1,3$;

$E = (+6,3) - (+1,5) - (-2,7) + (-6,3) - (+3,2)$
 $E = 6,3 + 2,7 - 1,5 - 6,3 - 3,2 = 9 - 11 = -2$;

$B = 7,3 - 5,5 - 3,7 + 6,2 - 7,3 = 13,5 - 16,5 = -3$;

$I = -2,2 + 1,1 - 3,3 + 4,4 - 2,3 = 5,5 - 7,8 = -2,3$.

Ordre croissant des résultats : $-3 < -2,3 < -2 < 1,3$;
on lit : **BIEN**.

Exercice 53

$$R = (+7,8) - (-5) - [(+9,3) - (+3)] = (+7,8) + (+5) - (6,3) = \underline{6,5} ;$$

$$S = (+23) - [(+58) + (+1,7)] + (+2,1) = 23 - 59,7 + 2,1 = \underline{-34,6}.$$

Exercice 54

$$1. A = -3,5 - (-2,3) = -3,5 + 2,3 = -1,2 ;$$

$$B = 5,7 + (-1,6 - 8,2) = 5,7 + (-9,8) = 5,7 - 9,8 = -4,1 ;$$

$$C = (7,2 - 10) - (-5,8 + 10) = (-2,8) - (+4,2) = -2,8 - 4,2 = -7.$$

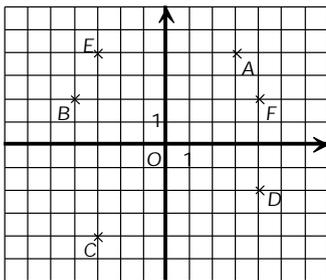
$$2. B - A = -4,1 - (-1,2) = -4,1 + 1,2 = -2,9 ;$$

$$C - B = -7 - (-4,1) = -7 + 4,1 = -2,9 ;$$

donc : $B - A = C - B.$

Exercice 55

1.



$A(3 ; 4)$ et $B(-5 ; 2)$

Constat : deux points symétriques par rapport à l'axe des ordonnées ont la même ordonnée et des abscisses opposées.

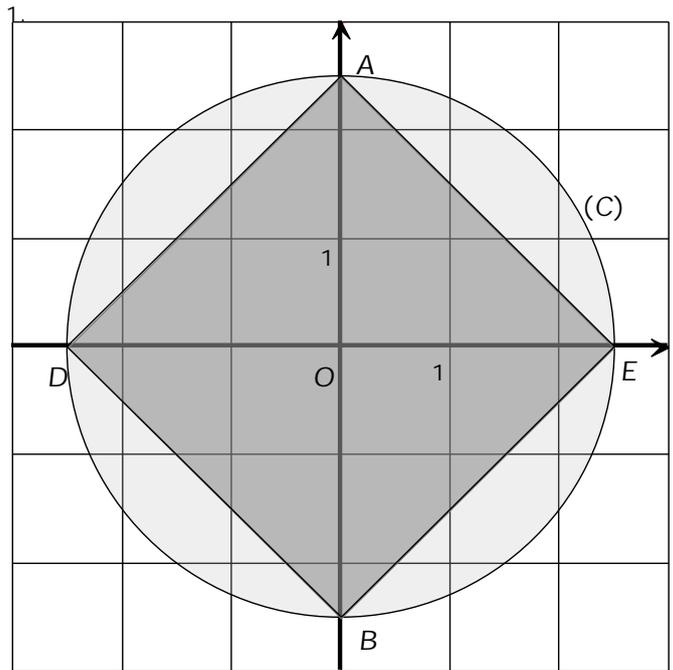
2. Le symétrique de A, par rapport à O, est C(-3 ; -4).
Le symétrique de B, par rapport à O, est D(5 ; -2).

Abscisses et ordonnées de deux points symétriques par rapport à O sont opposées.

3. Le symétrique de A, par rapport à l'axe des ordonnées, est E(-3 ; 4).

Le symétrique de B, par rapport à l'axe des ordonnées, est F(5 ; 2).

Exercice 56



Les points du cercle (C), dont l'abscisse est nulle, sont : $A(0 ; 5)$ et $B(0 ; -5)$.

Le quadrilatère ADBE, dont les sommets sont les points d'intersection de cercle (C) et des axes du repère, est un carré.

Exercice 57 (Bilan comptable)

1.

Epiceries	Chez Sadia	Miniprix	Chez Ali	24/24
Recettes du 4 ^e trimestre	2 870 000	1 540 000	3 520 000	2 470 000
Dépenses du 4 ^e trimestre	900 000	1 830 000	3 790 000	490 000
Bilan 4 ^e trimestre	1 970 000	-290 000	-270 000	1 980 000
Rappel bilan 1 ^{er} trimestre	3 850 000	-100 000	2 630 000	190 000
Rappel bilan 2 ^e trimestre	2 740 000	530 000	980 000	760 000
Rappel bilan 3 ^e trimestre	1 860 000	-180 000	3 210 000	1 150 000
Bilan annuel	10 420 000	-40 000	8 550 000	4 080 000

2. Commentaires d'un hypothétique comptable :

Chez Sadia : bonne évolution du bilan du 1^{er} au 3^e trimestre, mais décélération au 4^e trimestre ; se ressaisir.

Miniprix : seul le 2^e trimestre est positif ; l'ensemble, négatif sur l'année, est préoccupant.

Chez Ali : bonne année, malgré un dernier trimestre négatif ; à surveiller.

24/24 : bonne année ; progression importante au 4^e trimestre.

Exercice 58 (Le tournoi de football)

1. Résultats des Tigres :

avec une défaite contre les Léopards (-1 point), un match nul contre les Guépards (1 point) et une défaite contre les Panthères (-1 point), les Tigres totalisent : $-1+1-1=-1$ point.

2. Résultats des Léopards :

sachant que les Léopards ont perdu contre les Guépards (-1 point) et gagné contre les Tigres (2 points), pour totaliser 2 points ils doivent avoir fait math nul (1 point) contre les Panthères.

3. Résultats déjà connus des Guépards :

math nul avec les Tigres (1 point) et victoire contre les Léopards (2 points) donnent 3 points.

Résultats déjà connus des Panthères :

victoire contre les Tigres (2 points) et math nul contre les Léopards (1 point) donnent aussi 3 points.

Comme les Guépards et les Panthères totalisent le même nombre de points, c'est que le troisième match (entre eux) a été nul (1 point chacun en plus).

4. Classement final du tournoi :
 1^{er} ex aequo (avec 4 points) : les Guépards et les Panthères ;
 3^e (avec 2 points) : les Léopards ;
 4^e (avec -1 point) : les Tigres.

Exercice 59 (Relevé de température)

1. Lorsque l'altitude est positive, la position du relevé de température est au-dessus du niveau de l'océan.

Lorsque l'altitude est négative, la position du relevé de température est en-dessous du niveau de l'océan.

2. D'après les coordonnées du point A(0 ; 18), la température relevée à la surface de l'océan est de 18°C.

3.a. D'après les coordonnées du point D(3 ; -10), la température relevée à 3 000 m d'altitude (au-dessus de l'océan) est de -10°C.

D'après les coordonnées du point F(-3 ; 2), la température relevée à -3 000 m de profondeur (sous l'océan) est de 2°C.

4. D'après les points M(1 ; 8) et N(-0,5 ; 8) (dont les abscisses sont à déterminer sur le graphique) c'est à 1 000 m d'altitude (au-dessus de l'océan) et à -500 m de profondeur (en-dessous de l'océan) que la température relevée est de 8°C.

5. Si le point G(-5 ; 2) appartient au graphique, alors la température (qui ne peut que décroître à mesure que l'on descend en profondeur sous l'océan) est en fait constante et égale à 2°C entre -3 000 m et -5 000 m.

12 Produits et puissances de nombres relatifs

Activités de découverte	Cours Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre Mieux rédiger	Approfondissement
1	Equations du type $ax=b$ [1 p.146]	18, 19, 20, 21, 22, 23, 28, 39		53, 54
2, 3	Produit de deux nombres décimaux relatifs [2 p.146]	24, 25, 27, 42	46	55, 57, 58, 59, 61, 64, 66
4	Signe du produit de plusieurs décimaux relatifs [3 p.147]	26	45, 48	56, 60
	Apprendre à multiplier des nombres relatifs [1 p.148]	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 29, 30, 31, 32, 33, 34	47	
5	Puissances d'un nombre décimal relatif [4 p.147]	35, 36, 40, 41	49, 50, 51, 52	
6	Calculs avec des puissances [5 p.147]	37, 38, 43, 44		62, 63, 65
	Apprendre à calculer avec les puissances [2 p.149]	8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17		

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

Activités de découverte

1 Rechercher un facteur

- L'équation $5x=35$ a pour solution le nombre : $35\div 5=7$.
- L'équation $6x=15$ a pour solution le nombre : $15\div 6=2,5$.
- L'équation $3,4x=68$ a pour solution le nombre : $68\div 3,4=20$.
- a. L'équation $3x=8$ n'a pas pour solution le nombre 2,666 ; en effet : $3\times 2,666=7,998$ et $7,998\neq 8$.

b. Par contre $3\times \frac{8}{3}=8$; donc la solution de l'équation $3x=8$ est le nombre : $\frac{8}{3}$.

4.a. Equations dont on peut trouver la solution en effectuant une division :

- $5x=9$ a pour solution le nombre : $1,8=9\div 5$;
- $17x=34$ a pour solution le nombre : $2=34\div 17$;
- $6x=27$ a pour solution le nombre : $4,5=27\div 6$.

b. Equations dont on peut trouver la solution sous forme de fraction :

- $3x=14$ a pour solution le nombre : $\frac{14}{3}$;
- $9x=5$ a pour solution le nombre : $\frac{5}{9}$.

2 Agrandir les tables de multiplication

Activité pour découvrir que le produit d'un nombre positif et d'un nombre négatif est un nombre négatif.

3 Et pour multiplier deux nombres négatifs ?

Activité pour découvrir que le produit de deux nombres négatifs est un nombre positif.

4 Produit de plusieurs nombres relatifs

- Le signe d'un produit de nombres relatifs non nuls dépend du nombre de facteurs négatifs :
 - Avec 3 (nombre impair) facteurs négatifs, le produit $(-3)\times(+6)\times(-5)\times(+8)\times(-9)$ est négatif.
 - Avec 4 (nombre pair) facteurs négatifs, le produit $(+12)\times(-36)\times(-82)\times(+79)\times(+28)\times(-40)\times(-91)$ est positif.
- Si un produit de cinq facteurs, autres que zéro, est négatif, alors ce produit peut comporter : un, trois ou cinq facteurs négatifs.
 - Si un produit de sept facteurs, autres que zéro, est positif, alors ce produit peut comporter : deux, quatre ou six facteurs négatifs.
- Le signe d'un produit de 48 facteurs, autres que zéro et dont 23 sont négatifs, est négatif ;
 - le signe d'un produit de 57 facteurs, autres que zéro et dont 34 sont négatifs est positif.

5 Notion de puissances

1.a. Si lundi Kouma confie un secret à 5 de ses amies, chacune d'elles le confiant à son tour mardi à 5 de leurs amies (qui ne le connaissent pas encore et sont distinctes 2 à 2), c'est $5 \times 5 = 25$ nouvelles personnes qui apprendront le secret le mardi.

b. Si, chaque jour suivant, chacune des personnes qui a appris le secret la veille le confie à son tour à 5 autres personnes (qui ne le connaissent pas encore et sont distinctes 2 à 2), c'est :

- $25 \times 5 = 125$ nouvelles personnes, qui apprendront le secret le mercredi ;
- $125 \times 5 = 625$ nouvelles personnes, qui apprendront le secret le jeudi.

2.a. Le produit $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$, noté 5^7 , est le nombre de nouvelles personnes qui apprendront le secret le dimanche suivant.

b. C'est alors depuis 7 jours que le secret a commencé à se répandre.

3.a. Nombre de personnes qui apprendront le secret le dixième jour après qu'il a commencé à se répandre :

$$5^{10} = 5 \times 5.$$

b. $A = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^6$;

$$B = (+2) \times (+2) \times (+2) \times (+2) \times (+2) = (+2)^5.$$

6 Des règles de calcul sur les puissances

Activités pour découvrir deux règles de calculs avec des puissances :

a. produit de deux puissances d'un même nombre
 $a^m \times a^n = a^{m+n}$;

b. produit de puissances de même exposant
 $a^n \times b^n = (a \times b)^n$.

1 Apprendre à multiplier des nombres relatifs

Exercice 1

- a. $(-5) \times (+3) = -15$;
 c. $(-4) \times (-12) = +48$;

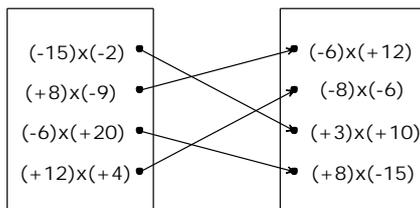
- b. $(-10) \times (-6) = +60$;
 d. $(+9) \times (-8) = -72$.

Exercice 2

- a. $(+6) \times (+8) = +48$;
 c. $(-3,8) \times (-4) = +15,2$;
 e. $(+6,2) \times (-1,7) = -10,54$;

- b. $(-4) \times (-7) = +28$;
 d. $(-20) \times (+4,7) = -94$.
 f. $(+15) \times (-0,2) = -3$.

Exercice 3



Exercice 4

- A = $(-39) \times (-33) \times (-29) \times (-28)$, produit de 4 nombres négatifs, est un nombre positif ;
 B = $(+19) \times (-47) \times (+41) \times (+18)$, produit de 4 nombres dont 1 négatif, est un nombre négatif ;
 C = $(+39) \times (+31) \times (+24) \times (22) \times (+50)$, produit de 5 nombres positifs, est positif ;
 D = $(+14) \times (-43) \times (+45) \times (-7) \times (+44) \times (-50)$, produit de 6 nombres dont 3 sont négatifs, est négatif.

2 Apprendre à calculer avec les puissances

Exercice 8

- a. $(-9) \times (-9) \times (-9) \times (-9) \times (-9) = (-9)^5$;
 b. $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^7$;
 c. $(-0,2) \times (-0,2) \times (-0,2) \times (-0,2) = (-0,2)^4$;
 d. $(+124) \times (+124) \times (+124) = (+124)^3$.

Exercice 9

- $(-2)^3$ est négatif ; $(-3)^4$ est positif ; $(-4)^5$ est négatif ;
 $(-5)^6$ est positif ; $(-6)^7$ est négatif.

Exercice 10

- a. $(+2)^5 = +32$;
 c. $(-10)^4 = +10\,000$;
 e. $(+0,1)^4 = +0,000\,1$;
 g. $(-100)^3 = -1\,000\,000$;
 h. $(-7)^1 = -7$;

- b. $(+6)^3 = +216$;
 d. $(+0,5)^2 = +0,25$;
 f. $(-5)^2 = +25$;
 i. $(-0,9)^2 = +0,81$.

Exercice 11

- $(-2)^4 = (-4)^2 = +16$;
 $(+3)^4 = (+9)^2 = +81$;
 $(-8)^2 = (+2)^6 = 64$;
 $(-5)^2 = 25$.

Exercice 12

- $2^5 \neq 2^3$;
 $0,7^2 = 0,49$;

$$3^2 \neq 2^3$$

$$(-1)^{10} \neq (+10)$$
 ;

$$(-0,2)^2 \neq +0,4$$
 ;

$$4^3 \neq 32^2$$

Exercice 5

1. Avec 8 fautes d'orthographe, le total de la pénalité donnée à Pape est de :
 $8 \times (-2) = -16$ points.
 2. Avec 5 fautes de grammaire et 3 fautes de conjugaison, le total de la pénalité donnée à Marcelline est de :
 $5 \times (-3) + 3 \times (-3) = -24$ points.

Exercice 6

- E = $(-2) \times (+12) \times (-5) = +120$;
 F = $(+3) \times (-6) \times (+11) = -198$;
 G = $(-3) \times (-1) \times (+3) \times (+3) = +27$;
 H = $(-10) \times (+4) \times (-5) \times (-5) = -1\,000$.

Exercice 7

- I = $(-15) + (+8) \times (-4) + (+50) = (-15) + (-32) + (+50) = +3$;
 J = $(-3) \times (-9) + (-6,5) \times (+2) = (+27) + (-13) = +14$;
 K = $(+18) - (-12) + (-7) \times (+6) = (+30) + (-42) = -12$;
 L = $(-7) + (-19) + (-14) \times (-3) = (-26) + (+42) = +16$.

Exercice 13

- a. $(+6)^3 \times (+6)^5 = (+6)^8$;
 c. $(-3,5)^4 \times (-3,5)^3 = (-3,5)^7$;

- b. $(-3)^2 \times (-3)^6 = (-3)^8$;
 d. $(+0,7)^5 \times (+0,7)^8 = (+0,7)^8$.

Exercice 14

- a. $(+2)^7 \times (+3)^7 = (+6)^7$;
 c. $(-3)^6 \times (-2)^6 = (+6)^6$;

- b. $(-4)^{10} \times (+5)^{10} = (-20)^{10}$;
 d. $(+7)^4 \times (-4)^4 = (-28)^4$.

Exercice 15

- R = $(+14)^3 \times (+14)^{11} = (+14)^{14}$;
 S = $(-8,2)^7 \times (-8,2)^1 = (-8,2)^8$;
 T = $(+7,1)^{15} \times (+7,1)^2 = (+7,1)^{17}$;
 U = $(-13)^5 \times (-13)^8 = (-13)^{13}$.

Exercice 16

- A = $(+12)^2 \times (+3)^2 = (+36)^2$;
 C = $(-10,2)^7 \times (-3)^7 = (-30,6)^7$;
 E = $(-6)^{10} \times (+2)^{10} \times (-5)^{10} = (+60)^{10}$;
 F = $(+1)^5 \times (-2)^5 \times (+3)^5 \times (-4)^5 = (+24)^5$;

Exercice 17

1. Nombre de petits enfants : $3 \times 3 = 3^2$.
 2.a. Nombre de bonbons donnés à chacun des enfants :
 $3 \times 3 \times 3 = 3^3$.
 b. Nombre total de bonbons donnés : $3^2 \times 3^3 = 3^5$.

Activités d'application

Equations du type $ax=b$

Exercice 18

- a. L'équation $4x=20$ a pour solution : $\frac{20}{5}=\underline{4}$;
- b. l'équation $6x=33$ a pour solution : $\frac{33}{6}=\underline{0,5}$;
- c. l'équation $9x=26$ a pour solution : $\frac{26}{9}$;
- d. l'équation $25xy=18$ a pour solution : $\frac{18}{25}=\underline{0,72}$;
- e. l'équation $16=32xy$ a pour solution : $\frac{16}{32}=\underline{0,5}$;
- f. l'équation $29=6xy$ a pour solution : $\frac{29}{6}$.

Exercice 19

- L'équation $35x=14$ a pour solution : $\frac{14}{35}=\frac{2}{5}=\underline{0,4}$;
- L'équation $54x=36$ a pour solution : $\frac{36}{54}=\frac{2}{3}$;
- L'équation $72x=63$ a pour solution : $\frac{63}{72}=\frac{7}{8}=\underline{0,875}$;
- L'équation $70=42xy$ a pour solution : $\frac{70}{42}=\frac{5}{3}$;
- L'équation $36xy=54$ a pour solution : $\frac{54}{36}=\frac{3}{2}=\underline{1,5}$;
- L'équation $12=18xy$ a pour solution : $\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$.

Exercice 20

Tout d'abord $\frac{7}{3} \neq 3,2$, donc ces deux nombres ne peuvent pas être ensemble solutions de ces équations.

- a. $6 \times \frac{7}{3} = 14$ donc $\frac{7}{3}$ est solution de $6x=14$;
- b. $5 \times 3,2 = 16$ donc $3,2$ solution de $5x=16$;
- c. $4,5 \times 3,2 = 14,4$ donc $3,2$ solution de $14,4=4,5x$;
- d. $20 \times \frac{7}{3} = \frac{140}{3}$ et $\frac{140}{3} \neq 64,2$; $20 \times 3,2 = 64$ et $64 \neq 64,2$;
donc ni $\frac{7}{3}$ ni $3,2$ n'est solution de $20xy=64,2$;
- e. $18 \times \frac{7}{3} = 42$ donc $\frac{7}{3}$ est solution de $18xy=42$;
- f. $15 \times \frac{7}{3} = 35$ et $35 \neq 48,3$; $15 \times 3,2 = 48$ et $48 \neq 48,3$;
donc ni $\frac{7}{3}$ ni $3,2$ n'est solution de $48,3=15xy$.

Exercice 21

- Si le périmètre d'un triangle équilatéral de côté x est égal à $7,2$ cm, alors : $xx=7,2$ ou $3x=7,2$.
- Donc le côté de ce triangle mesure : $\frac{7,2}{3}=\underline{2,4}$ cm.

Exercice 22

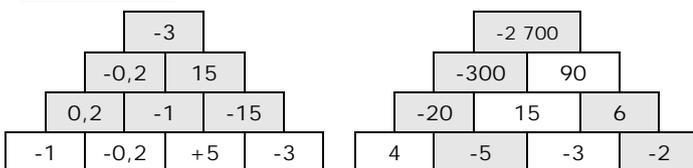
- Désignons pas x le nombre inconnu ; on a : $2x=48$.
Donc : $x=\frac{48}{2}=\underline{24}$.
- Désignons par y le nombre inconnu ; on a : $5y=100$.
Donc : $y=\frac{100}{5}=\underline{20}$.

Exercice 23

Soit x mon âge ; on a : $3x=42$. Donc : $x=\frac{42}{3}=\underline{14}$ ans.

Multiplication

Exercice 24



Exercice 25

x	-0,3	+1,6	-8	-32	0,05	-80
-10	3	-16	80	320	-0,5	800
+0,2	-0,06	0,32	-1,6	-6,4	0,01	-160
-7	2,1	-11,2	56	224	-0,35	560

Exercice 26

- $(-10) \times (-15) \times \square \times (-8)$ est positif si \square est négatif.
- $(-12) \times \square \times (+5) \times (-12)$ est négatif si \square est négatif.
- $7 \times \square \times (-0,95) \times (-8)$ est positif si \square est positif.
- $4 \times (-6) \times \square \times 0,2 \times 9$ est négatif si \square est positif.

Exercice 27

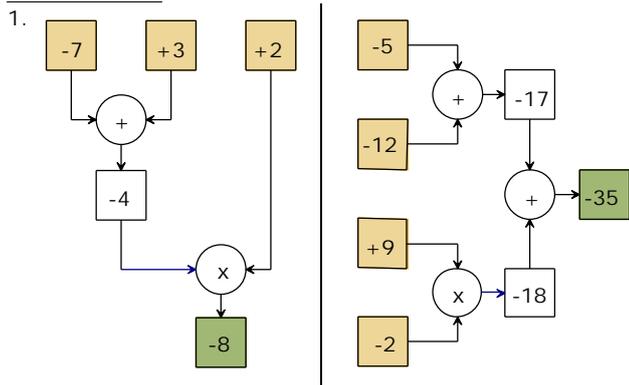
- $(-7) \times 0,6 \times (-1) = \underline{4,2}$;
 - $(-0,2) \times (-6) \times (-3) = \underline{-3,6}$;
 - $0,69 \times (-3) \times (-2) = \underline{4,14}$;
 - $(-5) \times 0,42 \times 2 = \underline{-4,2}$;
 - $4 \times (-0,22) \times 5 = \underline{-4,4}$;
 - $19 \times 0,1 \times (-2) = \underline{-3,8}$.
- $-4,4 < -4,2 < -3,8 < -3,6 < 4,14 < 4,2$.

Exercice 28

- $(+7) \times (+4) = +28$;
- $(+10) \times (-16) = -160$;
- $(-15) \times (+4) = -60$;
- $(-9) \times (-12) = +108$;
- $(-20) \times (+15) = -300$;
- $(-11) \times (-5) = +55$.

Enchaînement d'opérations

Exercice 29



2. Traduction par un calcul en ligne :

$$\begin{aligned} [(-7) + (+3)] \times (+2) &= \\ (-4) \times (+2) &= \\ -8. & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-5) + (-12) + (+9) \times (-2) &= \\ (-17) + (-18) &= \\ -35. & \end{aligned}$$

Exercice 30

a	b	c	bxc	a+ bxc	a-bxc
-4	4	6	24	20	-28
9	-8	8	-64	-55	73
-5	-9	-7	63	58	-68

Puissances

Exercice 35

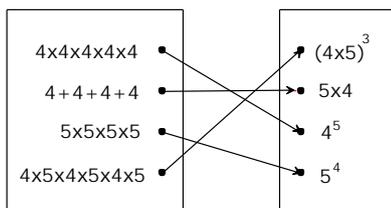
1. a. $(+1)^1 = +1$; $(-1)^1 = -1$; $(+1)^2 = +1$;
 $(-1)^2 = +1$; $(+1)^3 = +1$; $(-1)^3 = -1$;
 $(+1)^4 = +1$; $(-1)^4 = +1$; $(+1)^5 = +1$;
 $(-1)^5 = -1$; $(+1)^6 = +1$; $(-1)^6 = +1$.
- b. $(+2)^1 = +2$; $(-2)^1 = -2$; $(+2)^2 = +4$;
 $(-2)^2 = +4$; $(+2)^3 = +8$; $(-2)^3 = -8$;
 $(+2)^4 = +16$; $(-2)^4 = +16$; $(+2)^5 = +32$;
 $(-2)^5 = -32$; $(+2)^6 = +64$; $(-2)^6 = +64$.

2. a. Les puissances d'un nombre positif sont positives.
 b. Les puissances paires d'un nombre néгатif sont positives.
 Les puissances impaires d'un nombre néгатif sont néгатives.

Exercice 36

- a. $(+?)^5$ est un nombre positif ;
 b. $(-?)^8$ est un nombre positif ;
 c. $(-?)^{13}$ est un nombre négatif ;
 d. $(-?)^6$ est nombre positif.

Exercice 37



Exercice 38

- a. $(-7) \times (-7) \times (-7) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-7)^3 \times (-2)^5$;
 b. $(+5) \times (+5) \times (+5) \times (+5) \times (-8) \times (-8) = (+5)^4 \times (-8)^2$;
 c. $(+14) \times (-9) \times (+14) \times (-9) \times (-9) \times (-9) \times (+14) = (-9)^4 \times (+14)^3$;
 d. $(-11) \times (-7) \times (-11) \times (-7) \times (-11) \times (-7) = (-11)^3 \times (-7)^3$.

Exercice 31

- a. $(+10) + (-6) \times (-4) = (+10) + (+24) = +34$;
 b. $(+7) - (+5) \times (-6) = (+7) - (-30) = +37$;
 c. $(-12) \times (+5) - (-7) = (-60) - (-7) = -53$;
 d. $(+8) \times (-6) + (-9) = (-48) + (-9) = -57$;
 e. $(+2) \times (-6) - (-5) \times (+10) = (-12) - (-50) = +38$;
 f. $(+8) + (-4) \times (+7) - (+6) \times (-10) = (+8) + (-28) - (-60) = +40$.

Exercice 32

- a. $(+5) \times [(-4) - (-6)] = (+5) \times (+2) = +10$;
 b. $[(+6) + (+9)] \times (-4) = (+15) \times (-4) = -60$;
 c. $(+6) \times [(-7) - (+5)] = (+6) \times (-12) = -72$;
 d. $[(-5) - (-2)] \times (+9) = (-3) \times (+9) = -27$;
 e. $(+8) + (-10) \times [(+9) + (+2)] = (+8) + (-10) \times (+11) = (+8) + (-110) = -102$;
 f. $(-7) + (+3) \times [(-8) - (+1)] - (-33) = (-7) + (+3) \times (-9) - (-33) = (-7) + (-27) - (-33) = -1$.

Exercice 33

- A = $(-12) + (+5) \times (+6) = (-12) + (+30) = +18$;
 B = $(+14) - (+7) \times (+3) = (+14) - (+21) = -7$;
 C = $(-9) - (+2) \times (-3) = (-9) - (-6) = -3$;
 D = $(+10) - (-5) \times (-2) = (+10) - (+10) = 0$.

Exercice 34

- E = $[(-12) + (+5)] \times (+6) = (-7) \times (+6) = -42$;
 F = $[(+14) - (+7)] \times (+3) = (+7) \times (+3) = +21$;
 G = $[(-9) - (+2)] \times (-3) = (-11) \times (-3) = +33$;
 H = $[(+10) - (-5)] \times (-2) = (+15) \times (-2) = -30$.

Exercice 39

- n est un entier naturel ;
 a. si 2n désigne le double de 24, alors n=24 ;
 b. si 3n désigne le triple de 32, alors n=32.

Exercice 40

1. Après 6 pliages en deux d'une feuille de papier, il y a $2^6 = 64$ épaisseurs de feuille de papier.
 2. Après 4 pliages en trois d'une feuille de papier, il y a $3^4 = 81$ épaisseurs de feuille de papier.

Exercice 41

1. Le périmètre d'un triangle équilatéral, de côté 3 cm, est égal à $3 \times 3 = 3^2$ cm.
 2. Le périmètre d'un carré, de côté 25 cm, est égal à $4 \times 25 = 2^2 \times 5^2 = 10^2$ cm.

Exercice 42

Si un nénuphar, qui double chaque jour sa surface, recouvre au bout de 10 jours la totalité de la surface d'une mare, c'est qu'en 9 jours il en a recouvert la moitié. C'est donc aussi en 9 jours que la totalité de la surface de la mare sera recouverte par deux nénuphars.

Exercice 43

- A = $7 + 3 \times 5^2 = 7 + 3 \times 25 = 82$;
 B = $2 \times 5^2 - 4^2 = 2 \times 25 - 16 = 34$;
 C = $-5 + 4 \times 6^2 = -5 + 4 \times 36 = 139$;
 D = $-8 + 3 \times (-4)^2 = -8 + 3 \times 16 = 40$.

Exercice 44

- E = $3 \times 2^5 = 3 \times 32 = 96$; F = $15 + 3^4 = 15 + 81 = 96$;
 G = $14^2 - 10^2 = 196 - 100 = 96$; H = $\frac{2 \times 12^2}{3} = \frac{2 \times 144}{3} = 96$;
 donc : E=F=G=H.

Exercice 45

- $(+7) + (+5) = +12$; $(+7) \times (+5) = +35$;
 $(+6) + (-8) = -2$; $(+6) \times (-8) = -48$;
 $(-9) + (+7) = -2$; $(-9) \times (+7) = -63$;
 $(-3) + (-4) = -7$; $(-3) \times (-4) = +12$.
- La règle, exprimée par Simon Stévin, est utile pour la multiplication.

Exercice 46

- La somme de (-12) et de (-4) se traduit par :
 $(-12) + (-4) = -16$.
- La différence de (-12) et de (-4) se traduit par :
 $(-12) - (-4) = -8$.
- Le produit de (-12) et de (-4) se traduit par :
 $(-12) \times (-4) = +48$.
- Le produit de (-4) par la somme de (-3) et (-12) se traduit par :
 $(-4) \times [(-3) + (-12)] = (-4) \times (-15) = +60$.
- La différence du produit de (-4) par (-3) et du produit de (-12) par $(+3)$ se traduit par :
 $[(-4) \times (-3)] - [(-12) \times (+3)] = (+12) - (-36) = +48$.

Exercice 47

- $(-7) \boxed{\times} (-6) = (+42)$; b. $(-7) \boxed{-} (-6) = (-1)$;
- $(-8) \boxed{+} (+2) = (-6)$; d. $(-8) \boxed{-} (+2) = (-10)$;
- $(-3) \boxed{\times} (+3) = (-9)$; f. $(-3) \boxed{+} (-3) = (-6)$;
- $(-6) \boxed{-} (+2) = (-8)$; h. $(-6) \boxed{\times} (+2) = (-12)$.

Exercice 48

- Le produit de deux nombres négatifs est positif.
- Le signe de la différence de deux nombres négatifs n'est pas connu à l'avance.
- La somme de deux nombres négatifs est négative.
- La somme du produit de deux nombres négatifs et du produit de deux nombres positifs est positive.

Exercice 49

- $(+3,7)^6$ est le produit de 6 facteurs égaux à $+3,7$.
- Le produit de 9 facteurs égaux à (-8) s'écrit $(-8)^9$.
- Le produit de 4 facteurs égaux à (-6) est égal à -6 exposant 4.
- $(-1,6)^3$ est le produit de 3 facteurs égaux à $(-1,6)$.

Exercice 50

- $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -12$.
 - $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) = (-3) \times 4$.
 - $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = +81$.
 - $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^4$.
 - Les résultats obtenus au 1. et au 2. ne sont pas les mêmes.
 - $(-5) \times 4 = -20$ et $(-5)^4 = 625$;
 - $(+1) \times 12 = 12$ et $(+1)^{12} = 1$;
 - $(-2) \times 2 = -4$ et $(-2)^2 = 4$;
 - $(+2) \times 2 = 4$ et $(+2)^2 = 4$.
- En général (sauf en d.) les résultats ne sont pas les mêmes.

Exercice 51

- Aire du carré de côté 3 cm : $3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$.
 - Cette aire est égale à 3^2 .
 - C'est une raison pour laquelle 3^2 se lit "trois au carré".
 - 7^2 , qui se lit "sept au carré" est l'aire d'un carré de côté 7 cm.
- Volume du cube de côté 2 cm : $2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ cm}^3$.
 - Ce volume est égal à 2^3 .
 - C'est une raison pour laquelle 2^3 se lit "deux au cube".
 - 6^3 , qui se lit "six au cube" est le volume d'un cube de côté 6 cm.
- $(-3)^2$ et $(-2)^3$ n'ont pas d'interprétation géométrique, "dans la mesure où toute mesure" est un nombre positif.

Exercice 52

- $(-4)^7$ est une puissance de (-4) ;
7 est l'exposant de cette puissance.
- La puissance de 5 dont l'exposant est 3 est égal à 125.

Exercices d'approfondissement

Exercice 53

$A=(x-12)\times(-5)$ est nul pour $x=+12$;
 $B=(x+8)\times(-7)$ est nul pour $x=-8$;
 $C=(-2)\times(1+x)$ est nul pour $x=-1$;
 $D=(-0,1)\times(0,5+x)$ est nul pour $x=-0,5$;
 $E=x\times(-9)$ est nul pour $x=0$;
 $F=(x-1)\times[(+7)+(-7)]$ est nul pour toutes les valeurs de x .

Exercice 54

- a. $7\times \boxed{0,5} = 3,5$; b. $7\times \boxed{(-0,5)} = -3,5$;
 c. $(-7)\times \boxed{0,5} = -3,5$; d. $(-7)\times \boxed{(-0,5)} = 3,5$;
 e. $\boxed{(-9)} \times (-3) = 27$; f. $\boxed{(-10)} \times (-2) = 20$;
 g. $\boxed{(-2)} \times 0,5 = -1$; h. $\boxed{(-0,1)} \times (-2) = 0,2$.

Exercice 55

1. Il y a six couples de nombres relatifs dont le produit est -12 :
 1 et -12 ; -1 et 12 ;
 2 et -6 ; -2 et 6 ;
 3 et -4 ; -3 et 4.
2. Il y a aussi six couples de nombres relatifs dont le produit est 12 :
 1 et 12 ; -1 et -12 ;
 2 et 6 ; -2 et -6 ;
 3 et 4 ; -3 et -4.

Exercice 56

- On sait que $x \neq 0$ et $y \neq 0$.
- Si la somme de x et y est négative et leur produit est positif, alors x et y sont négatifs.
 - Si le produit de x et y est négatif et x est supérieur à y , alors x est positif et y est négatif.
 - Si la somme de x et y est nulle et y est supérieur à x , alors y est positif et x est négatif (de plus y et x sont opposés).

Exercice 57

On sait que $a \times b = -1$.

$E = 9 \times a \times (-4) \times b = 36$; $F = b \times (-3,5) \times a \times 4 = 14$;
 $G = (-8) \times a \times (-7) \times b = -56$; $H = 0,2 \times b \times (-10) \times a = 2$.

Exercice 58

$A = (-5) \times (-14) \times (+0,2) \times (+100)$
 $= [(-5) \times (+0,2)] \times (+100) \times (-14) = 1\ 400$;
 $B = (+0,1) \times (-35) \times (+100) \times (+0,1) \times (-2)$
 $= [(+0,1) \times (+0,1) \times (+100)] \times (-35) \times (-2) = 70$;
 $C = (+0,5) \times (-4) \times (-10) \times (-0,25)$
 $= [(-4) \times (-0,25)] \times (-10) \times (+0,5) = -5$;
 $D = (-0,01) \times (+250) \times (+42) \times (-100) \times (+4)$
 $= (-0,01) \times (-100) \times (+250) \times (+4) \times (+42) = 42\ 000$.

Exercice 59

- Si $a=(+7)$, $b=(-12)$ et $c=(-4)$ alors :
- $a+b \times c = (+7) + (-12) \times (-4) = (+7) + (+48) = +55$;
 - $(a+b) \times c = [(+7) + (-12)] \times (-4) = (-5) \times (-4) = +20$;
 - $a-b \times c = (+7) - (-12) \times (-4) = (+7) - (+48) = -41$;
 - $(a-b) \times c = [(+7) - (-12)] \times (-4) = (+19) \times (-4) = -76$.

Exercice 60

- $(-...)\times(-...)+(+...)$ est un nombre positif ;
- $(-...)+(+...)\times(-...)$ est un nombre négatif ;
- Le signe de $(+...)+(-...)\times(+...)$ ne peut être connu à l'avance ;
- $(+...)\times(+...)\times(-...)$ est un nombre négatif.

Exercice 61

				24
20	-0,02	-5	12	24
-2	30	-2	0,2	24
-0,6	-1	0,4	100	24
1	40	6	0,1	24
24	24	24	24	24

Pour que le carré ci-dessus soit multiplicativement magique, il faut modifier un nombre (celui de la 4^e ligne et 3^e colonne) : changer le 5 en 6.

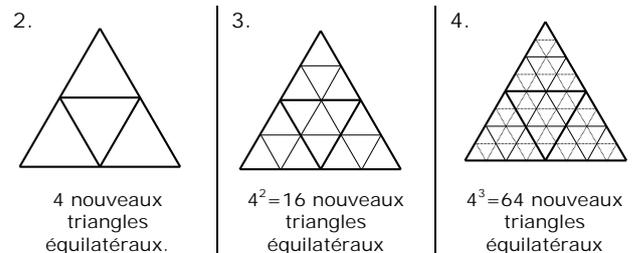
				5^{34}
5^{16}	5^3	5^2	5^{13}	5^{34}
5^5	5^{10}	5^{11}	5^8	5^{34}
5^9	5^6	5^7	5^{12}	5^{34}
5^4	5^{15}	5^{14}	5^1	5^{34}
5^{34}	5^{34}	5^{34}	5^{34}	5^{34}

Exercice 62

$E = 5 \times 2^3 - 4 \times 6 = 5 \times 8 - 4 \times 6 = 40 - 24 = 16$;
 $F = 5 \times (2^3 - 4 \times 6) = 5 \times (8 - 24) = 5 \times (-16) = -80$;
 $G = 5 \times (2^3 - 4) \times 6 = 5 \times (8 - 4) \times 6 = 5 \times 4 \times 6 = 120$;
 $H = (5 \times 2^3 - 4) \times 6 = (5 \times 8 - 4) \times 6 = (40 - 4) \times 6 = 36 \times 6 = 216$.

Exercice 63

1. Ci-contre une réduction du triangle équilatéral de côté 8 cm.



5. En répétant la procédure 5 fois de suite, on obtient $4^5 = 1\ 024$ nouveaux triangles équilatéraux ;
 En répétant la procédure 8 fois de suite, on obtient $4^8 = 65\ 536$ nouveaux triangles équilatéraux ;
 En répétant la procédure 15 fois de suite, on obtient $4^{15} = 1\ 073\ 741\ 824$ nouveaux triangles équilatéraux.

Activités d'intégration

Exercice 64 (Des achats et des ventes)

Modèles	Qté	Prix	Total
NOSY X11	12	+25 000	+300 000
TAMTUNG P680	7	-30 000	-210 000
NAKIO 200	15	-22 000	-330 000
WHITEBERRY 23AX	10	+28 000	+280 000
IFONE 1	5	-45 000	-225 000
		TOTAL	-185 000

Si le bilan total à la fin de la journée est de -185 000 F CFA, alors le total de la ligne NAKIO 200 est (en milliers de F CFA) :
 $-185 - 300 + 210 - 280 + 225 = -330$.

Comme $330 \div 22 = 15$, on peut dire que Félix a acheté :
 15 téléphones NAKIO 200.

Exercice 65 (Coloriage)

- En utilisant au maximum trois crayons de couleurs, Sali peut colorier les 10 régions de sa carte du Cameroun de :
 $3^{10} = 59\,049$ façons différentes.
 - En utilisant au maximum cinq crayons de couleurs, Sali peut colorier les 10 régions de sa carte du Cameroun de :
 $5^{10} = 9\,765\,625$ façons différentes.
 - Le nombre de couleurs nécessaires pour colorier une carte, partagée en un certain nombre de régions (ou de pays), sans que deux qui ont une frontière commune aient la même couleur, a été trouvé en 1976 ... par ordinateur (ce qui produisit alors une tempête incroyable chez les mathématiciens !). A ainsi été établi le théorème des 4 couleurs.
- Il est possible de vérifier (sur une carte du Cameroun, que le professeur pourra reproduire et distribuer à ses élèves), que si l'on ne veut pas que deux régions voisines soient de la même couleur :
- deux couleurs ne suffisent pas pour colorier cette carte (1^{ère} vérification aisée) ;
 - trois couleurs ne suffisent pas non plus (même si cette 2^e vérification est moins facile) ;
 - quatre couleurs suffisent effectivement (3^e vérification aisée).

Exercice 64 (Le grand tournoi)

Pour organiser un tournoi de football à partir des 32^e de finale, il faut 64 équipes qui disputeront :

- 32 matchs lors de ces 32^e de finale,
- 16 matchs lors des 16^e de finale,
- 8 matchs lors des 8^e de finale
- 4 matchs lors des ¼ de finale,
- 2 matchs lors des ½ finales,
- 1 match lors de la finale,

c'est-à-dire $32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 63$ matchs en tout, pour lesquels il faut 63 arbitres de champ.

Ces arbitres recevant une prime de 10 000 F CFA par match, ils recevront en tout : $63 \times 10\,000 = 630\,000$ F CFA.

L'équipe vainqueur recevra une coupe d'une valeur de 20 000 F CFA et l'équipe finaliste une coupe de 10 000 F CFA.

Ces frais incompressibles s'élèveront à : $630\,000 + 20\,000 + 10\,000 = 660\,000$ F CFA.

Il restera donc : $2\,000\,000 - 660\,000 = 1\,340\,000$ F CFA, pour commander les médailles des $64 \times 16 = 1\,024$ joueurs.

Comme $1\,340\,000 \div 1\,024 \approx 1\,308,59\dots$, la ligue régionale de football pourra commander le modèle moyen de médaille (à 1 300 F CFA l'unité) ... si elle souhaite utiliser au maximum son budget.

13 Proportionnalité

Activités de découverte	Cours Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre Mieux rédiger	Approfondissement
1	Grandeurs proportionnelles – coefficient de proportionnalité [1 p.158]		31	
	Mouvement uniforme et vitesse constante [2a p.158]	11, 12, 14, 15, 16,	36	42, 44
2	Vitesse moyenne [2b p.158]	13,		
3	Débit [3 p.158]			39, 40,
4	Masse volumique d'un corps homogène [4 p.159]	22, 23, 24, 25,		41,
	Apprendre à calculer et utiliser des grandeurs [1 p.160] *	1, 2, 3, 4, 5, 6,		
	Apprendre à convertir des grandeurs [2 p.161] *	7, 8, 9, 10, 29, 30,	32, 33, 34, 35, 37	
5	Représentation graphique d'un tableau à deux lignes [5 p.159]	26, 27, 28,	38	43, 45

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

Activités de découverte

1 Le régulateur automatique de vitesse

C'est la voiture bleue qui a utilisé le régulateur de vitesse, pour laquelle la distance parcourue a été proportionnelle au temps écoulé (à raison de 1,5 km par minute) et dont le mouvement est uniforme.

2 Voyage en voiture

- La voiture de Noah n'a pas eu un mouvement uniforme, dans la mesure où la distance parcourue durant les 3 premières heures est inférieure à celle parcourue durant les 2 dernières heures.
- Vitesses moyennes sur :
 - la route en terre : 43 km/h ;
 - la route bitumée : 71 km/h ;
 - la totalité du trajet : 54,2 km/h.

3 Pénurie

- Nombre moyen de barils de pétrole extrait par jour : 50 000.
- Les réserves seront épuisées en 500 jours.

4 Exploitation forestière

- Il peut paraître surprenant que le tasseau en Niangon flotte et que la planche d'Azobé coule.
- Avec un volume plus grand pour le glaçon, un glaçon de 10 g flotte alors qu'une bille d'acier de 1 g coule.

2.a. 1 L (ou 1 dm³) d'eau douce pèse 1 kg.

b. 1 m×10 cm×10 cm = 10 dm×1dm×1dm= 10 dm³ donc 1 dm³ de Niangon pèse : $\frac{7}{10} = 0,7$ kg.

c. 2 m×10 cm×2 cm = 20 dm×1 dm×0,2 dm = 4 dm³ donc 1 dm³ d'Azobé pèse : $\frac{4,4}{4} = 1,1$ kg.

3. Le Niangon flotte et l'Azobé coule puisque, pour des volumes identiques de 1 dm³, la masse du premier est inférieure à celle de l'eau alors que la masse du second est supérieure à celle de l'eau.

5 Reconnaître la proportionnalité sur un graphique

- Situation de non proportionnalité : la représentation graphique est constituée de points *non alignés*.
- Situation de proportionnalité : la représentation graphique est constituée de points *alignés avec l'origine du repère*.

Méthodes et savoir-faire

1 Apprendre à interpréter une division euclidienne

Exercice 1

$$1. \frac{650}{20} = 32,5 \text{ km/h.} \quad 2. \frac{650}{16} = 40,625 \text{ km/h.}$$

Exercice 2

Temps de passage (en s)	10	25	60	100
Distance parcourue (en m)	40	100	240	400

Exercice 3

$$1. \frac{5}{40} = 0,125 \text{ L/s.} \quad 2. \frac{60}{50} = 1,2 \text{ L/s.}$$

Exercice 4

Durée (en s)	5	12,5	20	31,25
Volume écoulé (en m ³)	160	400	640	1 000

Exercice 5

$$1. \frac{5}{4} = 1,25 \text{ g/L.} \quad 2. \frac{23}{20} = 1,15 \text{ t/m}^3.$$

Exercice 6

Volume d'air (en m ³)	3	2,5	60	10 000
Masse d'air (en kg)	3,6	30	72	12 000

2 Apprendre à convertir des grandeurs

Exercice 7

- 218 m/min = 0,218 km/min.
- 2 000 L/h = 20 hL/h.
- 1,8 g/cm³ = 1 800 mg/cm³.

Exercice 8

- | | | | |
|-----------------------------|----|-------|---------|
| Durée (en s) | 1 | 60 | 3 600 |
| Volume (en m ³) | 30 | 1 800 | 108 000 |
- 1 800 m³/min = 30 m³/s = 108 000 m³/h.

Exercice 9

- 35 000 m/s = 35 km/s ;
- 30 kg/m³ = 3 000 dag/m³ ;
- 13 cm³/min = 0,013 dm³/min ;
- 10 800 m/h = 3 m/s ;
- 0,63 kg/dm³ = 630 kg/m³ ;
- 4,2 dm³/min = 252 dm³/h.

Exercice 10

- 54 km/h = 54 000 m/h = 15 m/s ;
- 4 dm³/s = 14 400 dm³/h = 14,4 m³/h ;
- 7 kg/m³ = 7 000 g/m³ = 7 g/dm³ ;
- 1 200 L/min = 1,2 m³/min = 0,02 m³/s

Activités d'application

Vitesses

Exercice 11

- Distance parcourue par le son en 15 s : 5 100 m ;
en 100 s : 34 000 m ; en 5 min : 102 000 m.
- Temps mis par le son pour parcourir 850 m : 2,5 s ;
5 100 m : 15 s ; 17 km : 50 s.

Exercice 12

- Vitesse d'Esther : 5 m/s.
- Distance parcourue en 16 s : 16×5 = 80 m.
Durée d'un trajet de 220 m : 220÷5 = 44 s.

Durée (en s)	16	44	60	88	104	180
Distance (en m)	80	220	300	440	520	900

Exercice 13

- Temps de trajet entre Ngaoundéré et Garoua : 4 h.
- Vitesse moyenne du bus sur ce trajet :

$$\frac{260}{4} = 65 \text{ km/h.}$$

- Vitesse moyenne entre Garoua et Maroua :

$$\frac{200}{3} = 66,7 \text{ km/h.}$$

Exercice 14

- Vitesse du boa : $\frac{10 \times 60}{4} = 150 \text{ m/h} = 0,15 \text{ km/h.}$
- Vitesse du lion : $\frac{60 \times 3\ 600}{4} = 54\ 000 \text{ m/h} = 54 \text{ km/h.}$

Exercice 15

- Longueur du trajet : $\frac{72 \times 54}{60} = 64,8 \text{ km.}$
- Temps de parcours du même trajet à 90 km/h :
 $\frac{64,8}{90} = 0,72 \text{ h} = 43,2 \text{ min} = 43 \text{ min } 12 \text{ s.}$

Exercice 16

- Aller : temps de parcours : $\frac{120}{75} = 1,6 \text{ h} = 1 \text{ h } 36 \text{ min} ;$
heure d'arrivée : 10 h 20 + 1 h 36 = 11 h 56.
- Retour : temps de parcours : $\frac{120}{90} = \frac{4}{3} \text{ h} = 1 \text{ h } 20 \text{ min} ;$
heure d'arrivée : 15 h 45 + 1 h 20 = 17 h 05.

Débits

Exercice 17

Durée (en s)	8	20	40	60	100	120
Volume d'eau écoulé (en m ³)	1 160	2 900	5 800	8 700	14 500	17 400

Exercice 18

- Volume d'eau pompé :
en 12 s : 120 L ; en 45 s : 450 L ; en 10 min : 6 000 L.
- Temps pour pomper :
50 L : 5 s ; 225 L : 22,5 s ; 1 m³ : 1 min 40 s.

Exercice 19

Nombre de secondes par jour : $24 \times 3\,600 = 86\,400$.
Débit de la fuite :

$$\frac{15 \times 86\,400}{200} = 6\,480 \text{ cL/jour} = 64,8 \text{ L/jour.}$$

Masses volumiques

Exercice 22

- Masse d'un morceau de craie :
de 4 cm³ : 5 g ; de 7,2 cm³ : 9 g ; de 1,3 dm³ : 1 625 g.
- Volume d'un morceau de craie pesant :
7,5 g : 6 cm³ ; 230 g : 184 cm³ ; 3,5 kg : 2,8 dm³.

Exercice 23

Volume de pétrole (en L)	10	30	40	100	140	280	240
Masse (en kg)	8	24	32	80	112	224	192

Représentations graphiques

Exercice 26

Seule la 4^e représentation graphique (*constituée de points alignés avec l'origine*) peut représenter une situation de proportionnalité.

Exercice 27

- Prix de 2 avocats : 300 F CFA.
- Avec 1 050 F CFA, on peut acheter 7 avocats.
- Avec 500 F CFA, on peut acheter au maximum 3 avocats.

Observation sur les exercices 27 et 28 : les réponses doivent y être obtenues (selon les consignes données) par lecture graphique. Elles ne sont pas toujours faciles à lire (surtout dans le 28) et il est recommandé de les vérifier par calcul (voir conseil de l'exercice 38).

Conversions

Exercice 29

12 m/s = 43 200 m/s = 43,2 km/h ;
7,2 km/h = 7 200 m/h = 2 m/s ;
100 m³/s = 100 000 L/s = 360 000 000 L/h ;
250 L/h = 6 000 L/jour = 6 m³/jour ;
13 kg/m³ = 13 000 g/m³ = 0,013 kg/L.

Exercice 20

- la place du marché va quand même se remplir ; en effet, à raison de 12 personnes qui partent toutes les 10 secondes, 72 personnes partent chaque minute, c'est-à-dire moins (80) qu'il n'en arrive.
- Temps de remplissage de la place :

$$\frac{900 - 80}{8} = 102,5 \text{ min} = 1 \text{ h } 42 \text{ min } 30 \text{ s.}$$

Exercice 21

4 h 40 min = 280 min.
Temps pour lire un livre de 490 pages :

$$\frac{280 \times 490}{350} = 392 \text{ min} = 6 \text{ h } 32 \text{ min.}$$

Exercice 24

Masse volumique du sable :

$$\frac{128}{80} = 1,6 \text{ kg/L} = 1\,600 \text{ kg/m}^3.$$

Exercice 25

Masse de 2,5 dm³ d'or : $19,3 \times 2,5 = 48,25 \text{ kg}$;

$$\text{Volume de } 48,25 \text{ kg d'argent : } \frac{48,25}{10,5} = 4,6 \text{ dm}^3.$$

Exercice 28

2.a. Sur une représentation graphique *très soignée*, l'élève doit observer que 4 points (sur 5) sont alignés avec l'origine du repère ; c'est le point (42 ; 322) qui ne l'est pas.

b. La distance relevée aurait du être de 273 km (*difficile à lire avec précision sur la figure !*).

c. Consommation de la voiture de Somen par

$$\text{kilomètre : } \frac{8}{52} = \frac{20}{130} = \frac{32}{208} = \frac{56}{364} \approx 0,15 \text{ L.}$$

Bien comprendre, mieux rédiger

Exercice 31

: 60	Durée (en h)	1	1,4	4,8	x 60
	Durée (en min)	60	84	288	

Exercice 32

1. 1 h = 60 min ; 0,1 h = 6 min.
2. a. 1,1 h = 1 h 6 min ; 0,7 h = 42 min ;
b. 2,9 h = 2 h 54 min ; 15,3 h = 15 h 18 min.

Exercice 33

1. 1 h = 3 600 s ; 0,01 h = 36 s.
2. a. 0,08 h = 8 × 0,01 h = 8 × 36 s = 288 s.
b. 0,15 h = 15 × 0,01 h = 15 × 36 s = 540 s.

Exercice 34

- a. 270 min = 4,5 h ; b. 30 min = 0,5 h ;
- c. 42 min = 0,7 h ; d. 315 min = 5,25 h.

Exercice 35

$$6 \text{ min} = \frac{1}{10} \text{ h} = 0,1 \text{ h} \neq \underline{300 \text{ s.}}$$

$$0,50 \text{ h} = 1\,800 \text{ s} = \frac{1}{2} \text{ h} \neq \underline{50 \text{ min.}}$$

$$\frac{1}{4} \text{ h} = 15 \text{ min} = 0,25 \text{ h} \neq \underline{25 \text{ min.}}$$

Exercice 36

2. Vitesse du son :
340 m/s = 0,34 km/s = 1 224 km/h.
Les propos du collégien sont inexacts : une grande vitesse peut être exprimée en m/s !

Exercice 37

2. c. 90 km/h = 0,025 km/s.
3. a. 18 km/h = 0,3 km/min *correct ;*
b. 60 m³/s = 1 m³/min *inexact ;*
c. 15 mm³/s = 54 000 mm³/h *correct ;*
d. 3 m/min = 180 m/s *inexact.*

Exercice 38

1. a. Les points du graphique semblent alignés.
- b. On pourrait en déduire qu'il s'agit d'une situation de proportionnalité.

2. a.

Abscisses	15	27	45	63	75
Ordonnées	10	18	30	43	50

- b. $\frac{15}{10} = \frac{27}{18} = \frac{45}{30} = \frac{75}{50} = 1,5 \neq \frac{63}{43}$.

- c. Finalement, ce n'est pas une situation de proportionnalité.
- d. *Conseil* : attention aux observations rapidement faites sur des figures ... sans vérification ou justification !

Exercices d'approfondissement

Exercice 39

Volume du bassin : 20 × 15 × 2 = 600 m³.

Débit moyen de la rivière : $\frac{600}{12} = 50 \text{ m}^3/\text{h}$.

Exercice 40

1. a. 24 Mo = 24 000 000 octets
= 8 × 24 000 000 bits = 198 000 000 bits.

b. 128 kb/s = 128 000 b/s.

c. Durée du chargement :

$$\frac{198\,000\,000}{128\,000} = 1\,500 \text{ s} = 25 \text{ min.}$$

Exercice 41

1. Volume de la pépite : 6 cL = 60 cm³ = 0,06 dm³.

2. Masse volumique de l'or : 19,3 kg/dm³ = 19 300 g/dm³.

a. Volume d'une pépite d'or de 80 g : $\frac{80}{19\,300} \approx 0,004 \text{ dm}^3$.

b. La pépite n'est pas en or.

Exercice 42

1. Temps mis par la lumière pour parcourir 40 000 km :

$$\frac{40\,000}{300\,000} \approx 0,133 \dots \text{ s.}$$

2. Temps mis par la lumière pour parcourir la distance séparant le Soleil de la Terre :

$$\frac{150\,000\,000}{300\,000} \approx 500 \text{ s} \approx 8 \text{ min } 20 \text{ s.}$$

3. A.L. ≈ 300 000 × 3 600 × 24 × 365 ≈ 9 460 800 000 000 km.

Exercice 43

1. Tout triangle ABC tel que BC = 5 cm et la hauteur issue

de A mesure 4 cm a pour aire : $\frac{4 \times 5}{2} \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm}^2$.

2. a.

Longueur de [AH] (en cm)	4	7	10	15
Aire de ABC (en cm ²)	10	17,5	25	37,5

c. Sur un graphique tracé avec soin, on observe que l'aire du triangle ABC est proportionnelle à la longueur AH (points alignés avec l'origine du repère).

Vérification par le calcul du résultat : $\frac{\text{aire (ABC)}}{\text{AH}} = 2,5$.

d. Pour que l'aire de ABC soit égale à 20 cm², il faut que AH = 8 cm.

Activités d'intégration

Exercice 44 (En cyclomoteur)

1.a. La distance D_{TR} est proportionnelle à la vitesse du cyclomoteur, puisque c'est le trajet effectué pendant 1,5 seconde ... à cette vitesse.

b. $10 \text{ km/h} = 10\,000 \text{ m/h} = \frac{10\,000}{3\,600} \text{ m/s} \approx 2,8 \text{ m/s}$.

c. Distance parcourue en 1,5 s à 2,8 m/s: $2,8 \times 1,5 = 4,2 \text{ m}$.

Vitesse (en km/h)	10	20	30	50	60
D_{TR} (en m)	4,2	8,4	12,6	21	25,2

2. Distance de freinage (D_F) en fonction de la vitesse :

Vitesse (en km/h)	10	20	30	50	60
D_F (en m)	0,6	2,5	5,5	15,5	22

2. Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité ;

en effet : $\frac{0,6}{10} = 0,06$; $\frac{2,5}{20} = 0,125$; $\frac{5,5}{30} = 0,183\dots$; $\frac{15,5}{50} = 0,31$; $\frac{22}{60} = 0,3666\dots$

3.a. $54 \text{ km/h} = 54\,000 \text{ m/h} = \frac{54\,000}{3\,600} = 15 \text{ m/s}$.

b. $D_F = 0,08 \times 15^2 = 18 \text{ m}$.

c. $D_A = D_{TR} + D_F$ signifie que :

la "distance d'arrêt" est la somme des distances "temps de réaction" et "temps de freinage".

d. A 54 km/h, $D_A = 15 \times 1,5 + 18 = 40,5 \text{ m}$;

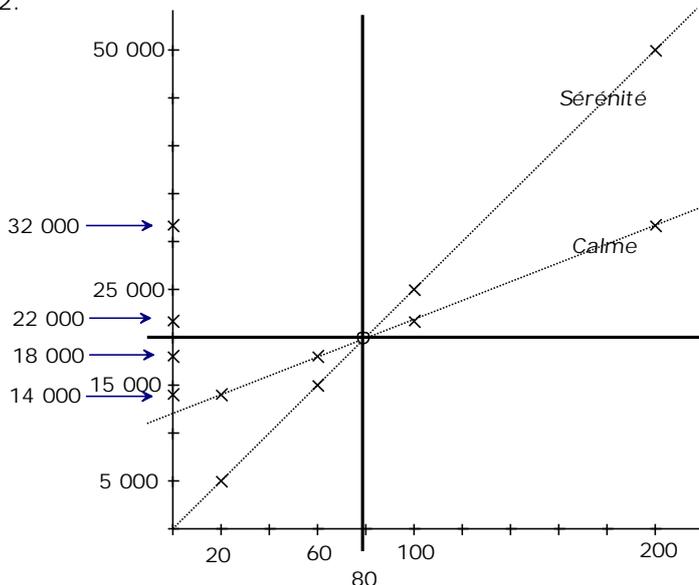
si un enfant surgit à 30 mètres devant le cyclomotoriste, il y a risque d'accident grave.

Exercice 45 (Choisir la meilleure offre)

1.

Communication (en min)	20	60	100	200
Formule <i>Sérénité</i> (en FCFA)	5 000	15 000	25 000	50 000
Formule <i>Calme</i> (en FCFA)	14 000	18 000	22 000	32 000

2.



c. Pour les deux formules les 4 points sont alignés, mais seule la formule *Sérénité* a 4 points alignés avec l'origine du repère. C'est donc uniquement pour cette formule que la dépense est proportionnelle au nombre de minutes de communication.

3.a. Pour 80 minutes, les deux tarifs sont égaux à 20 000 FCFA.

Vérification : $250 \times 80 = 20\,000$;
 $12\,000 + 100 \times 80 = 20\,000$.

b. Galopo, qui compte téléphoner 1 h 30 par mois, doit choisir la formule Calme.

Vérification : $250 \times 90 = 22\,500$;
 $12\,000 + 100 \times 90 = 21\,000$.

14 Pourcentages et échelles

Activités de découverte	Cours Méthodes et savoir-faire	Application	Bien comprendre Mieux rédiger	Approfondissement
1	Pourcentages [1 p. 169]	9, 10, 11	18, 19, 20, 21	24, 25, 26, 29, 31
2	Echelle d'une représentation [2 p. 169]	12, 13, 14, 15, 16, 17	22, 23	27, 28, 30
	Apprendre à calculer un pourcentage ; une échelle [p. 170]	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8		

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

Activités de découverte

Pour démarrer (La population camerounaise)

1.a. Avec une population totale de 19 400 000 habitants, le nombre des moins de 15 ans (qui en représentent 43,6%, c'est-à-dire presque la moitié) est de 8 458 400 individus.

b. Vérification : $19\,400\,000 \times 43,6\% = \frac{19\,400\,000 \times 43,6}{100} = 8\,458\,400$.

2. Nombre de Camerounais vivant dans les villes : $19\,400\,000 \times 55\% = \frac{19\,400\,000 \times 55}{100} = 10\,670\,000$.

1 Calculer des pourcentages pour comparer

1. Comparer 221 à 36 n'est pas équitable, car on ne tient pas compte du nombre total d'élèves dans chaque collège.

Collège de Jacqueline	Nombre total d'élèves	120	100	Collège de Gambo	Nombre total d'élèves	850	100
	Nombre d'élèves apprenant l'allemand	36	30		Nombre d'élèves apprenant l'allemand	221	26

b. Proportion d'élèves apprenant l'allemand dans le collège de Jacqueline : $\frac{30}{100}$; dans celui de Gambo : $\frac{26}{100}$.

c. $\frac{30}{100} = 30\%$; $\frac{26}{100} = 26\%$.

d. C'est dans le collège de Jacqueline que le pourcentage d'élèves apprenant l'allemand est le plus élevé.

2 Reproduire sans déformer

1.a. Sur le plan, la largeur et la longueur du terrain sont représentées respectivement par 6 cm et 8 m.

b. La distance réelle représentée par un centimètre est de :

• $\frac{90}{6} = 15$ m, sur la largeur du terrain ; • $\frac{120}{8} = 15$ m, sur la longueur du terrain.

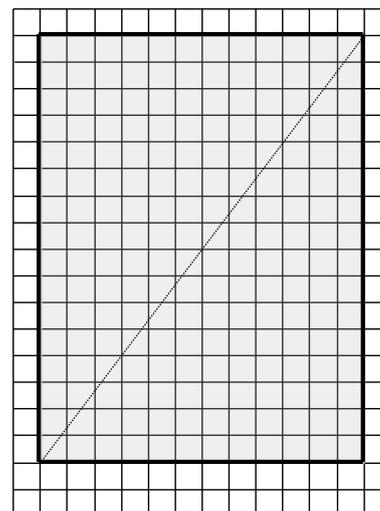
c. Un centimètre représentant la même distance réelle en largeur et en longueur, on dit que le plan est à l'échelle.

	Largeur du terrain	Longueur du terrain
Distances réelles (en cm)	9 000	12 000
Distances sur plan (en cm)	6	8

b. Echelle du plan de David : $\frac{6}{9\,000} = \frac{8}{12\,000} = \frac{1}{1\,500}$

3. Longueur de la diagonale sur le plan : 10 cm ;
donc longueur réelle de cette diagonale : $10 \times 1\,500 = 15\,000$ cm = 150 m.

4. Diamètre réel du rond central : 18,3 m = 1 830 cm ;
donc diamètre du rond central sur le plan : $\frac{1\,830}{1\,500} = 1,22$ cm.



1 Apprendre à calculer un pourcentage ; une échelle

Exercice 1

1. Pour une réduction de 10 500 F CFA sur une robe valant 35 000 f CFA, le pourcentage de réduction est :

$$\frac{10\,500}{35\,000} = 0,3 = \frac{30}{100} = \underline{30\%}.$$

2. Angu paie la robe : $35\,000 - 10\,500 = \underline{24\,500}$ F CFA.

Exercice 2

1. Pour 33 masques sur 150 articles, le pourcentage de masques vendus est :

$$\frac{33}{150} = 0,1466\dots \approx \frac{14,7}{100} \approx \underline{14,7\%}.$$

2. Pour 28 clients européens sur 35, le pourcentage

$$\text{d'européens parmi les clients est : } \frac{28}{35} = 0,8 = \frac{80}{100} = \underline{80\%}.$$

Exercice 3

• Pourcentage des filles dans la classe d'Asaph :

$$\frac{27}{45} = 0,6 = \underline{60\%}.$$

• Pourcentage des filles dans la classe de Jolita :

$$\frac{35}{56} = 0,625 = \underline{62,5\%}.$$

C'est dans la classe de Jolita que le pourcentage de filles est le plus important.

Exercice 4

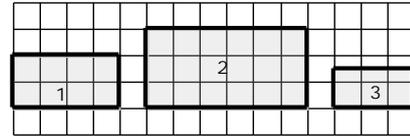
Nombre total de ruminants dans le village de Paul : $119 + 136 + 85 = 340$;

• pourcentage de moutons : $\frac{119}{340} = 0,35 = \underline{35\%}$;

• pourcentage de chèvres : $\frac{136}{340} = 0,4 = \underline{40\%}$;

• pourcentage de moutons : $\frac{85}{340} = 0,25 = \underline{25\%}$.

Vérification : $35\% + 40\% + 25\% = 100\%$.

Exercice 5

180 m = 180 000 mm ;

• échelle de la représentation 1 : $\frac{20}{180\,000} = \frac{1}{9\,000}$;

• échelle de la représentation 2 : $\frac{30}{180\,000} = \frac{1}{6\,000}$;

• échelle de la représentation 3 : $\frac{15}{180\,000} = \frac{1}{12\,000}$.

Exercice 6

3 km = 300 000 cm ;

l'échelle d'une carte, où 12 cm représentent 3 km, est :

$$\frac{12}{300\,000} = \frac{1}{25\,000}.$$

Exercice 7

10 cm = 100 mm ; échelle de la photo : $\frac{100}{5} = \frac{20}{1}$

(cette photo est un agrandissement par 20).

Exercice 8

• Dans le premier dessin, 3 cm représentent 1 500 cm ;

l'échelle de ce dessin est : $\frac{3}{1\,500} = \frac{1}{500}$ (il s'agit d'une réduction par 500).

• Dans le second dessin, 20 mm représentent 2 mm ;

l'échelle de ce dessin est : $\frac{20}{2} = \frac{10}{1}$ (il s'agit d'un agrandissement par 10).

Activités d'application

Pourcentages

Exercice 9

Nombre de clients servis le soir : $125 - 26 - 64 = 35$;

pourcentage de clients servis le soir : $\frac{35}{125} = 0,28 = \underline{28\%}$.

Exercice 10

1. a. Masse des fruits vendus par Lucie : $30 \times 80\% = \underline{24 \text{ kg}}$.

b. Masse des ananas vendus : $12 \times 75\% = \underline{9 \text{ kg}}$.

2. Proportion de la masse des ananas vendus par rapport à la masse de tous les fruits vendus : $\frac{9}{24} = 0,375 = \underline{37,5\%}$.

Exercice 11

Temps de parcours	inférieur à 5 min	entre 5 et 10 min	entre 10 et 20 min	supérieur à 20 min	total
Nombre d'élèves	65	55	70	60	250
Pourcentage	26%	22%	28%	24%	100%

Echelles

Exercice 12

1. $200 \text{ m} = 20\,000 \text{ cm}$; l'échelle d'un plan de ville, où

1 cm représente 200 m, est : $\frac{1}{20\,000}$.

2. $750 \text{ m} = 75\,000 \text{ cm}$; sur ce plan, la longueur d'une rue

de 750 m est : $75\,000 \times \frac{1}{20\,000} = \underline{3,75 \text{ cm}}$.

Exercice 13

1. $1,08 \text{ m} = 108 \text{ cm}$; l'échelle de la photo est : $\frac{3,6}{108} = \frac{1}{30}$.

2. Taille du frère de Vanessa : $5,4 \times 30 = 162 \text{ cm} = \underline{1,62 \text{ m}}$.

Exercice 14

1. $10 \text{ m} = 10\,000 \text{ mm}$;

échelle de la carte : $\frac{25}{10\,000} = \frac{1}{400}$.

2.

Distance réelle (en m)	12	16	34	8
Distance réelle (en cm)	1200	1600	3400	800
Distance sur la carte (en cm)	3	4	8,5	2

Exercice 15

1. Si une maison a au sol une forme rectangulaire de 26 m de longueur et 15 m de largeur, alors son plan au sol à l'échelle $1 \div 250$ a une forme rectangulaire :

- de longueur $2\,600 \times \frac{1}{250} = \underline{10,4 \text{ cm}}$;

- de largeur $1\,500 \times \frac{1}{250} = \underline{6 \text{ cm}}$.

2. Si une bactérie a une forme circulaire de 0,006 mm de diamètre, alors sa représentation à l'échelle $500 \div 1$ a une forme circulaire de diamètre : $0,006 \times 500 = \underline{3 \text{ mm}}$.

Exercice 16

1. Insecte : échelle de la photo : $\frac{1,5}{1}$;

a. longueur sur la photo : 29 mm ;

b. longueur réelle : $29 \div 1,5 \approx \underline{19 \text{ mm}}$.

2. Eléphant :

a. hauteur au garrot sur la photo : 28 mm ;

b. hauteur réelle au garrot : $3,5 \text{ m} = 3\,500 \text{ mm}$;

échelle de la photo : $\frac{28}{3\,500} = \frac{4}{500} = \frac{1}{125}$.

Exercice 17

Echelle du plan : 15 mm représente 1 km.

1. Entre l'Assemblée Nationale et la Grande Mosquée,
a. distance (en ligne droite) sur le plan : $\underline{32 \text{ mm}}$.

b. distance réelle : $\frac{32}{15} \approx \underline{2,13 \text{ km}}$.

2. a. Entre la gare et le bâtiment de l'UNICEF,

- distance sur le plan : $\underline{26 \text{ mm}}$;

- distance réelle : $\frac{26}{15} \approx \underline{1,73 \text{ km}}$.

b. Entre le palais des congrès et la cathédrale,

- distance sur le plan : $\underline{48 \text{ mm}}$;

- distance réelle : $\frac{48}{15} \approx \underline{3,2 \text{ km}}$.

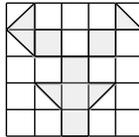
Exercice 18

Pourcentage	Fraction de dénominateur 100	Ecriture décimale
17%	$\frac{17}{100}$	0,17
30%	$\frac{30}{100}$	0,3
4%	$\frac{4}{100}$	0,04

2. $\frac{85}{100} = 85\% = 0,85$; $0,05 = \frac{5}{100} = 5\%$;
 $3\% = \frac{3}{100} = 0,03$; $0,6 = 60\% = \frac{60}{100}$;
 $120\% = \frac{120}{100} = 1,2$.

Exercice 19

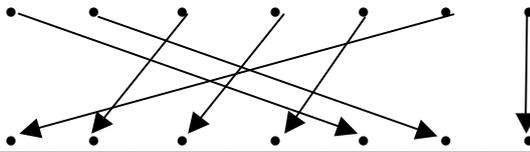
1. a. Dans la figure ci-contre (qui contient $5 \times 5 = 25$ carrés en tout) sont coloriés : 5 carrés et 6 demi-carrés, c'est-à-dire $5 + 6 \times \frac{1}{2} = 8$ carrés ;



la proportion de carrés coloriés est donc : $\frac{8}{25}$.

- b. En respectant la même proportion, dans un grand carré contenant 100 carrés en tout (4 fois plus) le nombre de carrés coloriés serait 4 fois plus grand : $8 \times 4 = 32$.
 c. Le pourcentage de carrés coloriés est donc : 32%.
 d. $\frac{5}{25} = \frac{32}{100} = 32\%$.

$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{4}$
0,5	0,6	0,25	$\approx 0,33$	0,375	0,1	0,75



$\frac{10}{100}$	$\frac{25}{100}$	$\approx \frac{33}{100}$	$\frac{37,5}{100}$	$\frac{50}{100}$	$\frac{60}{100}$	$\frac{75}{100}$
10%	25%	$\approx 33\%$	37,5%	50%	60%	75%

Exercice 20

1. 0,75 se lit : « soixante-quinze centièmes » ;
 $\frac{75}{100}$ se lit : « soixante-quinze centièmes » ;
 75% se lit : « soixante-quinze pour cent ».
 2. a. Proportion de personnes ayant les yeux noirs : $\frac{42}{56}$.
 b. $42 \div 56 = 0,75$.
 c. Pourcentage de personnes ayant les yeux noirs : 75%.

Exercice 21

1. Le tableau ci-dessous indique la masse d'eau (en kg) du corps d'un bébé de 3 mois de masse donnée (en kg).

Masse d'un bébé de 3 mois (en kg)	6	100	$\times \frac{4,5}{6} = \times \frac{3}{4}$
Masse d'eau (en kg)	4,5	75	

3. b. Le pourcentage d'eau que contient le corps d'un bébé de 3 mois est : 75%.
 4. Si le corps d'un adulte pesant 70 kg est composé de 45,5 kg d'eau, le pourcentage d'eau contenu par le corps de cet adulte est : $\frac{45,5}{70} = 0,65 = 65\%$.

Exercice 22

1. L'erreur de Bih est de ne pas avoir utilisé la même unité de longueur pour les distances réelles et sur la carte.

Distance réelle (en km)	15	50
Distance réelle (en cm)	1 500 000	5 000 000
Distance sur la carte (en cm)	3	10

L'échelle de la carte est :

$$\frac{3}{1\,500\,000} = \frac{10}{5\,000\,000} = \frac{1}{500\,000}$$

Exercice 23

Distance réelle (en cm)	72	120
Distance sur le dessin (en cm)	3	5

L'échelle du dessin est : $\frac{3}{72} = \frac{5}{120} = \frac{1}{24}$.

(C'est une réduction.)

Exercices d'approfondissement

Exercice 24

1. Pourcentage d'enfants,

a. dans le premier bus : $\frac{11}{55} = \frac{1}{5} = \frac{1 \times 20}{5 \times 20} = \frac{20}{100} = 20\%$;

b. dans le second bus : $\frac{54}{75} = \frac{18}{25} = \frac{18 \times 4}{25 \times 4} = \frac{72}{100} = 72\%$.

2.a. Nombre de passagers transportés par ces deux bus :
 $55 + 75 = 130$;

nombre d'enfants transportés par ces deux bus :
 $11 + 54 = 65$.

b. Pourcentage d'enfants parmi les passagers des deux bus : $\frac{11 + 54}{55 + 75} = \frac{65}{130} = \frac{1}{2} = 50\%$.

Exercice 25

1. Pays	Superficie en milliers de km ²	Pourcentage par rapport à la superficie de l'Afrique
Burkina Faso	274	0,9%
Cameroun	475	1,6%
Côte d'Ivoire	322	1,1%
Madagascar	587	2%
Mali	1 240	4,1%
Niger	1 267	4,2%
Centrafrique	623	2,1%
RDC	2 345	7,8%
Sénégal	196	0,7%
Tchad	1 284	4,3%
Afrique	30 000	

2. Pays	Population en millions d'habitants	Pourcentage par rapport à la population de l'Afrique
Burkina Faso	15,7	1,6%
Cameroun	19,4	1,9%
Côte d'Ivoire	20,6	2,1%
Madagascar	20,6	2,1%
Mali	14,6	1,4%
Niger	13,2	1,3%
Centrafrique	4,5	0,5%
RDC	72,6	7,2%
Sénégal	14,1	1,4%
Tchad	11,3	1,1%
Afrique	1 000	

Exercice 26

Nombre d'enfants de moins de 12 ans

• dans le village de Sadia : $\left(1\ 000 \times \frac{60}{100}\right) \times \frac{40}{100} = 240$;

• dans le village de Maurice : $\left(1\ 000 \times \frac{40}{100}\right) \times \frac{60}{100} = 240$.

Le nombre d'enfants de moins de 12 ans est le même dans les deux villages.

Exercice 27

1 cm sur la carte représente 200 km.

1. Entre Kribi et Maroua,

a. distance sur la carte : 4,6 cm ;

b. distance réelle : $4,6 \times 200 = 920$ km ;

c. la distance par la route, qui est de 1 668 km, ne correspond pas à la ligne droite.

2. Distances sur la carte (en cm)	Ngaoundéré	Maroua	Kribi
Bamenda	1,9	3,2	1,6
Kribi	3	4,6	
Maroua	1,8		

Distances réelles (en km)	Ngaoundéré	Maroua	Kribi
Bamenda	380	640	320
Kribi	600	920	
Maroua	360		

Exercice 28

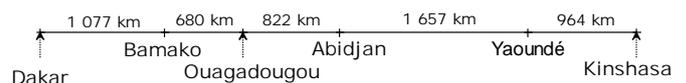
1. En partant de Dakar pour se rendre successivement à Bamako, Ouagadougou, Abidjan, Yaoundé et Kinshasa, le représentant parcourra :

$$1\ 077 + 680 + 822 + 1\ 657 + 964 = 5\ 200 \text{ km.}$$

2.a. Si 13 cm représentent 5 200 km, alors 1 cm représente 400 km.

b. Représentation, au millimètre près, des distances parcourues :

- Dakar → Bamako : $1\ 077 \div 400 \approx 2,7$ cm ;
- Bamako → Ouagadougou : $680 \div 400 = 1,7$ cm ;
- Ouagadougou → Abidjan : $822 \div 400 \approx 2,1$ cm ;
- Abidjan → Yaoundé : $1\ 657 \div 400 \approx 4,1$ cm ;
- Yaoundé → Kinshasa : $964 \div 400 \approx 2,4$ cm.



Activités d'intégration

Exercice 29 (Pourcentage et géographie)

1. Superficie totale des terres émergées : $(30\,350\,000 \times 100) \div 20,3 \approx 149\,510\,000 \text{ km}^2$.

2.a. L'Asie représente 29,3% des terres émergées, c'est-à-dire plus que l'Afrique (20,3%) qui est le deuxième continent ; donc le plus grand continent est l'Asie.

b. Superficie de l'Asie : $149\,510\,000 \times \frac{29,3}{100} = 43\,810\,000 \text{ km}^2$.

3. Pourcentage des terres émergées représentées par l'Europe : $\frac{10\,390\,000}{149\,510\,000} \times 100 \approx 6,9\%$.

Exercice 30 (Echelle et géographie)

1.a. Distance réelle entre le cap Blanc et le cap des Aiguilles : $8\,000 \text{ km} = 800\,000\,000 \text{ cm}$;
distance correspondante sur la carte : 40 cm ;

échelle de la carte : $\frac{40}{800\,000\,000} = \frac{1}{20\,000\,000}$.

b. Distance réelle du Ras Hafun à Santo Antão : $7\,400 \text{ km} = 740\,000\,000 \text{ cm}$;

distance correspondante sur la carte : $740\,000\,000 \times \frac{1}{20\,000\,000} = 37 \text{ cm}$.

2. Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{4\,000\,000}$, la distance entre le cap Blanc et le cap des Aiguilles sera représentée par :

$800\,000\,000 \times \frac{1}{4\,000\,000} = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$.

Exercice 31 (Organisation d'une fête)

1. Nombre de famille ayant répondu « oui »,
dans le village de Rumfeko : $130 \times 60\% = 78$;
dans le village de Bansiki : $80 \times 35\% = 28$.

2.a. Pourcentage de familles ayant répondu « oui » sur l'ensemble des deux villages : $\frac{78 + 28}{130 + 80} = \frac{106}{210} \approx 50,4\%$.

b. Donc la fête aura lieu.