| Activités de découverte | Cours Méthodes et savoir-faire | Application | Bien comprendre Mieux rédiger | Approfondissement |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Divisibilité d'un nombre entier [1 p 92] | 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 | | |
| 2 | PDCD de deux nombres entiers naturels [2 p 92] | 22, 23, 24, 25, 37 | | 49, 50 |
| | **Apprendre à calculer un PGCD par différentes méthodes [1p 94]** | **1, 2, 3, 4, 5, 6** | | |
| 3 | Nombres premiers entre eux et fraction irréductible [3 p 93] | 26, 27, 28 | 41, 42, 43 | 46 |
| 4, 5, 6 | PPCM de deux nombres [4 p 93] | 29, 30, 31, 32, 39 | 44 | 47, 48 |
| | Comparaison et opérations sur les fractions [5 p 93] | 32, 33, 34, 35, 38, 40 | 45 | 51, 52, 53, 54 |
| | **Apprendre à calculer un PPCM et à comparer des fractions [2 p 95]** | **7, 8, 9, 10, 11**, **12,13** | | |

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

## Activités de découverte

### Pour démarrer **Des bouquets de fleurs**

1. 36 roses blanches et 60 roses rouges à répartir dans un certain ***nombre*** de bouquets *identiques*, suppose que ce ***nombre*** divise 36 et 60.
a. En décidant de préparer 15 bouquets, toutes les roses blanches ne seront pas utilisées puisque 15 ne divise pas 36.
b. En décidant de préparer 8 bouquets, toutes les roses blanches ne seront pas utilisées, puisque 8 ne divise pas 36, et toutes les roses rouges ne seront pas utilisées, puisque 8 ne divise pas 60.
c. En décidant de préparer 6 bouquets, toutes les roses seront utilisées puisque 6 divise 36 et 6 divise 60 (chacun des 6 bouquets comportera 6 roses blanches et 10 roses rouges).

2. En décidant de préparer 12 bouquets :
a. toutes les roses blanches seront utilisées, puisque 12 divise 36, et toutes les roses rouges seront utilisées, puisque 12 divise 60 ;
b. chaque bouquet comportera $36 \div 12 = 3$ roses blanches et $60 \div 12 = 5$ roses rouges.
c. Les diviseurs de 36 (1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36) et les diviseurs de 60 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60) n'ayant pas en commun de diviseur plus grand que 12, Omar ne peut pas préparer plus de 12 bouquets identiques utilisant toutes les roses.

### 1 **Tiges à partager**

1. Partage d'une tige de bois rectiligne longue de 36 cm, en morceaux dont la longueur est le même nombre entier de cm :
a.

| Nombre de morceaux de même longueur | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 9 | 12 | 18 | 36 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Longueur de chaque morceau (en cm) | 36 | 18 | 12 | 9 | 6 | 4 | 3 | 3 | 1 |

b. Les nombres de la première ligne divisent exactement 36, donc le nombre 36 a 9 diviseurs.

c. Les deux lignes sont identiques à l'ordre près :
- sur la 1$^{e}$ ligne figurent tous les diviseurs de 36, en ordre croissant ;
- sur la 2$^{e}$ ligne figurent tous les diviseurs de 36, en ordre décroissant.

De plus, dans chaque colonne, le produit des deux nombres est égal à 36.

2.a. Partage en morceaux dont la longueur est le même nombre entier de cm :

d'une tige longue de 11 cm

| Nombre de morceaux de même longueur | 1 | 11 |
|---|---|---|
| Longueur de chaque morceau (en cm) | 11 | 1 |

d'une tige longue de 23 cm

| Nombre de morceaux de même longueur | 1 | 23 |
|---|---|---|
| Longueur de chaque morceau (en cm) | 23 | 1 |

b. Les diviseurs de 11 sont 1 et 11 ; les diviseurs de 23 sont 1 et 23.
Chacun de ces deux nombres ont la même particularité : n'être divisible que par 1 et lui-même.

c. Les nombres entiers inférieurs 30 qui ont la même particularité sont :
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 et 29.

d. Ces nombres, qui admettent exactement deux diviseurs (1 et eux-mêmes) sont appelés nombres premiers.

## 2 **Compétition d'athlétisme**

1.a. Si les 63 filles et les 105 garçons sont répartis en équipes mixtes comprenant toutes le même nombre de filles et le même nombre de garçons, le nombre d'équipes est un diviseur de 63 et de 105 ;
or : $63=3\times3\times7$ donc les diviseurs de 63 sont : 1, 3, 7, 9, $\underline{21}$ et 63 ;
$105=3\times5\times7$ donc les diviseurs de 105 sont : 1, 3, 5, 7, 15, $\underline{21}$, 35 et 105 ;
finalement le nombre maximal d'équipes est 21 ; c'est le plus grand diviseur à la fois de 63 et de 105.
b. Il s'agit donc du Plus Grand Commun Diviseur (PGCD) de 105 et 63.
c. Chaque équipe comprendra : $63\div21=\underline{3\text{ filles}}$ et $105\div21=\underline{5\text{ garçons}}$.

2. Pour un effectif de 104 garçons et 78 filles :
a. $104=\underline{2}\times2\times2\times\underline{13}$ et $78=\underline{2}\times3\times\underline{13}$ ;
b. $\text{PGCD}(104;78)=\underline{2\times13=26}$ ; donc $\underline{2}$, $\underline{13}$ ou $\underline{26}$ équipes auraient pu être formées ;
- s'agissant de 2 équipes, chacune comprendrait : $104\div2=52$ garçons et $78\div2=39$ filles,
- s'agissant de 13 équipes, chacune comprendrait : $104\div13=8$ garçons et $78\div13=6$ filles,
- s'agissant de 26 équipes, chacune comprendrait : $104\div26=4$ garçons et $78\div26=3$ filles.

## 3 **Simplification de fractions**

1. 2 est un diviseur commun de 132 et 198, donc : $\frac{132}{198}=\frac{2\times66}{2\times99}=\underline{\frac{66}{99}}$.

2.a. $132=2\times2\times3\times11$ donc les diviseurs de 132 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 11, 12, 22, 33, 44, 66, 132 ;
$198=2\times3\times3\times11$ donc les diviseurs de 198 sont : 1, 2, 3, 6, 9, 11, 18, 22, 33, 66, 99, 198 ;
les diviseurs communs de 132 et 198 sont : 1, 2, 3, 6, 11, 22, 33 et 66 ;
- avec le diviseur commun 3, la fraction simplifiée obtenue est : $\frac{132}{198}=\frac{3\times44}{3\times66}=\frac{44}{66}$ ;
- avec le diviseur commun 6, la fraction simplifiée obtenue est : $\frac{132}{198}=\frac{6\times22}{6\times33}=\frac{22}{33}$ ;
- avec le diviseur commun 11, la fraction simplifiée obtenue est : $\frac{132}{198}=\frac{11\times12}{11\times18}=\frac{12}{18}$ ;
- avec le diviseur commun 22, la fraction simplifiée obtenue est : $\frac{132}{198}=\frac{22\times6}{22\times9}=\frac{6}{9}$ ;
- avec le diviseur commun 33, la fraction simplifiée obtenue est : $\frac{132}{198}=\frac{33\times4}{33\times6}=\frac{4}{6}$ ;
- avec le diviseur commun 66, la fraction simplifiée obtenue est : $\frac{132}{198}=\frac{66\times2}{66\times3}=\frac{2}{3}$.

b. La fraction simplifiée, dont le numérateur et le dénominateur sont les plus petits, est $\underline{\frac{2}{3}}$.

c. Impossible de « réduire plus » la fraction $\frac{132}{198}$ ; on dit que $\frac{2}{3}$ est une fraction « irréductible ».

3.a. Pour obtenir la fraction irréductible $\frac{2}{3}$, on a divisé 132 et 198 par 66.
b. 66 est le Plus Grand Commun Diviseur de 132 et 198, noté PGCD(132;198).

## 4 **Les feux tricolores**

1. Multiples successifs de 21 : 21, 42, 63, 84, 105, …
Multiples successifs de 35 : 35, 70, 105, …

2.a. Le nombre de secondes au bout duquel les deux feux vont repasser au vert en même temps est : $\underline{105}$.
b. Ce nombre est le Plus Petit Commun Multiple de 21 et 35, noté : PPCM(21;35).

## 5 **Comparaison de deux fractions**

1. En b. et d. les deux fractions sont comparables sans faire de calculs :
b. $\frac{728}{463}>\frac{658}{463}$ (deux fractions de même dénominateur sont dans le même ordre que leurs numérateurs) ;
d. $\frac{18}{13}>\frac{18}{15}$ (deux fractions de même numérateur sont dans l'ordre opposé à leurs dénominateurs).

En a. et c., où numérateurs et dénominateurs sont différents, il faut les réduire au même dénominateur pour les comparer :
a. $\frac{7}{12}=\frac{77}{121}$ et $\frac{19}{11}=\frac{228}{121}$ ; comme $\frac{77}{121}<\frac{228}{121}$, on a : $\frac{7}{12}<\frac{19}{11}$ ;
c. $\frac{51}{7}=\frac{561}{77}$ et $\frac{80}{11}=\frac{560}{77}$ ; comme $\frac{561}{77}>\frac{560}{77}$, on a : $\frac{51}{7}>\frac{80}{11}$.

2.a. $\frac{4}{15}=\frac{16}{60}$ et $\frac{7}{20}=\frac{21}{60}$ ; comme $\frac{16}{60}<\frac{21}{60}$, on a : $\frac{4}{15}<\frac{7}{20}$.
b. Le plus petit dénominateur commun que l'on puisse trouver est 60.
c. 60=PPCM(15;20).

## 6 Addition, soustraction, multiplication de deux fractions

1.a. $\frac{11}{8}+\frac{9}{8}=\frac{20}{8}=\frac{5}{2}$ ; $\frac{11}{8}-\frac{9}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$.

b. Pour additionner (ou soustraire) deux fractions de même dénominateur, on calcule la somme (ou la différence) des numérateurs et on garde le même dénominateur.

2.a. $\frac{13}{6}=\frac{39}{18}$ et $\frac{7}{9}=\frac{14}{18}$.

b. $\frac{13}{6}+\frac{7}{9}=\frac{39}{18}+\frac{14}{18}=\frac{53}{18}$ et $\frac{13}{6}-\frac{7}{9}=\frac{39}{18}-\frac{14}{18}=\frac{25}{18}$.

3.a. Le nombre de tablettes de chocolat (deux et demi) peut s'écrire : $1+1+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}+\frac{2}{2}+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$.

b. En écrivant $\frac{1}{4}\times\frac{5}{2}$, Yacouba calcule la part qu'il garde ; en écrivant $\frac{3}{4}\times\frac{5}{2}$, Yacouba calcule la part qu'il donne à ses amis.

c. Pour calculer le produit de deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\frac{1}{4}\times\frac{5}{2}=\frac{5}{8} \quad \text{et} \quad \frac{3}{4}\times\frac{5}{2}=\frac{15}{8}.$$

# Méthodes et savoir-faire

## 1 Apprendre à calculer un PGCD par différentes méthodes

### Exercice 1

b. PGCD(12;84) = $\underline{12}$ car $84\div12=7$.

d. PGCD(108;36) = $\underline{36}$ car $108\div36=3$.

f. PGCD(14;56) = $\underline{14}$ car $56\div14=4$.

### Exercice 2

a. $68=2\times2\times17$ et $16=2\times2\times2\times2$
donc PGCD(68;16) = $2\times2=\underline{4}$.

b. $64=2\times2\times2\times2\times2\times2$ et $52=2\times2\times13$
donc PGCD(64;52) = $2\times2=\underline{4}$.

c. $24=2\times2\times2\times3$ et $55=5\times11$
donc PGCD(24;55) = $\underline{1}$.

d. $35=5\times7$ et $56=2\times2\times2\times7$
donc PGCD(35;56) = $\underline{7}$.

e. $144=2\times2\times2\times2\times3\times3$ et $42=2\times3\times7$
donc PGCD(144;42) = $2\times3=\underline{6}$.

f. $105=3\times5\times7$ et $66=2\times3\times11$
donc PGCD(105;66) = $\underline{3}$.

### Exercice 3

a. $852=164\times5+32$ donc PGCD(852;164) = PGCD(164;32)
$164=32\times5+4$ donc PGCD(164;32) = PGCD(32;4)
$32=4\times8+0$ donc PGCD(32;4) = $\underline{4=\text{PGCD}(852;164)}$

b. $429=176\times2+77$ donc PGCD(429;176) = PGCD(176;77)
$176=77\times2+22$ donc PGCD(176;77) = PGCD(77;22)
$77=22\times3+11$ donc PGCD(77;22) = PGCD(22;11)
$22=11\times2+0$ donc PGCD(22;11) = $\underline{11=\text{PGCD}(429;176)}$

c. $546=147\times3+105$ donc PGCD(546;147) = PGCD(147;105)
$147=105\times1+42$ donc PGCD(147;105) = PGCD(105;42)
$105=42\times2+21$ donc PGCD(105;42) = PGCD(42;21)
$42=21\times2+0$ donc PGCD(42;21) = $\underline{21=\text{PGCD}(546;147)}$

d. $2\,142=850\times2+442$ donc PGCD(2 142;850) = PGCD(850;442)
$850=442\times1+408$ donc PGCD(850;442) = PGCD(442;408)
$442=408\times1+34$ donc PGCD(442;408) = PGCD(408;34)
$408=34\times12+0$ donc PGCD(408;34) = $\underline{34=\text{PGCD}(2\,142;850)}$

e. $1\,001=819\times1+182$ donc PGCD(1 001;819) = PGCD(819;182)
$819=182\times4+91$ donc PGCD(819;182) = PGCD(182;91)
$182=91\times2+0$ donc PGCD(182;91) = $\underline{91=\text{PGCD}(819;1\,001)}$

f. $1\,155=455\times2+245$ donc PGCD(1 155;455) = PGCD(455;245)
$455=245\times1+210$ donc PGCD(455;245) = PGCD(245;210)
$245=210\times1+35$ donc PGCD(245;210) = PGCD(210;35)
$210=35\times6+0$ donc PGCD(210;35) = $\underline{35=\text{PGCD}(455;1\,155)}$

### Exercice 4

a. $63=3\times3\times9$ et $165=3\times5\times11$ donc PGCD(63;165) = $\underline{3}$.

b. $84\div14=6$ donc PGCD(14;84) = $\underline{14}$.

c. $28=2\times2\times7$ et $63=3\times3\times7$ donc PGCD(28;63) = $\underline{7}$.

d. $210=3\times70$ donc PGCD(70;210) = $\underline{70}$.

e. $184\div46=4$ donc PGCD(46;184) = $\underline{46}$.

f. $65\div13=5$ donc PGCD(13;65) = $\underline{13}$.

### Exercice 5

a. $135=3\times3\times3\times5$ et $126=2\times3\times3\times7$
donc PGCD(135;126) = $3\times3=\underline{9}$.

b. $546=2\times3\times7\times13$ et $693=3\times3\times7\times11$
donc PGCD(546;693) = $3\times7=\underline{21}$.

c. $748=306\times2+136$ donc PGCD(748;306) = PGCD(306;136)
$306=136\times2+34$ donc PGCD(306;136) = PGCD(136;34)
$136=34\times4+0$ donc PGCD(136;34) = $\underline{34=\text{PGCD}(748;306)}$

d. $2200\div550=4$ donc GCD(2 200;550) = $\underline{550}$.

e. $418=2\times11\times19$ et $1\,197=3\times3\times7\times19$
donc PGCD(418;1 197) = $\underline{19}$.

f. $3\,234=1\,463\times2+308$
donc PGCD(3 234;1 463) = PGCD(1 463;308)
$1\,463=308\times4+231$
donc PGCD(1 463;308) = PGCD(308;231)
$308=231\times1+77$
donc PGCD(308;231) = PGCD(231;77)
$231=77\times3+0$
donc PGCD(231;77) = $\underline{77=\text{PGCD}(3\,234;1\,463)}$.

### Exercice 6

a. $84=2\times2\times3\times7$ et $91=7\times13$

donc : PGCD(84;91) = 7 et $\frac{84}{91}=\frac{7\times12}{7\times13}=\underline{\frac{12}{13}}$.

b. $210=2\times3\times5\times7$ et $392=2\times2\times2\times7\times7$

donc : PGCD(210;392) = $2\times7=14$ et $\frac{210}{392}=\frac{14\times15}{14\times28}=\underline{\frac{15}{28}}$.

c. $176=2\times2\times2\times2\times11$ et $312=2\times2\times2\times3\times13$

donc : PGCD(176;312) = $2\times2\times2=8$ et $\frac{176}{312}=\frac{8\times22}{8\times39}=\underline{\frac{22}{39}}$.

d. $4\,186=2\times7\times13\times23$ et $1\,449=3\times3\times7\times23$

donc : PGCD(4 186;1 449) = $7\times23=161$

et $\frac{4\,186}{1\,449}=\frac{161\times26}{161\times9}=\underline{\frac{26}{9}}$.

## 2 Apprendre à calculer un PPCM et à comparer des fractions

### Exercice 7

a. 35 est un multiple de 7, car $7 \times 5 = 35$
donc $\text{PPCM}(7;35) = \underline{35}$.

b. 48 est un multiple de 16, car $16 \times 3 = 48$
donc $\text{PPCM}(48;16) = \underline{48}$.

c. 60 est un multiple de 12, car $12 \times 5 = 60$
donc $\text{PPCM}(12;60) = \underline{60}$.

d. 55 n'est pas un multiple de 22
$55 \times 2 = 110$ est un multiple de 22, car $22 \times 5 = 110$
donc $\text{PPCM}(55;22) = \underline{110}$.

e. 35 n'est pas un multiple de 14
$35 \times 2 = 70$ est un multiple de 14, car $14 \times 5 = 70$
donc $\text{PPCM}(14;35) = \underline{70}$.

f. 42 n'est pas un multiple de 18
$42 \times 2 = 84$ n'est pas un multiple de 18
$42 \times 3 = 126$ est un multiple de 18, car $18 \times 7 = 126$
donc $\text{PPCM}(18;42) = \underline{126}$.

### Exercice 8

a. $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ et $42 = 2 \times 3 \times 7$
donc $\text{PPCM}(60;42) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = \underline{420}$.

b. $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$ et $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$
donc $\text{PPCM}(54;84) = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 = \underline{756}$.

c. $98 = 2 \times 7 \times 7$ et $70 = 2 \times 5 \times 7$
donc $\text{PPCM}(98;70) = 2 \times 5 \times 7 \times 7 = \underline{490}$.

d. $378 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7$ et $315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7$
donc $\text{PPCM}(378;315) = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = \underline{1\,890}$.

d. $231 = 3 \times 7 \times 11$ et $264 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 11$
donc $\text{PPCM}(231;264) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 11 = \underline{1\,848}$.

d. $140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$ et $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$
donc $\text{PPCM}(140;126) = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = \underline{1\,260}$.

### Exercice 9

a. 78 est un multiple de 26, car $26 \times 3 = 78$
donc $\text{PPCM}(26;78) = \underline{78}$.

b. $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ et $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
donc $\text{PPCM}(48;32) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = \underline{96}$.

c. $25 = 5 \times 5$ et $40 = 5 \times 8$
donc $\text{PPCM}(25;40) = 5 \times 5 \times 8 = \underline{200}$.

d. $77 = 7 \times 11$ et $343 = 7 \times 7 \times 7$
donc $\text{PPCM}(77;343) = 7 \times 7 \times 7 \times 11 = \underline{3\,773}$.

e. 568 est un multiple de 142, car $568 \div 142 = 4$
donc $\text{PPCM}(142;568) = \underline{568}$.

f. $245 = 5 \times 49$ et $294 = 6 \times 49$
donc $\text{PPCM}(245;294) = 5 \times 6 \times 49 = \underline{1\,470}$.

### Exercice 10

a. $39 = 3 \times 13$ et $65 = 5 \times 13$
donc $\text{PPCM}(39;65) = 3 \times 5 \times 13 = \underline{195}$.

b. 92 est un multiple de 23, car $23 \times 4 = 92$
donc $\text{PPCM}(92;23) = \underline{92}$.

c. $34 = 2 \times 17$ et $51 = 3 \times 17$
donc $\text{PPCM}(34;51) = 2 \times 3 \times 17 = \underline{102}$.

d. 252 est un multiple de 84, car $3 \times 84 = 252$
donc $\text{PPCM}(84;252) = \underline{252}$.

e. $122 = 2 \times 61$ et $305 = 5 \times 61$
donc $\text{PPCM}(122;305) = 2 \times 5 \times 61 = \underline{610}$.

f. 252 est un multiple de 21, car $252 = 21 \times 12$
donc $\text{PPCM}(252;21) = \underline{252}$.

### Exercice 11

1. $\text{PPCM}(15;6) = 30$ ; $\text{PPCM}(12;16) = 48$ ; $\text{PPCM}(39;26) = 78$.

2.a. $\frac{28}{15} = \frac{56}{30}$ et $\frac{11}{6} = \frac{55}{30}$ ; or $\frac{56}{30} > \frac{55}{30}$ donc $\frac{28}{15} > \frac{11}{6}$ ;

b. $\frac{7}{12} = \frac{28}{48}$ et $\frac{9}{16} = \frac{27}{48}$ ; or $\frac{28}{48} > \frac{27}{48}$ donc $\frac{7}{12} > \frac{9}{16}$ ;

c. $\frac{10}{39} = \frac{20}{78}$ et $\frac{7}{26} = \frac{21}{78}$ ; or $\frac{20}{78} < \frac{21}{78}$ donc $\frac{10}{39} < \frac{7}{26}$.

### Exercice 12

a. $\text{PPCM}(12;15) = 3 \times 4 \times 5 = 60$ donc $\frac{11}{12} = \frac{55}{60}$ et $\frac{13}{15} = \frac{52}{60}$ ;
or $\frac{52}{60} < \frac{55}{60}$ donc $\underline{\frac{13}{15} < \frac{11}{12}}$.

b. $92 \div 23 = 4$ donc $\text{PPCM}(23;92) = 92$ et $\frac{3}{23} = \frac{12}{92}$ ;
or $\frac{12}{92} < \frac{13}{92}$ donc $\underline{\frac{3}{23} < \frac{13}{92}}$.

c. $42 = 2 \times 3 \times 7$ et $70 = 2 \times 5 \times 7$ donc $\text{PPCM}(42;70) = 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$,
$\frac{17}{42} = \frac{17 \times 5}{42 \times 5} = \frac{85}{210}$ et $\frac{31}{70} = \frac{31 \times 3}{70 \times 3} = \frac{93}{210}$ ;
or $\frac{85}{210} < \frac{93}{210}$ donc $\underline{\frac{17}{42} < \frac{31}{70}}$.

d. $\text{PPCM}(8;20) = 2 \times 4 \times 5 = 40$ donc $\frac{7}{8} = \frac{35}{40}$ et $\frac{19}{20} = \frac{38}{40}$ ;
or $\frac{35}{40} < \frac{38}{40}$ donc $\underline{\frac{7}{8} < \frac{19}{20}}$.

e. $\text{PPCM}(14;21) = 2 \times 3 \times 7 = 42$ donc $\frac{31}{14} = \frac{96}{42}$ et $\frac{46}{21} = \frac{92}{42}$ ;
or $\frac{92}{42} < \frac{96}{42}$ donc $\underline{\frac{46}{21} < \frac{31}{14}}$.

f. $18 = 2 \times 3 \times 3$ et $4 = 2 \times 2$ donc $\text{PPCM}(18;4) = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$,
$\frac{37}{18} = \frac{74}{36}$ et $\frac{9}{4} = \frac{81}{36}$ ;
or $\frac{74}{36} < \frac{81}{36}$ donc $\underline{\frac{37}{18} < \frac{9}{4}}$.

### Exercice 13

1. a. $140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$ ; b. $294 = 2 \times 3 \times 7 \times 7$ ; c. $462 = 2 \times 3 \times 7 \times 11$.

2. a. $\text{PPCM}(140;294) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7 = \underline{2\,940}$ ;
b. $\text{PPCM}(140;462) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = \underline{4\,620}$ ;
c. $\text{PPCM}(294;462) = 2 \times 3 \times 7 \times 7 \times 11 = \underline{3\,234}$.

3.

a. $\frac{220}{140} = \frac{220 \times 21}{140 \times 21} = \frac{4\,620}{2\,940}$ et $\frac{450}{294} = \frac{450 \times 10}{294 \times 10} = \frac{4\,500}{2\,940}$ ;
or $\frac{4\,500}{2\,940} < \frac{4\,620}{2\,940}$ donc $\underline{\frac{450}{294} < \frac{220}{140}}$.

b. $\frac{12}{140} = \frac{12 \times 33}{140 \times 33} = \frac{396}{4\,620}$ et $\frac{40}{462} = \frac{40 \times 10}{462 \times 10} = \frac{400}{4\,620}$ ;
or $\frac{396}{4\,620} < \frac{400}{4\,620}$ donc $\underline{\frac{12}{140} < \frac{40}{462}}$.

c. $\frac{20}{294} = \frac{20 \times 11}{294 \times 11} = \frac{220}{3\,234}$ et $\frac{210}{462} = \frac{210 \times 7}{462 \times 7} = \frac{1\,470}{3\,234}$ ;
or $\frac{220}{3\,234} < \frac{1\,470}{3\,234}$ donc $\underline{\frac{20}{294} < \frac{210}{462}}$.

## Activités d'application

### Divisibilité

#### Exercice 14

a. $24=2\times2\times2\times3$ et la liste des diviseurs de 24 est :
1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24.

b. 31 est un nombre premier, donc la liste des diviseurs de 31 est : 1 et 31.

c. $42=2\times3\times7$ et la liste des diviseurs de 42 est :
1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 et 42.

d. $50=2\times5\times5$ et la liste des diviseurs de 50 est :
1, 2, 5, 10, 25 et 50.

e. $60=2\times2\times3\times5$ et la liste des diviseurs de 60 est :
1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60.

f. $76=2\times2\times19$ et la liste des diviseurs de 76 est :
1, 2, 4, 19, 38 et 76.

g. $81=3\times3\times3\times3$ et la liste des diviseurs de 81 est :
1, 3, 9, 27 et 81.

h. $100=2\times2\times5\times5$ et la liste des diviseurs de 100 est :
1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 et 100.

#### Exercice 15

a. 9 est un diviseur de 54.

b. 54 est un multiple de 9.

c. 54 est divisible par 9.

d. 9 divise 54.

#### Exercice 16

Parmi 46, 75, 90, 121, 711, 552, 1 080, 2 013 :

a. les nombres divisibles par 2 sont :
46, 90, 552 et 1 080 ;

b. les nombres divisibles par 3 sont :
75, 90, 711, 552, 1 080 et 2 013 ;

c. les nombres divisibles par 5 sont :
75, 90 et 1 080 ;

d. les nombres divisibles par 9 sont :
90, 711 et 1 080 ;

e. les nombres divisibles par 2, 3, 5 et 9 sont :
90 et 1 080.

#### Exercice 17

a. Il est ***faux*** qu'un nombre premier n'est divisible que par lui-même (*il est aussi divisible par 1*).

b. Il est ***faux*** qu'un nombre pair ne peut pas être premier (*2 est le seul nombre premier pair*).

c. Il est ***vrai*** que le nombre 1 n'est pas un nombre premier (*il n'a qu'un seul diviseur : lui-même*).

d. Il est ***faux*** qu'en multipliant deux nombres premiers on obtient un nombre premier.

#### Exercice 18

a. 13 est un nombre premier ; en effet il n'est divisible que par 1 et 13.

b. 21 n'est pas un nombre premier ; en effet il est divisible par 1, 3, 7 et 21.

c. 29 est un nombre premier ; en effet il n'est divisible que par 1 et 29.

d. 39 n'est pas un nombre premier ; en effet il est divisible par 1, 3, 13 et 39.

e. 41 est un nombre premier ; en effet il n'est divisible que par 1 et 41.

f. 57 n'est pas un nombre premier ; en effet il est divisible par 1, 3, 19 et 57.

g. 59 est un nombre premier ; en effet il n'est divisible que par 1 et 59.

h. 93 n'est pas un nombre premier ; en effet il est divisible par 1, 3, 31 et 93.

#### Exercice 19

a. La bonne décomposition en un produit de facteurs premiers de 198 est $2\times3\times3\times11$.

b. $2\times3\times13\times17$ est la décomposition en un produit de facteurs premiers de 1 326.

c. La bonne décomposition en un produit de facteurs premiers de 420 est $2\times2\times3\times5\times7$.

d. La bonne décomposition en un produit de facteurs premiers de 5 390 est $2\times5\times7\times7\times11$.

#### Exercice 20

Décomposition en un produit de facteurs premiers :

a. $18=2\times3\times3$ ;
b. $66=2\times3\times11$ ;
c. $70=2\times5\times7$ ;
d. $72=2\times2\times2\times3\times3$ ;
e. $9=3\times3$ ;
f. $121=11\times11$ ;
g. $147=3\times7\times7$ ;
h. $330=2\times3\times5\times11$.

#### Exercice 21

Décomposition en un produit de facteurs premiers :

a. $39=3\times13$ et $48=2\times2\times2\times2\times3$.

b. $1\,872=39\times48=2\times2\times2\times2\times3\times3\times13$.

## PGCD

### Exercice 22

a. $42=2\times3\times7$ (*décomposition en produit de facteurs premiers*) ;
la liste des diviseurs de 42 est :
1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 et 42.
$70=2\times5\times7$ (*décomposition en produit de facteurs premiers*) ;
la liste des diviseurs de 70 est :
1, 2, 5, 7, 10, 14, 35 et 70.

b. Diviseurs communs à 42 et 70 : 1, 2, 7, 14.

c. Le PGCD de ces deux nombres est 14.

### Exercice 23

1.a. $65=5\times13$ ; b. $165=3\times5\times11$ ;
c. $182=2\times7\times13$ ; d. $210=2\times3\times5\times7$.

2.a. PGCD(65;165) = 5 ;
b. PGCD(210;165) = $3\times5=15$ ;
c. PGCD(182;65) = 13.

### Exercice 24

a. $651=231\times2+189$ d'où PGCD(651;231) = PGCD(231;189) ;
$231=189\times1+42$ d'où PGCD(231;189) = PGCD(189;42) ;
$189=42\times4+21$ d'où PGCD(189;42) = PGCD(42;21) ;
$42=21\times2+0$ donc PGCD(42;21) = $\underline{21=\text{PGCD}(651;231)}$.

b. $444=168\times2+108$ d'où PGCD(444;168) = PGCD(168;108) ;
$168=108\times1+60$ d'où PGCD(168;108) = PGCD(108;60) ;
$108=60\times1+48$ d'où PGCD(108;60) = PGCD(60;48) ;
$60=48\times1+12$ d'où PGCD(60;48) = PGCD(48;12);
$48=12\times4+0$ donc PGCD(48;12) = $\underline{12=\text{PGCD}(444;168)}$.

c. $1\,638=858\times1+780$ d'où PGCD(1 638;858) = PGCD(858;780) ;
$858=780\times1+78$ d'où PGCD(858;780) = PGCD(780;78) ;
$780=78\times10+0$ donc PGCD(780;78) = $\underline{78=\text{PGCD}(1\,638;858)}$.

### Exercice 25

a. $78=2\times3\times13$ et $65=5\times13$
donc PGCD(78;65) = $\underline{13}$ ;

b. $660=2\times2\times3\times5\times11$ et $176=2\times2\times2\times2\times11$
donc PGCD(660;176) = $\times22\times11=\underline{44}$ ;

c. $819=3\times3\times7\times13$ et $924=2\times2\times3\times7\times11$
donc PGCD(819;924) = $3\times7=\underline{21}$ ;

d. $1\,260=2\times2\times3\times3\times5\times7$ et $735=3\times5\times7\times7$
donc PGCD(1 260;735) = $3\times5\times7=\underline{105}$ ;

e. $1\,330=2\times5\times7\times19$ et $3\,420=2\times2\times3\times3\times5\times19$
donc PGCD(1 330;3 420) = $2\times5\times19=\underline{190}$ ;

f. $3\,267=3\times3\times3\times11\times11$ et $1\,422=2\times3\times3\times79$
donc PGCD(3 267;1 422) = $3\times3=\underline{9}$.

## Ecriture irréductible d'une fraction

### Exercice 26

a. $\frac{32}{7}$ est une fraction irréductible.

b. $\frac{45}{14}$ est une fraction irréductible.

c. $\frac{35}{21}$ n'est pas une fraction irréductible ; $\frac{35}{21}=\underline{\frac{5}{3}}$.

d. $\frac{56}{18}$ n'est pas une fraction irréductible ; $\frac{56}{18}=\underline{\frac{28}{9}}$.

e. $\frac{88}{77}$ n'est pas une fraction irréductible ; $\frac{88}{77}=\underline{\frac{8}{7}}$.

f. $\frac{98}{85}$ est une fraction irréductible.

### Exercice 27

1.a. $168=2\times2\times2\times3\times7$ ; b. $189=3\times3\times3\times7$ ;
c. $312=2\times2\times2\times3\times13$ ; d. $390=2\times3\times5\times13$.

2.a. $\frac{168}{312}=\frac{2\times2\times2\times3\times7}{2\times2\times2\times2\times13}=\underline{\frac{7}{13}}$ ;

b. $\frac{390}{189}=\frac{2\times3\times5\times13}{3\times3\times3\times7}=\underline{\frac{130}{63}}$ ;

c. $\frac{189}{168}=\frac{3\times3\times3\times7}{2\times2\times2\times3\times7}=\underline{\frac{9}{8}}$ ;

d. $\frac{312}{390}=\frac{2\times2\times2\times13}{2\times3\times5\times13}=\underline{\frac{4}{15}}$.

### Exercice 28

a. PGCD(483;920) = 23 d'où $\frac{483}{920}=\frac{23\times21}{23\times40}=\underline{\frac{21}{40}}$ ;

b. PGCD(798;714) = 42 d'où $\frac{798}{714}=\frac{42\times19}{42\times17}=\underline{\frac{19}{17}}$ ;

c. PGCD(646;418) = 38 d'où $\frac{646}{418}=\frac{38\times17}{38\times11}=\underline{\frac{17}{11}}$ ;

d. PGCD(715;855) = 5 d'où $\frac{715}{855}=\frac{5\times143}{5\times171}=\underline{\frac{143}{171}}$ ;

e. PGCD(2 964;8 465) = 19 d'où $\frac{2\,964}{8\,465}=\frac{19\times156}{19\times445}=\underline{\frac{156}{445}}$ ;

f. PGCD(3 591;1 764) = 63 d'où $\frac{3\,591}{1\,764}=\frac{63\times57}{63\times28}=\underline{\frac{57}{28}}$.

## PPCM et comparaison de fractions

### Exercice 29

a. PPCM(32;8) = <u>32</u> car 32 est un multiple de 4 ;

b. PPCM(13;39) = <u>39</u> car 39 est un multiple de 13 ;

c. PPCM(16;20) = <u>80</u> car parmi les multiples successifs de 16 (16, 32, 48, 64, 80, 96, …) 80 est le premier multiple de 20 ;

d. PPCM(15;25) = <u>75</u> car parmi les multiples successifs de 25 (25, 50, 75, 100, …) 75 est le premier multiple de 15 ;

e. PPCM(32;24) = <u>96</u> car parmi les multiples successifs de 32 (32, 64, 96, 128, …) 96 est le premier multiple de 24 ;

f. PPCM(44;33) = <u>132</u> car parmi les multiples successifs de 44 (44, 88, 132, 176, …) 132 est le premier multiple de 33.

### Exercice 30

1. Multiples successifs de 12 :
12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132 et 144.

2.
a. PPCM(12;9) = <u>36</u> car 36 est le premier multiple de 9 parmi les multiples successifs de 12 ;

b. PPCM(12;20) = <u>60</u> car 60 est le premier multiple de 20 parmi les multiples successifs de 12 ;

c. PPCM(12;14) = <u>84</u> car 84 est le premier multiple de 14 parmi les multiples successifs de 12.

### Exercice 31

a. $92 = 2\times2\times23$ et $69 = 3\times23$,
donc PPCM(92;23) = $2\times2\times3\times23 = \underline{275}$ ;

b. $76 = 2\times2\times19$ et $95 = 5\times19$,
donc PPCM(76;95) = $2\times2\times5\times19 = \underline{380}$ ;

c. $75 = 3\times5\times5$ et $105 = 3\times5\times7$,
donc PPCM(75;105) = $3\times5\times5\times7 = \underline{525}$ ;

d. $88 = 2\times2\times2\times11$ et $64 = 2\times2\times2\times2\times2\times2$,
donc PPCM(88;64) = $2\times2\times2\times2\times2\times2\times11 = \underline{704}$ ;

e. $210 = 2\times3\times5\times7$ et $280 = 2\times2\times2\times5\times7$,
donc PPCM(210;280) = $2\times2\times2\times3\times5\times7 = \underline{840}$ ;

f. $108 = 2\times2\times3\times3\times3$ et $180 = 2\times2\times3\times3\times5$,
donc PPCM(108;180) = $2\times2\times3\times3\times3\times5 = \underline{540}$.

### Exercice 32

a. $\frac{21}{15} = \frac{7}{5} = \frac{35}{25}$ et $\frac{43}{25} > \frac{35}{25}$ donc $\underline{\frac{43}{25} > \frac{21}{15}}$ ;

b. PPCM(39;52) = 156, $\frac{5}{39} = \frac{20}{156}$ et $\frac{7}{52} = \frac{21}{156}$ ;
or $\frac{20}{156} < \frac{21}{156}$ donc $\underline{\frac{5}{39} < \frac{7}{52}}$ ;

c. PPCM(34;51) = 102, $\frac{13}{34} = \frac{39}{102}$ et $\frac{19}{51} = \frac{38}{102}$ ;
or $\frac{39}{102} > \frac{38}{102}$ donc $\underline{\frac{13}{34} > \frac{19}{51}}$ ;

d. $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ et $\frac{36}{54} = \frac{2}{3}$ donc $\underline{\frac{16}{24} = \frac{36}{54}}$ ;

e. $\frac{7}{38} = \frac{21}{114}$ et $\frac{21}{114} < \frac{23}{114}$ donc $\underline{\frac{7}{38} < \frac{23}{114}}$ ;

f. $\frac{120}{108} = \frac{10}{9} = \frac{90}{81}$ et $\frac{100}{81} > \frac{90}{81}$ donc $\underline{\frac{100}{81} > \frac{120}{108}}$.

## Opérations sur les fractions

### Exercice 33

a. $\frac{15}{12}-\frac{7}{12}=\frac{8}{12}=\underline{\frac{2}{3}}$ ; b. $3-\frac{3}{4}=\frac{12}{4}-\frac{3}{4}=\underline{\frac{9}{4}}$ ;

c. $\frac{17}{7}-2=\frac{17}{7}-\frac{14}{7}=\underline{\frac{3}{7}}$ ; d. $\frac{7}{12}-\frac{1}{15}=\frac{35}{60}-\frac{4}{60}=\underline{\frac{31}{60}}$ ;

e. $\frac{8}{14}-\frac{8}{35}=\frac{40}{70}-\frac{16}{70}=\frac{24}{70}=\underline{\frac{12}{35}}$ ;

f. $\frac{48}{34}-\frac{36}{51}=\frac{144}{102}-\frac{72}{102}=\frac{72}{102}=\underline{\frac{12}{17}}$.

### Exercice 34

a. $\frac{7}{13}+\underline{\frac{6}{13}}=1$ ; b. $\frac{47}{20}-\underline{\frac{7}{20}}=2$ ;

c. $\frac{5}{6}+\underline{\frac{8}{30}}=\frac{11}{10}$ ; d. $\frac{11}{6}-\underline{1}=\frac{5}{6}$.

### Exercice 35

a. $\frac{5}{7}+\frac{8}{3}+\frac{10}{21}=\frac{15}{21}+\frac{56}{21}+\frac{10}{21}=\frac{81}{21}=\underline{\frac{27}{7}}$ ;

b. $\frac{3}{8}+\frac{11}{12}+\frac{19}{24}=\frac{9}{24}+\frac{22}{24}+\frac{19}{24}=\frac{50}{24}=\underline{\frac{25}{12}}$ ;

c. $\frac{7}{15}-\frac{1}{3}+\frac{8}{15}=\frac{7}{15}-\frac{5}{15}+\frac{8}{15}=\frac{10}{15}=\underline{\frac{2}{3}}$ ;

d. $\frac{16}{11}-\frac{13}{22}-\frac{12}{33}=\frac{16}{11}-\frac{13}{22}-\frac{4}{11}=\frac{11}{22}=\underline{\frac{1}{2}}$ ;

e. $\frac{13}{9}-\left(\frac{7}{36}+\frac{5}{18}\right)=\frac{52}{36}-\left(\frac{7}{36}+\frac{10}{36}\right)=\underline{\frac{35}{36}}$ ;

f. $\frac{7}{6}+\left(\frac{25}{30}+\frac{3}{10}\right)=\frac{35}{30}+\left(\frac{25}{30}+\frac{9}{30}\right)=\frac{69}{30}=\underline{\frac{23}{10}}$.

### Exercice 36

a. $\frac{6}{7}\times\frac{11}{12}=\frac{6\times 11}{7\times 12}=\underline{\frac{11}{14}}$ ; b. $\frac{8}{15}\times\frac{3}{2}=\frac{8\times 3}{15\times 2}=\underline{\frac{4}{5}}$ ;

c. $\frac{3}{5}\times\frac{2}{7}\times\frac{15}{4}=\frac{3\times 2\times 15}{5\times 7\times 4}=\underline{\frac{9}{14}}$ ; d. $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\underline{\frac{1}{12}}$ ;

e. $\frac{12}{5}\times 3\times\frac{1}{6}=\frac{12\times 3}{5\times 6}=\underline{\frac{6}{5}}$ ; f. $\frac{3}{7}\times\frac{5}{6}\times\frac{14}{9}=\frac{3\times 5\times 14}{7\times 6\times 9}=\underline{\frac{5}{9}}$.

## Problèmes

### Exercice 37

a. Le nombre de sachets répartissant la totalité des 232 chocolats noirs et des 203 chocolats au lait, le nombre de chocolats noirs étant le même dans chaque sachet ainsi que le nombre de chocolats au lait, est un diviseur commun à 232 et 203 ; donc $\underline{29}$=PGCD(232;203) est le nombre maximal de sachets que le confiseur peut réaliser.

b. Chaque sachet va alors contenir :

- 232÷29=$\underline{8}$ chocolats noirs,
- 203÷29=$\underline{7}$ chocolats au lait.

### Exercice 38

a. Avançant à la même vitesse, Malik et Paul poseront un pied exactement en même temps pour toute distance multiple commune de 84 et 68 ; après leur départ, ils poseront donc à nouveau un pied exactement en même temps pour une distance égale au PPCM(84;68)=$\underline{\text{1 428 cm}}$ (84=2×2×3×7, 64=2×2×17 et PPCM(84;68)=2×2×3×7×17).

b. Nombre de pas alors accomplis :
par Malik, 1 428÷84=$\underline{17}$, par Paul : 1 428÷68=$\underline{21}$.

### Exercice 39

a. Le nombre de dents qui ont défilé au point de contact des dents colorés, entre deux contacts consécutifs de ces dents, est égal au PPCM(75;30)=$\underline{150}$ (75=3×5×5, 30=2×3×5 et PPCM(75;30)=2×3×5×5).

b. Nombre de tours alors effectués ;

- par la roue à 75 dents, 150÷75=$\underline{2}$,
- par la roue à 30 dents, 150÷30=$\underline{5}$.

### Exercice 40

a. Dépense du vendredi : $\frac{7}{24}$ ;

dépense du samedi : $\frac{15}{54}=\frac{5}{18}$.

Comme : 24=2×2×2×3 et 18=2×3×3,
on a : PPCM(24;18)=2×2×2×3×3=72,

$\frac{7}{24}=\frac{21}{72}$, $\frac{5}{18}=\frac{20}{72}$ avec $\frac{21}{72}>\frac{20}{72}$,

donc c'est $\underline{\text{vendredi}}$ que Fatou a dépensé le plus d'argent.

b. Fraction de la dépense des deux jours : $\frac{21}{72}+\frac{20}{72}=\underline{\frac{41}{72}}$.

c. Avec une somme initiale de 7 200 FCFA, Fatou a dépensé en tout : 7 200×$\frac{41}{72}$=$\underline{\text{4 100 FCFA}}$.

## Bien comprendre, mieux rédiger

### Exercice 41 **Nombre premier ou pas**

1.a. ● 127, nombre impair, n'est pas divisible par 2 ;
● $1+2+7=10$ n'est pas un multiple de 3, donc 127 n'est pas divisible par 3 ;
● 127, avec un chiffre des unités différent de 0 et 5, n'est pas divisible par 5.

b. Dans une succession de divisions euclidiennes à dividende constant, quand les diviseurs augmentent, les quotients diminuent :
- dans la division de 127 par 7, le quotient est 18 ;
- dans la division de 127 par 11, le quotient est 11 ;
- inutile de continuer : un nombre supérieur à 11 ne peut pas diviser 127 car le quotient, *supposé obtenu et inférieur à 11*, diviserait 127 ; ce qui est impossible d'après les résultats précédents.

2. ● 221 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5 ;
● $221=7\times31+4$, donc 221 n'est pas divisible par 7 ;
● $221=11\times20+1$, donc 221 n'est pas divisible par 11 ;
● $221=13\times17$, donc 221, divisible par 13 et 17, n'est pas un nombre premier.

### Exercice 42 **Fraction irréductible**

1.

a. $\frac{130}{231}=\frac{2\times5\times13}{3\times7\times11}$ ; $\frac{121}{385}=\frac{11\times11}{5\times7\times11}$ ; $\frac{245}{204}=\frac{5\times7\times7}{2\times2\times3\times17}$

- $\frac{130}{231}$ est une fraction irréductible ;
- $\frac{121}{385}$ n'est pas une fraction irréductible : $\frac{121}{385}=\underline{\frac{11}{35}}$ ;
- $\frac{245}{204}$ est une fraction irréductible.

2.a.

| | |
|---|---|
| $1\,078=507\times2+64$ | donc PGCD(1 078;507)=PGCD(507;64), |
| $507=64\times7+59$ | donc PGCD(507;64)=PGCD(64;59), |
| $64=59\times1+5$ | donc PGCD(64;59)=PGCD(59;5), |
| $59=5\times11+4$ | donc PGCD(59;5)=PGCD(5;4), |
| $5=4\times1+1$ | donc PGCD(5;4)=<u>1=PGCD(1 078;507)</u>. |

| | |
|---|---|
| $1\,197=351\times23+144$ | donc PGCD(1 197;351)=PGCD(351;144), |
| $351=144\times2+63$ | donc PGCD(351;144)=PGCD(144;63), |
| $144=63\times2+18$ | donc PGCD(144;63)=PGCD(63;18), |
| $63=18\times3+9$ | donc PGCD(63;18)=PGCD(18;9), |
| $18=9\times2+0$ | donc PGCD(18;9)=<u>9=PGCD(1 197;351)</u>. |

| | |
|---|---|
| $8\,151=7\,735\times1+416$ | donc PGCD(8 151;7 735)=PGCD(7 735;416), |
| $7\,735=416\times18+247$ | donc PGCD(7 735;416)=PGCD(416;247), |
| $416=247\times1+169$ | donc PGCD(416;247)=PGCD(247;169), |
| $247=169\times1+78$ | donc PGCD(247;169)=PGCD(169;78), |
| $169=78\times2+13$ | donc PGCD(169;78)=PGCD(78;13), |
| $78=13\times6+0$ | donc PGCD(78;13)=<u>13=PGCD(7 735;8 151)</u>. |

b. ● $\frac{1\,078}{507}$ est une fraction irréductible ;

● $\frac{1\,197}{351}$ n'est pas une fraction irréductible :

$$\frac{1\,197}{351}=\frac{9\times133}{9\times39}=\underline{\frac{133}{39}};$$

● $\frac{7\,735}{8\,151}$ n'est pas une fraction irréductible :

$$\frac{7\,735}{8\,151}=\frac{13\times595}{13\times627}=\underline{\frac{595}{627}}.$$

### Exercice 43 **Nombres premiers ou premiers entre eux**

1. *Un nombre est dit premier s'**il a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même**.*
*Deux nombres sont dits premiers entre eux si **leur PGCD est égal à 1**.*

2. Parmi les nombres 13, 19, 38 et 39 :

a. 13 et 19 sont premiers ($38=2\times19$ et $39=3\times13$) ;

b. les couples de nombres premiers entre eux sont : (13;19), (13;38), (19;39) et (38;39)
[PGCD(13;39)=13 et PGCD(19;38)=2].

3. Parmi les nombres 31, 91, 217 et 403 :

a. 31 est le seul nombre premier
($91=7\times13$, $217=7\times31$ et $403=13\times31$) ;

b. (31;91) est le seul couple de nombres premiers entre eux [PGCD(31;217)=31, PGCD(31;403)=31, PGCD(91;217)=7, PGCD(91;403)=13 et PGCD(217;403)=31].

### Exercice 44 **PGCD, PPCM ou ni l'un ni l'autre**

**Enoncé A**

1. Le côté d'une plaque carrée doit être un diviseur commun de 360 et 210 ; si l'on veut utiliser des plaques les plus grandes possible, la mesure de leur côté doit donc être égale au PGCD(360;210).
Or : $360=2\times2\times2\times3\times3\times5$ et $210=2\times3\times5\times7$ ;
donc : PGCD(360;210)$=2\times3\times5=30$.
La mesure du côté d'une plaque est de <u>30 cm</u>.

2. Nombre de plaques sur la longueur du mur : $360\div30=12$ ;
nombre de plaques sur la largeur du mur : $210\div30=7$ ;
nombre de plaques pour couvrir le mur : $12\times7=$<u>84</u>.

**Enoncé B**

1.a. La mesure du côté du carré, obtenu en juxtaposant (toujours dans le même sens) des plaques rectangulaires de 231 mm de longueur et 63 mm de largeur, doit être un multiple commun de 231 et 63 ; si l'on veut utiliser le moins de plaques possible, la mesure du côté du carré doit donc être égale au PPCM(231;63).
Or : $231=3\times7\times11$ et $63=3\times3\times7$ ;
donc : PPCM(231;63)$=3\times3\times7\times11=693$.
La mesure du côté du carré réalisé est de <u>693 mm</u>.

b. Nombre de plaques disposées selon leur longueur : $693\div231=3$ ;
nombre de plaques disposées selon leur largeur : $693\div63=11$ ;
nombre total de plaques utilisées : $3\times11=$<u>33</u>.

2. $1\,386=693\times2$ ; on en déduit qu'un carré de 1 386 mm de côté est partagé en quatre carrés de 693 mm de côté.
Pour réaliser ce nouveau carré Kondo devra donc utiliser : $4\times33=$<u>132 plaques</u>.

### Exercice 45 **Comparer des fractions**

1. Les justifications de Joseph et Safi sont incorrectes ; celle d'Abdoul est correcte.
2. On peut comparer directement deux fractions dans deux cas :
●deux fractions de même dénominateur sont dans le même ordre que leur numérateur : $\frac{7}{18}>\frac{5}{18}$ car $7>5$ ;
●deux fractions de même numérateur sont dans l'ordre inverse de celui de leur dénominateur : $\frac{29}{15}<\frac{29}{12}$ car $15>12$.

3. Pour comparer $\frac{12}{23}$ et $\frac{10}{18}$, des calculs sont nécessaires :
PPCM(23;18)$=23\times18=414$ ;
$\frac{12}{23}=\frac{216}{414}$, $\frac{10}{18}=\frac{230}{414}$ et $\frac{216}{414}<\frac{230}{414}$ donc $\frac{12}{23}<\frac{10}{18}$.

## Exercices d'approfondissement

### Exercice 46 Nombres premiers et premiers entre eux

1. Si deux nombres $a$ et $b$, $a \neq b$, sont premiers, alors :
    - les diviseurs de $a$ sont 1 et $a$,
    - les diviseurs de $b$ sont 1 et $b$.

On en déduit que 1 est le seul diviseur commun à $a$ et $b$, c'est-à-dire que $a$ et $b$ sont premiers entre eux.

2. La réciproque est fausse.

*Contre-exemple* :
- les diviseurs de 35 sont 1, 5, 7 et 35 ;
- les diviseurs de 6 sont 1, 2, 3 et 6 ;
- 1 est donc le seul diviseur commun à 35 et 6, c'est-à-dire que les nombres 35 et 6 sont premiers entre eux ;
- pourtant 35 et 6 ne sont pas des nombres premiers.

### Exercice 47 Quel est le nombre ?

$72=2\times2\times2\times3\times3$, $12=2\times2\times3$, $792=2\times2\times2\times3\times3\times11$.

Parmi les quatre nombres :

$66=2\times3\times11$, $120=2\times2\times2\times3\times5$,
$132=2\times2\times3\times11$, $228=2\times2\times3\times19$,

- le nombre $a$ tel que PGCD($a$;72)=12 est <u>132</u> ou <u>228</u> ;
- le nombre $b$ tel que PPCM($b$;72)=792 est <u>66</u> ou <u>132</u> ;
- le nombre $c$ tel que PGCD($c$;72)=12 et PPCM($c$;72)=792 est <u>132</u>.

### Exercice 48 PGCD et PPCM

a. $330=2\times3\times5\times11$ et $525=3\times5\times5\times7$ ;
donc : PGCD(330;525)$=3\times5=15$,
PPCM(330;525)$=2\times3\times5\times5\times7\times11=11\ 550$.

b. *Constats* :

$330\times525=173\ 250$,
PGCD(330;525)×PPCM(330;525)$=15\times11\ 550=173\ 250$,
<u>330×525=PGCD(330;525)×PPCM(330;525)</u>.

c. *Propriété … utile à retenir* :
pour tout couple $a$ et $b$ de nombres naturels
$a\times b$=PGCD($a$;$b$)×PPCM($a$;$b$).

Pour: $357=3\times7\times17$ et $441=3\times3\times7\times7$,
on a : $357\times441=157\ 437$ et PGCD(357;441)$=3\times7=21$,
donc : PPCM(357;441)$=157\ 437\div21=7\ 497$.

### Exercice 49 Les arbres coupés

La distance qui séparait deux arbres consécutifs est un diviseur commun à 117 et 65.
Or $117=3\times3\times13$ et $65=5\times13$, donc : PGCD(117;65)=13.

La distance, qui séparait deux arbres consécutifs, était donc de 13 m ; il y en avait donc : $\frac{117}{13}+\frac{65}{13}=14$.

C'est-à-dire que : <u>11 ont été coupés</u>.

### Exercice 50 Bonbons à vendre

1.a. Le nombre de sachets de bonbons doit être un diviseur commun de 540, 468 et 396 ;
le plus grand nombre possible de sachets est donc le PGCD(540;468;396).
Or : $540=2\times2\times3\times3\times3\times5$,
$468=2\times2\times3\times3\times13$,
$396=2\times2\times3\times3\times11$ ;
donc : PGCD(540;468;396)$=2\times2\times3\times3=36$.
Le plus grand nombre possible de sachets est <u>36</u>.

b. Chaque sachet va contenir :
- $540\div36=$<u>15 bonbons rouges</u>,
- $468\div36=$<u>13 bonbons verts</u>,
- $396\div36=$<u>11 bonbons jaunes</u>.

2.a. Dans les sachets précédents, il y a :
$15+13+11=39$ bonbons ;
si le marchand veut que ses sachets toujours tous identiques (et en plus grand nombre) contiennent au moins 60 bonbons, il faut doubler dans chaque sachet le nombre de bonbons, c'est-à-dire diviser par deux le nombre de sachets : <u>18</u>.

b. Chaque sachet va alors contenir :
- $540\div18=$<u>30 bonbons rouges</u>,
- $468\div18=$<u>26 bonbons verts</u>,
- $396\div18=$<u>22 bonbons jaunes</u>.

### Exercice 51 L'examen

1.Taux de réussite :
- cette année : $\frac{420}{570}=\frac{2\times2\times3\times5\times7}{2\times3\times5\times19}=\underline{\frac{14}{19}}$ ;
- l'année dernière : $\frac{324}{456}=\frac{2\times2\times3\times3\times3\times3}{2\times2\times2\times3\times19}=\underline{\frac{27}{38}}$
- il y a deux ans : $\frac{276}{342}=\frac{2\times2\times3\times23}{2\times3\times3\times19}=\underline{\frac{46}{57}}$.

2. PPCM(19;38;57)=114,
$\frac{14}{19}=\frac{84}{114}$, $\frac{27}{38}=\frac{81}{114}$ et $\frac{46}{57}=\frac{92}{114}$ ;
donc c'est il y a deux ans que le taux de réussite a été le plus élevé.

### Exercice 52 Parcelles à vendre

a. $\frac{84}{288}=\frac{7}{24}$ et $\frac{12}{32}=\frac{3}{8}$.
La fraction du terrain initial vendu par M. Diboti est :
$\frac{7}{24}+\frac{3}{8}+\frac{2}{9}=\frac{21+27+16}{72}=\frac{64}{72}=\underline{\frac{8}{9}}$.

b. Après la vente des trois parcelles il restera $\frac{1}{9}$ du terrain, c'est-à-dire : $15\ 570\times\frac{1}{9}=$<u>1 730 m²</u>.

## Activités d'intégration

### Exercice 53 **La clôture**

1.a. L'espacement entre deux poteaux consécutifs devant être un diviseur commun de 42, 54 et 66, l'espacement maximal est le PGCD(42;54;22).
Or : $42=2\times3\times7$ ; $54=2\times3\times9$ et $66=2\times3\times11$ ; donc : PGCD(42;54;22)$=2\times3=6$.
L'espacement maximal entre deux poteaux consécutifs est de 6 m.

b. Sur le côté qui mesure 42 m, le nombre de poteaux est de $42\div6+1=8$ ;
sur le côté qui mesure 54 m, le nombre de poteaux est de $54\div6+1=10$ ;
sur le côté qui mesure 66 m, le nombre de poteaux est de $66\div6+1=12$ ;
mais dans le décompte ci-dessus, les poteaux de chaque coin du terrain sont comptés deux fois, donc le nombre total de poteaux nécessaires est égal à : $8+10+12-3=27$.

2.a. Si, pour la solidité de la clôture, l'espace entre deux poteaux ne doit pas être supérieur à 4 m, alors (*pour limiter la dépense, c'est-à-dire le nombre total de poteaux*) l'espace entre deux poteaux consécutifs sera de 3 m (plus grand diviseur commun à 42, 54 et 22, inférieur à 4).

b. Le nombre total de poteaux sera alors égal à : $(42\div3+1)+(54\div3+1)+(66\div3+1)-3=15+19+23-3=54$.

3.a. Fraction du coût total restant à payer : $1-\frac{7}{24}-\frac{11}{30}=\frac{120-35-44}{120}=\frac{41}{120}$.

b. Pour un prix total de 240 000 F CFA, cela correspond à : $240\,000\times\frac{41}{120}=$ 82 000 F CFA.

### Exercice 54 **A la recherche des exoplanètes**

1. Le nombre de jours entre deux situations consécutives d'alignement des deux planètes avec l'étoile est égal au PPCM(96;168) ; or : $96=2\times2\times2\times2\times2\times3$ et $168=2\times2\times2\times3\times7$ ; donc : PPCM(96;168)$=2\times2\times2\times2\times2\times3\times7=672$.
Il y a 672 jours entre deux situations consécutives d'alignement des deux planètes avec l'étoile.

2. Le nombre de jours entre deux situations consécutives d'alignement des trois planètes avec l'étoile est égal au PPCM(96;168;312) ; or : $96=2\times2\times2\times2\times2\times3$ , $168=2\times2\times2\times3\times7$ et $312=2\times2\times2\times3\times13$ ;
donc : PPCM(96;168;312)$=2\times2\times2\times2\times2\times3\times7\times13=8\,736$.
Il y a 8 736 jours entre deux situations consécutives d'alignement des trois planètes avec l'étoile.

3. $36=2\times2\times3\times3$ , $14=2\times7$ et $844=2\times2\times211$ ; donc PPCM(36;14;844)$=2\times2\times3\times3\times7\times211=53\,172$.

$$\frac{1}{3\,600}+\frac{1}{1400}+\frac{1}{84\,400}=\frac{1}{100}\times\left(\frac{1\,477+3\,798+63}{53\,172}\right)=\frac{5\,338}{5\,317\,200}=\frac{2\times17\times157}{2\times2\times3\times3\times7\times211\times100}=\frac{2\,669}{2\,658\,600}.$$

Donc la masse totale des trois planètes est égale à $\frac{2\,669}{2\,658\,600}$ masse de l'étoile.

| Activités de découverte | Cours Méthodes et savoir-faire | Application | Bien comprendre Mieux rédiger | Approfondissement |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Les nombres rationnels [1 p 104] | 14, 15, 16, 17, 18, 19 | 50 | 60 |
| 2 | Comparaison de nombres rationnels [2 p 104] | 20, 22 | | 61 |
| 3 | Addition et soustraction de nombres rationnels : règles de calcul [3a p 104] | 23, 24, 37 | | |
| | Opposé d'un nombre rationnel [3b p 104] | 21 | 54 | |
| 4 | Multiplication de nombres rationnels [4 p 105] | 25, 26, 33, 34, 35 | 51, 52, 55 | 56, 59, 66, 67 |
| | **Apprendre à multiplier des nombres rationnels [1p 107]** | **1, 2, 3, 4, 5, 6** | | |
| 5 | Inverse d'un nombre rationnel non nul [5 p 105] | 27, 28, 31, 32 | 54 | |
| 6 | Division de deux nombres rationnels non nuls [6 p 105] | 29, 30, 36 | 53, 55 | 57, 58, 62, 63 |
| | **Apprendre à diviser deux nombres rationnels [2 p 108]** | **7, 8, 9, 10, 11, 12, 13** | | |
| 7 | Rationnel décimal ou non décimal [7 p 106] | 38 | | |
| | Approximations décimales d'un nombre rationnel positif [8 p 106] | 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49 | | 64, 65, 68 |

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

## Activités de découverte

### Pour démarrer **Le bon cocktail**

1.a. Proportion de jus d'ananas dans le mélange : $3\times\frac{3}{20}=\frac{9}{20}$.

b. Proportion des trois jus de fruit dans le cocktail : $\frac{3}{8}+\frac{3}{20}+\frac{9}{20}=\frac{39}{40}$.

c. Proportion de sirop de grenadine dans le mélange : $1-\frac{39}{40}=\frac{1}{40}$.

d. Le jus d'ananas est l'ingrédient en plus grande quantité.

2. Proportion de jus d'ananas fabriqué par Acha dans le mélange :

$\frac{3}{4}\times\frac{9}{20}=\frac{27}{80}$.

3. Pour préparer 200 centilitres de cocktail, Acha a utilisé :

$200\times\frac{3}{8}=$ 75 cL de jus d'orange,

$200\times\frac{3}{20}=$ 30 cL de jus de papaye,

$200\times\frac{9}{20}=$ 90 cL de jus d'ananas,

$200\times\frac{1}{40}=$ 5 cL de grenadine.

### 1 **Quotients de nombres entiers relatifs**

1.a. $7\times3=21$ ; donc : $\frac{21}{7}=3$ ; $\quad 7\times(-3)=-21$ ; donc : $\frac{-21}{7}=-3$ ;

$-7\times3=-21$ ; donc : $\frac{-21}{-7}=3$ ; $\quad -7\times(-3)=21$ ; donc : $\frac{21}{-7}=-3$.

b. $\frac{21}{7}$ et $\frac{-21}{-7}$ sont positifs ; $\quad \frac{-21}{7}$ et $\frac{21}{-7}$ sont négatifs.

2.a. Le quotient de deux nombres relatifs de même signe est positif ;
le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

b. Quotients positifs : $\frac{-6}{-11}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{-14}{-15}$ ; $\quad$ quotients négatifs : $\frac{-21}{7}$, $\frac{5}{-3}$, $\frac{-13}{10}$.

## 2 **Comparaison de nombres rationnels**

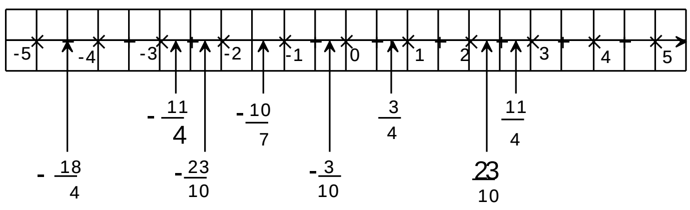
1.a. $-3 < -\frac{11}{4} < -2$ ; $\quad -2 < -\frac{10}{7} < -1$ ;

$2 < \frac{23}{10} < 3$ ; $\quad 2 < \frac{11}{4} < 3$ ;

$-1 < -\frac{3}{10} < 0$ ; $\quad 0 < \frac{3}{4} < 1$ ;

$-3 < -\frac{23}{10} < -2$ ; $\quad -5 < -\frac{18}{4} < -4$.

b.




c. Nombres opposés : $-\frac{11}{4}$ et $\frac{11}{4}$ ; $\quad -\frac{23}{10}$ et $\frac{23}{10}$.

2.a. $\frac{11}{4} > \frac{3}{4}$ ; $\quad -\frac{3}{10} > -\frac{23}{10}$ ; $\quad \frac{3}{4} > -\frac{18}{4}$ $\quad$ (*utiliser à nouveau la représentation précédente*).

b. Règle : *Si deux nombres relatifs sont positifs, <u>le plus grand est celui dont la distance à zéro est la plus grande</u> ;*
*si deux nombres relatifs sont négatifs, <u>le plus grand est celui dont la distance à zéro est la plus petite</u>.*

## 3 **Additionner et soustraire deux nombres rationnels**

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{22}{3} + \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{17}{3}$ | $\frac{17}{3} - \frac{22}{3} = -\frac{5}{3}$ | $\frac{17}{3} + \frac{-22}{3} = -\frac{5}{3}$ |
| $\frac{15}{7} + \left(-\frac{4}{7}\right) = \frac{11}{7}$ | $\frac{11}{7} - \frac{15}{7} = -\frac{4}{7}$ | $\frac{11}{7} + \frac{-15}{7} = -\frac{4}{7}$ |
| $\frac{16}{13} + \left(-\frac{7}{13}\right) = \frac{9}{13}$ | $\frac{9}{13} - \frac{16}{13} = -\frac{7}{13}$ | $\frac{9}{13} + \frac{-16}{13} = -\frac{7}{13}$ |
| $\frac{16}{5} + \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{12}{5}$ | $\frac{12}{5} - \frac{16}{5} = -\frac{4}{5}$ | $\frac{12}{5} + \frac{-16}{5} = -\frac{4}{5}$ |
| $\frac{7}{9} + \left(-\frac{11}{9}\right) = \frac{-4}{9}$ | $\frac{-4}{9} - \frac{7}{9} = -\frac{11}{9}$ | $\frac{-4}{9} + \frac{-7}{9} = -\frac{11}{9}$ |

Règle :

*Soustraire un nombre en écriture fractionnaire revient à additionner son opposé.*

## 4 **Multiplier deux nombres rationnels**

1.a. $\frac{7}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{8}$.

b. En appliquant la règle des signes (*le produit de deux nombres de même signe est positif, le produit de deux nombres de signes contraires est négatif*), on obtient : $\frac{-7}{4} \times \frac{3}{2} = -\frac{21}{8}$ ; $\quad \frac{-7}{4} \times \frac{-3}{2} = \frac{21}{8}$ ; $\quad \frac{7}{4} \times \frac{-3}{2} = -\frac{21}{8}$ ; $\quad \frac{7}{-4} \times \frac{-3}{2} = \frac{21}{8}$.

2.a. $\frac{-7}{-4}$ est un nombre positif ; $\frac{-3}{2}$ est un nombre négatif.

On en déduit (toujours d'après la règle des signes) que $\frac{-7}{-4} \times \frac{-3}{2}$ est un nombre négatif et $\frac{-7}{-4} \times \frac{-3}{2} = -\frac{21}{8}$.

b. En appliquant la règle des signes au numérateur et au dénominateur, on a : $\frac{(-7) \times (-3)}{(-4) \times 2} = \frac{21}{-8} = \frac{-7}{-4} \times \frac{-3}{2}$.

c. Règle : *Pour multiplier deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.*

## 5 **Inverse d'un nombre rationnel**

1.a. $5 \times \underline{\frac{1}{5}} = 1$.

b. $\underline{\frac{1}{5}}$ est l'inverse de 5. $\quad$ *Le produit d'un nombre non nul et de son inverse est égal à 1.*

2.a. $-4 \times \underline{\left(-\frac{1}{4}\right)} = 1$ ; $\quad -\frac{1}{4} \times (\underline{-4}) = 1$ ; $\quad \frac{7}{3} \times \underline{\frac{3}{7}} = 1$ ; $\quad -\frac{6}{5} \times \underline{\left(-\frac{5}{6}\right)} = 1$.

b. $\underline{-\frac{1}{4}}$ est l'inverse de $-4$ ; $\quad \underline{-4}$ est l'inverse de $-\frac{1}{4}$ ; $\quad \underline{\frac{3}{7}}$ est l'inverse de $\frac{7}{3}$ ; $\quad \underline{-\frac{5}{6}}$ est l'inverse de $-\frac{6}{5}$.

c. Règle : *a et b désignant deux nombres entiers relatifs non nuls, l'inverse du nombre* $\frac{a}{b}$ *s'écrit* $\frac{b}{a}$.

## 6 **Diviser par un nombre rationnel**

1.a. $20\div4=5$ et $20\times\frac{1}{4}=5$ ; $30\div(-2)=-15$ et $30\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-15$.

Les nombres 4 et $\frac{1}{4}$, d'une part, $-2$ et $-\frac{1}{2}$, d'autre part sont inverses.

b. Règle : *Diviser par un nombre rationnel revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.*

2.a. $12\div(-3)=12\times\frac{1}{-3}=-4$ ; b. $14\div\frac{1}{2}=14\times2=28$ ; c. $5\div\left(-\frac{2}{3}\right)=5\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{15}{2}$ ; d. $\frac{3}{5}\div\frac{3}{2}=\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{5}$.

## 7 **Nombre rationnel décimal ou non décimal**

1.a. $33\div3=11$ ; $-7\div5=-1{,}4$ ; $14\div33=0{,}424\ 242\ ...$ ; $6\div100=0{,}06$ ; $-21\div8=-2{,}625$ ; $31\div11=2{,}818\ 181\ ...$.

b. La division ne s'arrête jamais pour $14\div33$ et $31\div11$ ; les nombres $\frac{14}{33}$ et $\frac{31}{12}$ ne sont pas décimaux.

2. $7\div11=0{,}636\ 363\ ...$ ; $-14\div6=-2{,}333\ 333\ ...$ ; $-17\div12=-1{,}416\ 666\ ...$ ; (trois divisions qui ne s'arrêtent jamais)

donc : $\frac{7}{11}$, $-\frac{14}{6}$ et $-\frac{17}{12}$ <u>ne sont pas des nombres décimaux</u> ;

$-7\div14=-0{,}5$ ; $15\div6=2{,}5$ ; $13\div4=3{,}25$ ; (trois divisions qui s'arrêtent)

donc : $-\frac{7}{14}$, $\frac{15}{6}$ et $\frac{13}{4}$ <u>sont des nombres décimaux</u>.

# **Méthodes et savoir-faire**

## **1 Apprendre à multiplier des nombres rationnels**

### Exercice 1

Si * représente un nombre positif non nul :

a. $-\frac{*}{*}\times\frac{*}{*}<0$ ; b. $\frac{-*}{*}\times\frac{*}{-*}>0$ ;

c. $\frac{-*}{-*}\times\left(-\frac{*}{*}\right)<0$ ; d. $\frac{-*}{*}\times(-*)>0$.

### Exercice 2

a. $-\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}=-\underline{\frac{24}{35}}$ ; b. $\frac{3}{8}\times\frac{4}{9}=\underline{\frac{1}{6}}$ ;

c. $\frac{1}{3}\times\left(-\frac{11}{4}\right)=-\underline{\frac{11}{12}}$ ; d. $-\frac{7}{5}\times\left(-\frac{5}{7}\right)=\underline{1}$ ;

e. $-7\times\frac{2}{9}=-\underline{\frac{14}{9}}$ ; f. $-\frac{13}{3}\times(-4)=\underline{\frac{52}{3}}$.

### Exercice 3

a. $\frac{-2}{5}\times\frac{3}{5}=\underline{\frac{-6}{25}}$ ; b. $\frac{-4}{7}\times\frac{-14}{6}=\underline{\frac{4}{3}}$ ;

c. $\frac{-7}{-10}\times\frac{11}{4}=\underline{\frac{77}{40}}$ ; d. $\frac{6}{-13}\times\frac{-5}{12}=\underline{\frac{5}{26}}$ ;

e. $\frac{1}{-1}\times\frac{7}{-15}=\underline{\frac{7}{15}}$ ; f. $\frac{7}{-15}\times\frac{-5}{-1}=\underline{\frac{-7}{3}}$.

### Exercice 4

$A=\frac{-8}{3}\times\frac{1}{6}=-\underline{\frac{4}{9}}$ ; $B=-\frac{12}{9}\times\frac{1}{-3}=\underline{\frac{4}{9}}$ ;

$C=\frac{10}{18}\times\frac{4}{-5}=-\underline{\frac{4}{9}}$ ; $D=-\frac{12}{3}\times\frac{6}{9}=-\underline{\frac{8}{3}}$ ;

$E=\frac{16}{-3}\times\frac{-1}{12}=\underline{\frac{4}{9}}$ ; $F=\frac{-24}{-10}\times\frac{-5}{24}=-\underline{\frac{1}{2}}$.

### Exercice 5

$E=\frac{3}{5}\times\left(-\frac{6}{10}\right)\times\left(-\frac{20}{12}\right)=\underline{\frac{3}{5}}$ ;

$F=-\frac{1}{7}\times\left(-\frac{14}{3}\right)\times\left(-\frac{6}{11}\right)\times\frac{9}{4}=-\underline{\frac{9}{11}}$ ;

$G=\frac{5}{4}\times\frac{-6}{13}\times\frac{16}{-3}\times\frac{-1}{10}\times\frac{26}{-5}=\underline{\frac{8}{5}}$ ;

$F=\frac{-2}{3}\times\frac{-6}{5}\times\frac{15}{-8}\times\frac{-11}{-12}\times\frac{16}{3}=-\underline{\frac{22}{3}}$.

### Exercice 6

Si * est un nombre positif non nul :

a. $-\frac{*}{*}\times\frac{*}{*}\times\left(-\frac{*}{*}\right)\times\frac{*}{*}\times\frac{*}{*}>0$ ;

b. $-\frac{*}{*}\times\frac{*}{*}\times\left(-\frac{*}{*}\right)\times\left(-\frac{*}{*}\right)\times\frac{*}{*}<0$.

## 2 Apprendre à diviser deux nombres rationnels

### Exercice 7

Les inverses de $-\frac{11}{3}$, $-8$, $\frac{-1}{10}$, $\frac{3}{4}$,

sont $-\frac{3}{11}$, $-\frac{1}{8}$, $-10$, $\frac{4}{3}$.

### Exercice 8

Parmi : $\frac{4}{5}$, $-\frac{7}{5}$, $-4$, $\frac{5}{7}$, $\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{4}$ et $-\frac{5}{7}$,

deux couples de nombres sont inverses l'un de l'autre :

$-\frac{7}{5}, -\frac{5}{7}$ et $-4, -\frac{1}{4}$.

### Exercice 9

a. $-\frac{*}{*} \div \frac{*}{*} < 0$ ; b. $-\frac{*}{*} \div \left(-\frac{*}{*}\right) > 0$ ;

c. $\frac{-*}{-*} \div \left(-\frac{*}{*}\right) < 0$ ; d. $\frac{-*}{*} \div (-*) > 0$ ;

e. $\frac{*}{\frac{-*}{*}} < 0$ ; f. $\frac{-*}{\frac{*}{-*}} > 0$.

### Exercice 10

a. $\frac{3}{5} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{5} = \underline{\frac{21}{25}}$ ;

b. $\frac{2}{9} \div \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{2}{9} \times \left(-\frac{3}{7}\right) = \underline{-\frac{2}{21}}$ ;

c. $-\frac{12}{5} \div \left(-\frac{1}{10}\right) = -\frac{12}{5} \times (-10) = \underline{24}$ ;

d. $-3 \div \frac{6}{7} = -3 \times \frac{7}{6} = \underline{-\frac{7}{2}}$ ;

e. $-\frac{12}{11} \div \left(-\frac{6}{11}\right) = -\frac{12}{11} \times \left(-\frac{11}{6}\right) = \underline{2}$ ;

f. $-\frac{6}{11} \div 7 = -\frac{6}{11} \times \frac{1}{7} = \underline{-\frac{6}{77}}$.

### Exercice 11

$E = \frac{\frac{7}{2}}{6} = \frac{7}{2} \times \frac{1}{6} = \underline{\frac{7}{12}}$ ; $F = \frac{9}{\frac{3}{7}} = 9 \times \frac{7}{3} = \underline{21}$ ;

$G = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{7}{10}} = \frac{2}{5} \times \frac{10}{7} = \underline{\frac{4}{7}}$ ; $H = \frac{\frac{1}{9}}{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{9} \times (-3) = \underline{-\frac{1}{3}}$ ;

$I = \frac{-15}{\frac{3}{5}} = -15 \times \frac{5}{3} = \underline{-25}$ ; $J = \frac{-\frac{4}{9}}{-8} = -\frac{4}{9} \times \frac{1}{-8} = \underline{\frac{1}{18}}$.

### Exercice 12

$A = \frac{-14}{20} \div \frac{2}{5} = \frac{-7 \times 2}{4 \times 5} \times \frac{5}{2} = -\frac{7}{4}$ ;

$B = \frac{4}{3} \div \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{4}{3} \times \frac{-3}{7} = -\frac{4}{7}$ ;

$C = \frac{-21}{8} \div \left(-\frac{6}{4}\right) = \frac{-7 \times 3}{4 \times 2} \times \frac{-4}{2 \times 3} = \frac{7}{4}$.

### Exercice 13

Parmi : $\frac{5}{-6}$, $\frac{-6}{5}$, $-\frac{12}{10}$, $\frac{-20}{-24}$, $\frac{6}{5}$ et $\frac{24}{-20}$,

les nombres qui vérifient l'égalité $-\frac{3}{8} \div \ldots = \frac{5}{16}$ sont :

$\frac{-6}{5}$, $-\frac{12}{10}$ et $\frac{24}{-20}$.

## Activités d'application

## Opérations sur les nombres relatifs

### Exercice 14

a. $21 \times (-4) = \underline{-84}$ ; b. $-12 \times 9 = \underline{-108}$ ; c. $-7 \times (-6) = \underline{42}$ ;
d. $9 \times 2{,}5 = \underline{22{,}5}$ ; e. $-11 \times 0 = \underline{0}$ ; f. $-1{,}5 \times (-7) = \underline{10{,}5}$.

### Exercice 15

a. $7 \times (-4) \times (-1) \times 2 \times (-3) = \underline{-168}$ ;

b. $5 \times 2 \times (-3) \times (-10) \times (-1) \times (-4) = \underline{1\,200}$ ;

c. $(-0{,}2) \times (-1{,}8) \times 5 \times 10 \times 2 = \underline{36}$ ;

d. $-8 \times 5 \times (-0{,}4) \times 0{,}25 \times (-3) \times 10 = \underline{-120}$.

### Exercice 16

Si $a \times b \times c < 0$ et $a \times b < 0$, alors $\underline{c > 0}$ ;

si $a \times b \times c < 0$ et $b \times c > 0$, alors $\underline{a < 0}$ ;

si $a \times b \times c < 0$, $a < 0$ et $c > 0$, alors $\underline{b > 0}$.

### Exercice 17

a. $-96 \div 6 = \underline{-16}$ ; b. $64 \div (-4) = \underline{-16}$ ; c. $-81 \div (-3) = \underline{27}$ ;
d. $20 \div (-8) = \underline{-2{,}5}$ ; e. $84 \div (-24) = \underline{-3{,}5}$ ; f. $-30 \div (-8) = \underline{3{,}75}$.

## Nombres rationnels

### Exercice 18

Parmi les sept nombres :

« $\frac{-6}{-10}$ ; $\frac{25}{15}$ ; $\frac{-9}{15}$ ; $\frac{12}{-20}$ ; $\frac{-10}{6}$ ; $-\frac{3}{5}$ ; -0,6 »,

il y a un seul groupe de nombres égaux entre eux :

« $\frac{-9}{15}$ ; $\frac{12}{-20}$ ; $-\frac{3}{5}$ ; -0,6 ».

### Exercice 19

$\frac{30}{4}=\frac{15}{2}$ ; $0,5=\frac{1}{2}$ ; $\frac{-7}{3}=-\frac{7}{3}$ ;

$\frac{10}{-4}=-\frac{5}{2}$ ; $\frac{-11}{-8}=\frac{11}{8}$ ; $\frac{-4}{-8}=\frac{1}{2}$ ;

$-1,7=-\frac{17}{10}$.

### Exercice 20

a. $\frac{2}{8}>\frac{-7}{3}$ ; b. $\frac{8}{7}>\frac{4}{5}$ ; c. $\frac{7}{2}>\frac{24}{7}$ ;

d. $\frac{-2}{3}>\frac{3}{-4}$ ; e. $-\frac{7}{10}>-\frac{9}{8}$ ; f. $\frac{-7}{-12}>\frac{4}{7}$.

### Exercice 21

Parmi les huit nombres :

« $\frac{-5}{-3}$ ; $\frac{18}{12}$ ; $\frac{-10}{4}$ ; 0,4 ; 2,5 ; $-\frac{2}{5}$ ; -1,5 ; $\frac{5}{-3}$ »,

il y a quatre couples de nombres opposés :

« $\frac{-5}{-3}$ et $\frac{5}{-3}$ », « $\frac{18}{12}$ et -1,5 »,

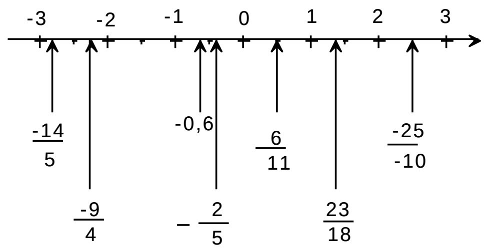
« $\frac{-10}{4}$ et 2,5 », « 0,4 et $-\frac{2}{5}$ ».

### Exercice 22

Voici les nombres à placer sur la droite graduée :

$\frac{-14}{5}=-2,8$ ; $\frac{23}{18}=1,27\ldots$ ; $\frac{-9}{4}=2,25$ ;

$\frac{6}{11}=0,54\ldots$ ; $\frac{-25}{-10}=2,5$ ; $-\frac{2}{5}=-0,4$ ; -0,6 ;




## Opérations sur les nombres rationnels

### Exercice 23

a. $-\frac{3}{10}+\frac{7}{10}=\underline{\frac{2}{5}}$ ; b. $\frac{5}{8}-\frac{11}{8}=\underline{-\frac{3}{4}}$ ;

c. $-\frac{3}{17}-\frac{9}{17}=\underline{-\frac{12}{17}}$ ; d. $\frac{7}{6}+\frac{-9}{6}=\underline{-\frac{1}{3}}$ ;

e. $-\frac{12}{5}+\frac{-8}{5}=\underline{-4}$ ; f. $\frac{9}{4}-\frac{-1}{4}=\underline{\frac{5}{2}}$.

### Exercice 24

a. $-\frac{6}{5}+\frac{8}{15}=\underline{-\frac{2}{3}}$ ; b. $\frac{5}{7}-\frac{5}{3}=\underline{-\frac{20}{21}}$ ;

c. $-\frac{13}{3}-\frac{5}{4}=\underline{-\frac{67}{12}}$ ; d. $\frac{-7}{16}+\frac{-13}{24}=\underline{-\frac{47}{48}}$ ;

e. $\frac{11}{9}+\left(-\frac{5}{6}\right)=\underline{\frac{7}{18}}$ ; f. $\frac{-12}{7}-\frac{7}{3}=\underline{-\frac{85}{21}}$.

### Exercice 25

a. $-\frac{21}{4}\times\frac{8}{3}=\underline{-14}$ ; b. $-\frac{17}{5}\times(-3)=\underline{\frac{51}{5}}$ ;

c. $\frac{1}{12}\times\left(-\frac{4}{7}\right)=-\frac{4}{3\times4\times7}=\underline{-\frac{1}{21}}$ ;

d. $\frac{13}{6}\times\frac{-2}{5}=-\frac{13\times2}{2\times3\times5}=\underline{-\frac{13}{15}}$ ;

e. $\frac{-2}{9}\times\frac{-3}{8}=\frac{2\times3}{3\times3\times2\times4}=\underline{\frac{1}{12}}$ ;

f. $-\frac{15}{13}\times\left(-\frac{24}{25}\right)=\frac{3\times5\times24}{13\times5\times5}=\underline{\frac{72}{65}}$.

### Exercice 26

$A=-\frac{2}{3}\times\left(-\frac{15}{8}\right)\times\frac{4}{7}=\frac{2\times3\times5\times4}{3\times4\times2\times7}=\underline{\frac{5}{7}}$ ;

$B=\frac{10}{3}\times\frac{-8}{5}\times\frac{7}{4}=-\frac{5\times2\times4\times2\times7}{3\times5\times4}=\underline{-\frac{28}{3}}$ ;

$C=-\frac{3}{11}\times\frac{1}{6}\times(-5)\times\frac{11}{3}\times\left(-\frac{7}{5}\right)=-\frac{3\times1\times5\times11\times7}{11\times3\times2\times3\times5}=\underline{-\frac{7}{6}}$ ;

$D=-\frac{5}{14}\times\frac{-3}{10}\times\frac{-2}{9}\times\frac{7}{4}\times(-8)\times\frac{1}{4}$

$=\frac{5\times3\times2\times7\times8\times1}{2\times7\times5\times2\times3\times3\times8\times2}=\underline{\frac{1}{12}}$.

### Exercice 27

a. Inverse de -5 : $\underline{-\frac{1}{5}}$ ; b. inverse de $\frac{1}{4}$ : $\underline{4}$ ;

c. inverse de $\frac{3}{8}$ : $\underline{\frac{8}{3}}$ ; d. inverse de $-\frac{7}{2}$ : $\underline{-\frac{2}{7}}$ ;

e. inverse de -1 : $\underline{-1}$ ; f. inverse de $\frac{-4}{11}$ : $\underline{\frac{11}{-4}}$ ;

g. inverse de $\frac{-1}{7}$ : $\underline{-7}$ ; h. inverse de $\frac{9}{-4}$ : $\underline{\frac{-4}{9}}$.

## Exercice 28

L'opposé de l'inverse de 4 est : $\underline{-\frac{1}{4}}$ ;

L'opposé de l'opposé de $-\frac{1}{3}$ est : $\underline{-\frac{1}{3}}$ ;

L'inverse de l'opposé de -5 est : $\underline{\frac{1}{5}}$ ;

L'inverse de l'inverse de $-\frac{5}{6}$ est : $\underline{-\frac{5}{6}}$.

## Exercice 29

a. $\frac{1}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} = \underline{\frac{3}{8}}$ ;

b. $-\frac{3}{11} \div \frac{6}{5} = -\frac{3}{11} \times \frac{5}{6} = \underline{-\frac{5}{22}}$ ;

c. $\frac{10}{7} \div (-5) = \frac{10}{7} \times \frac{1}{-5} = \underline{-\frac{2}{7}}$ ;

d. $\frac{5}{8} \div \frac{1}{2} = \frac{5}{8} \times 2 = \underline{\frac{5}{4}}$ ;

e. $\frac{14}{15} \div \frac{-21}{5} = \frac{14}{15} \times \frac{5}{-21} = \underline{-\frac{2}{9}}$ ;

f. $\frac{-7}{17} \div \left(-\frac{14}{34}\right) = \frac{-7}{17} \times \left(-\frac{34}{14}\right) = \underline{1}$.

## Exercice 30

$A = \frac{12}{\frac{3}{5}} = 12 \times \frac{5}{3} = \underline{20}$ ; $B = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{7}} = \frac{1}{4} \times \frac{7}{1} = \underline{\frac{7}{4}}$ ;

$C = \frac{\frac{4}{7}}{-8} = \frac{4}{7} \times \frac{1}{-8} = \underline{-\frac{1}{14}}$ ; $D = \frac{\frac{21}{10}}{\frac{-28}{5}} = \frac{21}{10} \times \frac{5}{-28} = \underline{-\frac{3}{8}}$ ;

$E = \frac{-12}{\frac{-1}{12}} = -12 \times (-12) = \underline{144}$ ; $F = \frac{-\frac{1}{9}}{9} = -\frac{1}{9} \times \frac{1}{9} = \underline{-\frac{1}{81}}$ ;

$G = \frac{-15}{-\frac{3}{7}} = (-15) \times \left(-\frac{7}{3}\right) = \underline{35}$ ; $H = \frac{-\frac{14}{75}}{\frac{28}{25}} = -\frac{14}{75} \times \frac{25}{28} = \underline{-\frac{1}{6}}$.

## Exercice 31

1.a. $\frac{12}{7} \times \frac{-21}{4} = -\frac{3 \times 4 \times 3 \times 7}{7 \times 4} = \underline{-9}$.

b. $\frac{1}{\frac{12}{7}} \times \frac{1}{\frac{-21}{4}} = \frac{7}{12} \times \frac{4}{-21} = -\frac{7 \times 4}{3 \times 4 \times 3 \times 7} = \underline{-\frac{1}{9}}$.

c. *Constat* : le produit de l'inverse de deux nombres est égal à l'inverse de leur produit.

2.a. $\frac{-5}{18} + \frac{13}{9} = \frac{-5}{18} + \frac{26}{18} = \frac{21}{18} = \frac{7}{6}$.

b. $\frac{5}{18} + \left(-\frac{13}{9}\right) = \frac{5}{18} + \left(-\frac{26}{18}\right) = -\frac{21}{18} = -\frac{7}{6}$.

c. *Constat* : la somme de l'opposé de deux nombres est égale à l'opposé de leur somme.

## Exercice 32

1. $\frac{1}{\frac{8}{5}} + \frac{1}{\frac{8}{3}} = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 1$.

2. $\frac{8}{5} + \frac{8}{3} = \frac{24}{15} + \frac{40}{15} = \underline{\frac{64}{15}}$ ; $\frac{8}{5} \times \frac{8}{3} = \underline{\frac{64}{15}}$.

*Constat* : ces deux nombres, dont la somme des inverses est égale à 1, ont leurs somme et produit égaux.

3.a. $\frac{12}{7}$ et $\frac{12}{5}$ sont deux nombres dont la somme des inverses ($\frac{7}{12} + \frac{5}{12}$) est égale à 1.

b. $\frac{12}{7} + \frac{12}{5} = \frac{60}{35} + \frac{84}{35} = \underline{\frac{144}{35}}$ ; $\frac{12}{7} \times \frac{12}{5} = \underline{\frac{144}{35}}$.

*Même constat* : ces deux nombres, dont la somme des inverses est égale à 1, ont leurs somme et produit égaux.

4. *Conjecture* : deux nombres, dont la somme des inverses est égale à 1, ont leurs somme et produit égaux.

## Exercice 33

Mme Diboti avait au départ dans son portefeuille :

$7\,500 \times \frac{9}{5} = \underline{13\,500 \text{ F CFA}}$.

## Exercice 34

1. Fraction utilisée pour acheter des friandises :

$\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$.

2. Coût des friandises : $7\,000 \times \frac{6}{35} = \underline{1\,200 \text{ F CFA}}$.

## Exercice 35

1. Proportion des places occupées après le premier arrêt :

$\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \underline{\frac{3}{5}}$.

2. Nombre de passagers descendus au premier arrêt :

$60 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \underline{9}$.

## Exercice 36

Contenance totale du réservoir : $\frac{16}{\frac{2}{5}} = 16 \times \frac{5}{2} = \underline{40 \text{ L}}$.

## Exercice 37

a. Contenance du grand bocal :

$\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{4}\right) - \frac{3}{10} + \frac{7}{10} = \frac{8 + 15}{20} - \frac{6}{20} + \frac{14}{20} = \underline{\frac{31}{20}} \text{ L}$.

b. $\frac{31}{20} = 1{,}55 > 1{,}5$ ; donc, à la fin, le bocal aura débordé.

## Approximation décimale et encadrement

### Exercice 38

a. $\frac{17}{4} = 4{,}25$ est un nombre décimal ;

b. $\frac{25}{12} = 2{,}083\ 333$ … n'est pas un nombre décimal ;

c. $-\frac{13}{3} = -4{,}333\ 333$ … n'est pas un nombre décimal ;

d. $-\frac{15}{3} = -5$ est un nombre décimal ;

e. $\frac{14}{8} = 1{,}75$ est un nombre décimal ;

f. $-\frac{35}{11} = -3{,}181\ 818$ … n'est pas un nombre décimal ;

g. $-\frac{24}{15} = 1{,}6$ est un nombre décimal ;

h. $\frac{13}{14} = 0{,}928\ 571$ … n'est pas un nombre décimal.

### Exercice 39

Le nombre $\frac{18}{7}$ est non décimal.

1. $18 \div 7 = 2{,}571$ …

| 2. | à l'unité | au dixième | au centième |
|---|---|---|---|
| Troncature | 2 | 2,5 | 2,57 |
| Arrondi | 3 | 2,6 | 2,57 |

### Exercice 40

$A = \frac{17}{12} = 1{,}416\ 6$…  $B = \frac{35}{24} = 1{,}458\ 3$…  $C = \frac{26}{19} = 1{,}368\ 4$…

1. 1 est l'arrondi à l'unité de chaque nombre.

2. $A$ et $B$ ont la même troncature au dixième : 1,4.

3. $A$ et $C$ ont le même arrondi au dixième : 1,4.

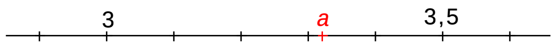
4. Nombres dont la troncature et l'arrondi au millième sont égaux :
$B$ (dont la troncature et l'arrondi valent 1,458) ;
$C$ (dont la troncature et l'arrondi valent 1,368).

### Exercice 41

a. Nombres dont la troncature au dixième est égale à 13,3 et l'arrondi au dixième est égal à 13,4 :
13,35 ; 13,36 ; 13,385 ; …

b. Nombres dont la troncature au centième et l'arrondi au centième sont tous deux égaux à 0,75 :
0,752 ; 0,7549 ; 0,75385 ; …

### Exercice 42




a. $3 < a < 4$.  b. $3{,}3 < a < 4{,}4$.

### Exercice 43

a. Si la troncature à l'unité d'un nombre $n$ est égale à 4 alors : $4 \leq n < 5$.

b. Si la troncature au dixième d'un nombre $n$ est égale à 0,3 alors : $0{,}3 \leq n < 0{,}4$.

c. Si la troncature au centième d'un nombre $n$ est égale à 9,72 alors : $9{,}72 \leq n < 9{,}73$.

### Exercice 44

a. Si l'arrondi à l'unité d'un nombre $n$ est égale à 6 alors :
$5{,}5 \leq n < 6{,}4$.

b. Si l'arrondi au dixième d'un nombre $n$ est égale à 17,2 alors : $17{,}15 \leq n < 17{,}24$.

c. Si l'arrondi au centième d'un nombre $n$ est égale à 0,65 alors : $0{,}645 \leq n < 0{,}654$.

### Exercice 45

Si $8 \leq p < 9{,}05$ alors :
la troncature à l'unité de $p$ est impossible à indiquer,
la troncature au dixième de $p$ est impossible à indiquer.

Si $12{,}6 \leq p < 12{,}67$ alors :
la troncature à l'unité de $p$ est égale à 12,
la troncature au dixième de $p$ est égale à 12,6.

Si $0{,}5 \leq p < 1$ alors :
la troncature à l'unité de $p$ est égale à 0,
la troncature au dixième de $p$ est impossible à indiquer.

Si $3{,}12 \leq p < 3{,}82$ alors :
la troncature à l'unité de $p$ est égale à 3,
la troncature au dixième de $p$ est impossible à indiquer.

### Exercice 46

$\frac{552}{100} = 5{,}52$  donc $5{,}5 \leq \frac{552}{100} < 5{,}6$ ;

$\frac{61}{11} \approx 5{,}545$…  donc $5{,}5 \leq \frac{61}{11} < 5{,}6$ ;

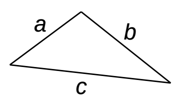
$\frac{113}{20} = 5{,}65$ donc $\frac{113}{20}$ n'est pas compris entre 5,5 et 5,6 ;

$\frac{220}{40} = 5{,}5$  donc $5{,}5 \leq \frac{220}{40} < 5{,}6$ ;

$\frac{39}{7} \approx 5{,}571$…  donc $5{,}5 \leq \frac{39}{7} < 5{,}6$ ;

$\frac{28}{5} = 5{,}6$ donc $\frac{28}{5}$ n'est pas compris entre 5,5 et 5,6.

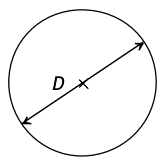
### Exercice 47




Si $4 < a < 5$, $6 < b < 7$ et $8 < c < 9$ alors le meilleur encadrement possible du périmètre $p$ du triangle est :

$$4 + 5 + 8 < p < 5 + 7 + 9$$
$$17 < p < 21.$$

### Exercice 48




Pour $3{,}1 < \pi < 3{,}2$ et $35 < D < 36$, le meilleur encadrement possible du périmètre $L$ de ce cercle est :

$$3{,}1 \times 35 < \pi \times D < 3{,}2 \times 36$$
$$108{,}5 < L < 115{,}2.$$

### Exercice 49

En payant cinq cahiers identiques entre 200 et 250 F CFA, le prix d'un cahier est compris entre :

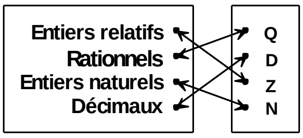
$\frac{200}{5}$ et $\frac{200}{5}$ F CFA,

c'est-à-dire 40 et 50 F CFA.

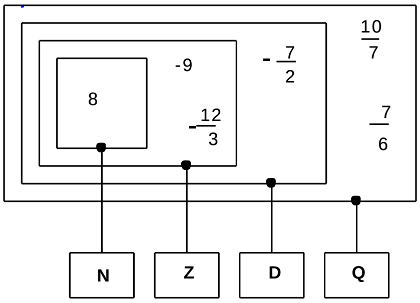
## Bien comprendre, mieux rédiger

### Exercice 50 Les ensembles de nombres

1.




2.a.




b. $\frac{5}{4}\notin\mathbb{N}$, $\frac{5}{4}\notin\mathbb{Z}$, $\frac{5}{4}\in\mathbb{D}$ et $\frac{5}{4}\in\mathbb{Q}$.

### Exercice 51 Simplifier les calculs

$A=\frac{10}{9}\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{7}\times\frac{7}{8}=\frac{2\times5\times4\times3\times7}{3\times3\times5\times7\times4\times2}=\underline{\frac{1}{3}}$ ;

$B=\frac{5}{14}\times\left(-\frac{42}{6}\right)\times\frac{1}{20}\times(-3)=\frac{5\times7\times6\times3}{7\times2\times6\times5\times4}=\underline{\frac{3}{8}}$ ;

$C=\frac{12}{7}\times5\times\frac{1}{4}\times\frac{-21}{10}\times\frac{1}{9}\times(-2)=\frac{4\times3\times5\times7\times3\times2}{7\times4\times5\times2\times3\times3}=\underline{1}$.

### Exercice 52 Parenthèses et signes inutiles

$E=(+10)\times(+2)\times(-3)\times(-7)\times(+5)=10\times2\times(-3)\times(-7)\times5$ ;

$F=\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{9}{8}\right)\times\left(+\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{7}{11}\right)=-\frac{2}{5}\times\left(-\frac{9}{8}\right)\times\frac{5}{6}\times\left(-\frac{7}{11}\right)$;

$G=\left(\frac{-2}{7}\right)\times\left(\frac{+3}{4}\right)\times\left(\frac{-6}{11}\right)\times\left(\frac{12}{15}\right)\times(-7)$

$=\frac{-2}{7}\times\frac{3}{4}\times\frac{-6}{11}\times\frac{12}{15}\times(-7)$.

### Exercice 53 Règle des signes

1. Un produit de plusieurs nombres rationnels est :
- positif si le nombre de facteurs négatifs est pair ;
- négatif si le nombre de facteurs négatifs est impair.

Un quotient de deux nombres rationnels est :
- positif si les deux nombres sont de même signe ;
- négatif si les deux nombres sont de signes contraires.

2.a. $\left(-\frac{*}{*}\right)\times\left(\frac{-*}{*}\right)\times\left(-\frac{*}{*}\right)\times\left(\frac{-*}{-*}\right)\times\left(\frac{*}{*}\right)<0$ ;

b. $-\frac{*}{*}\times\frac{*}{*}\times\frac{-*}{*}\times\frac{*}{-*}\frac{-*}{-*}<0$ ;

c. $\frac{*}{*}\div\left(\frac{-*}{-*}\right)>0$ ;   d. $\frac{\frac{-*}{-*}}{\frac{-*}{*}}<0$.

### Exercice 54 Inverses et opposés

a. $\frac{7}{8}$ est l'opposé de $-\frac{7}{8}$ ;   b. $\frac{1}{8}$ est l'inverse de 8;

c. $\frac{3}{2}$ est l'inverse de $\frac{2}{3}$ ;   d. $-\frac{1}{4}$ est l'inverse de -4;

(« $-\frac{1}{8}$ est l'inverse de 8 » et « $\frac{3}{2}$ est l'opposé de $\frac{2}{3}$ » sont des phrases fausses).

### Exercice 55 Relier calculs et questions

Questions manquantes :

1.a. Quelle est la proportion des 15 km que Kodick a parcourue en courant, avant qu'il ne s'arrête pour se reposer ?

b. Quelle est, à ce moment, la distance qu'il a parcourue en courant ?

2.a. Que représentent, en proportion de la distance totale, les 3 km parcourus en courant par Kodick, avant qu'il ne s'arrête ?

b. Quelle est la distance totale parcourue par Kodick ?

## Exercices d'approfondissement

### Exercice 56 Boucher les trous

a. $3\times(-2)\times(-5)\times(\underline{-4})=-120$ ;

b. $-6\times3\times(-1)\times(\underline{-4})=-72$ ;

c. $-2\times0{,}5\times(-4)\times(-3)\times(\underline{-8})=96$ ;

d. $-1\times(-0{,}75)\times(-4)\times(\underline{-1})\times2=6$.

### Exercice 57 Encore des trous

a. $\frac{3}{7}\times\underline{\frac{4}{3}}=\frac{12}{21}$ ; b. $-4\times\underline{\frac{2}{3}}=-\frac{8}{3}$ ;

c. $-\frac{5}{8}\times\underline{\frac{-4}{7}}=\frac{5}{14}$ ; d. $\frac{1}{4}\times\underline{\frac{16}{7}}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$ ;

e. $\underline{\left(-\frac{7}{96}\right)}\times\left(-\frac{12}{7}\right)=\frac{1}{8}$ ; f. $\underline{\left(-\frac{26}{9}\right)}\times\frac{15}{13}=-\frac{10}{3}$.

### Exercice 58 Multiplier pour diviser

a. $\frac{a}{b}=\frac{9}{8}\times\frac{2}{3}=\underline{\frac{3}{4}}$ ; b. $\frac{a}{b}=\frac{5}{3}\times\frac{4}{5}=\underline{\frac{4}{3}}$ ;

b. $\frac{a}{b}=\frac{3}{5}\div\frac{9}{10}=\frac{3}{5}\times\frac{10}{9}=\underline{\frac{2}{3}}$ ; d. $\frac{a}{b}=\frac{2}{7}\div\frac{4}{3}=\frac{2}{7}\times\frac{3}{4}=\underline{\frac{3}{14}}$.

### Exercice 59 Attention aux parenthèses

$A=-3\times7+11\times4-2=-21+44-2=\underline{21}$ ;

$B=-3\times(7+11)\times(4-2)=-3\times18\times2=\underline{-108}$ ;

$C=(-3\times7)+11\times(4-2)=-21+11\times2=\underline{1}$ ;

$D=\frac{3}{5}\times\frac{5}{2}-\frac{7}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{2}-\frac{21}{8}=\frac{12}{8}-\frac{21}{8}=\underline{-\frac{9}{8}}$ ;

$E=\frac{3}{5}\times\left(\frac{5}{2}-\frac{7}{2}\right)\times\frac{3}{4}=\frac{3}{5}\times(-1)\times\frac{3}{4}=\underline{-\frac{9}{20}}$.

### Exercice 60 Des nombres et des signes

Si $a\times c<0$ et $\frac{a}{b}<0$ alors $c$ et $b$ sont de même signe ;
or $b+c<0$ donc $\underline{b<0}$, $\underline{c<0}$ et $\underline{a>0}$.

### Exercice 61 Qui suis-je ?

1. Soit $a$ le nombre cherché.
Si $-a>-4$ et $-2\times a<-4$ alors $a<4$ et $a>2$ ;
donc : $\underline{a=3}$.

2. Soit $b$ le nombre cherché.
Si $b>-3$ et $b\div(-2)$ est un entier positif alors $b$ est un nombre pair négatif et supérieur à -3 ;
donc $\underline{b=-2}$.

3. Si $a>b$, $\frac{a}{b}=\frac{b}{a}$ et $a\times b=-16$ alors $\underline{a=4}$ et $\underline{b=-4}$.

### Exercice 62 Places à prendre

1. Après l'entracte :
la proportion des sièges occupés est : $\frac{5}{7}\times\left(1-\frac{1}{8}\right)=\frac{5}{8}$ ;
la proportion des sièges libres est : $1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$ ;
donc le nombre total de sièges dans la salle est :

$$42\div\frac{3}{8}=42\times\frac{8}{3}=\underline{112}.$$

2. Nombre de spectateurs partis à l'entracte :

$$112\times\frac{5}{7}\times\frac{1}{8}=\underline{10}.$$

### Exercice 63 Ca roule !

Proportion du déplacement effectué avant le premier arrêt et après le deuxième arrêt : $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{4+3}{12}=\frac{7}{12}$.

Proportion du déplacement effectué entre les deux arrêts :

$$1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}.$$

Distance totale parcourue par Ali :

$$150\div\frac{5}{12}=150\times\frac{12}{5}=\underline{360\text{ km}}.$$

### Exercice 64 Troncature et arrondi

1. Si la troncature au dixième de $x$ est égale à 3,7
alors : $3{,}7\le x<3{,}8$.

2.a. Si l'arrondi à l'unité de $a$ est égal à 6
alors : $5{,}5\le a<6{,}5$.

b. Si la troncature au centième de $b$ est égale à 9,18
alors : $9{,}18\le b<9{,}19$.

c. Si l'arrondi au dixième de $c$ est égal à 12,1
alors : $12{,}05\le c<12{,}15$.

### Exercice 65 Quel est le nombre ?

a. $36\div11=3{,}27$… ; $30\div9=3{,}33$… ; $44\div13=3{,}38$….

b. $\frac{30}{9}$ est le seul de ces trois nombres dont son arrondi au dixième est égal à sa troncature au dixième : 3,3.

## Activités d'intégration

### Exercice 66 **Carrés de carton**

1. $AD = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times AB = \underline{\frac{2}{9}} AB$.

2. Aire du petit carré : $\frac{2}{9} \times \frac{2}{9} = \underline{\frac{4}{81}}$ de l'aire de la grande plaque.

3. Si l'aire du petit carré est égale à 64 cm², alors l'aire de la grande plaque est : $64 \times \frac{81}{4} = \underline{1\,296 \text{ cm}^2}$.

4. Si l'aire du petit carré est égale à 64 cm², alors :
- la longueur de son côté est : $AD = \underline{8 \text{cm}}$ ;
- la longueur du côté de la plaque est : $AB = 8 \times \frac{9}{2} = \underline{36 \text{ cm}}$.

5. Sur ces 36 cm peut être reportée 4 fois la longueur 8 cm ;
donc Mouafo peut découper dans sa plaque de carton : $4 \times 4 = \underline{16}$ petits carrés identiques.

6. Aire de l'ensemble des petits carrés : $64 \times 16 = \underline{1\,024 \text{ cm}^2}$.

7. Proportion de l'aire de la plaque de carton utilisée par Mouafo : $\frac{1\,024}{1\,296} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 64}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 81} = \underline{\frac{64}{81}}$.

### Exercice 67 **Inspiration, expiration**

a. Pourcentage de diazote : $\underline{\frac{78}{100}}$, pourcentage de dioxygène : $\underline{\frac{21}{100}}$.

b. Fraction de l'air atmosphérique constituée par d'autres gaz que le diazote et le dioxygène : $1 - \frac{78}{100} - \frac{21}{100} = \underline{\frac{1}{100}}$.

c. Proportion de l'air atmosphérique constituée par l'argon : $\frac{1}{100} \times \frac{93}{100} = \underline{\frac{93}{10\,000}} = \underline{0{,}93\,\%}$.

d. Proportion de l'air atmosphérique constituée par le dioxyde de carbone : $\frac{1}{100} \times \frac{3}{100} = \underline{\frac{3}{10\,000}} = \underline{0{,}03\,\%}$.

### Exercice 68 **Mur à peindre**

Dimensions (en mètres) du mur à repeindre : $15{,}4 < L < 15{,}5$ et $2{,}3 < H < 2{,}4$.

a. Meilleur encadrement (en m²) de l'aire $\mathcal{A}$ du mur à repeindre :
$15{,}4 \times 2{,}3 < \mathcal{A} < 15{,}5 \times 2{,}4$
$35{,}42 < \mathcal{A} < 37{,}2$.

b. Si Yene doit passer deux couches de peinture, le meilleur encadrement (en m²) de l'aire S à recouvrir est :
$2 \times 35{,}42 < S < 2 \times 37{,}2$
$70{,}84 < S < 74{,}4$.

c. 1 L de peinture permet de recouvrir une superficie de 12 à 14 m² ;
pour être sûr d'en avoir suffisamment, Yene doit en acheter : $\frac{74{,}4}{12} = 6{,}2$ ; c'est-à-dire : $\underline{7 \text{ L}}$.

| Activités de découverte | Cours Méthodes et savoir-faire | Application | Bien comprendre Mieux rédiger | Approfondissement |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Puissances de nombres rationnels [1 p 117] | 19, 20, 21 | 38, 39, 41 | 49, 58 |
| | Calculs avec des puissances [2 p 117] | 22, 23, 24 | 39, 40 | 50 |
| | **Apprendre à calculer avec des puissances [1 p 119]** | **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9** | | 47, 56 |
| 2, 3 | Puissances de dix [3a p 117 et 3b p 118] | 25, 26 | 42 | 48 |
| 4 | Calculs sur les puissances de 10 [3c p 118] | 27, 28, 29, 30, 31 | | |
| | Nombres de la forme $a \times 10^p$ [4 p 118] | 32, 33 | | 59 |
| | **Apprendre à utiliser les puissances de dix [2 p 120]** | **10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18** | | 54 |
| | Ecriture scientifique d'un nombre décimal [5 p 118] | 34, 35, 36, 37 | 43, 44, 45, 46 | 51, 52, 53, 55, 57, 60 |

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

## Activités de découverte

### Pour démarrer **Des distances … astronomiques**

1.a. $10^8 = 10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10 = \underline{100\ 000\ 000}$.

b. $\underline{1{,}5\times10^8} = 1{,}5\times100\ 000\ 000 = \underline{150\ 000\ 000}$ (150 millions) : les deux sites donnent la même distance Terre-Soleil.

c. La distance Terre-Soleil peut aussi s'écrire : $1{,}5\times10^2\times10^6 = \underline{150}\times10^6$.

2.

| Planète | Distance, en km, entre le Soleil et la planète |
|---|---|
| Neptune | 4 500 000 000 |
| Saturne | mille quat e cent trente millions=1 430 000 000 |
| Uranus | $2{,}87\times10^9 = 2\ 870\ 000\ 000$ |

d'où
le rangement des trois planètes
de la plus proche à la plus éloignée du Soleil :

Saturne, Uranus et Neptune.

### 1 **Puissances de nombres rationnels (exposants entiers positifs)**

1.

| 4 exposant 3 | 3 exposant 4 | 10 exposant 5 | -0,5 exposant 3 | $\frac{3}{7}$ exposant 2 | -2 exposant 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| $4^3$ | $3^4$ | $10^5$ | $(-0{,}5)^3$ | $\left(\frac{3}{7}\right)^2$ | $(-2)^6$ |
| 4×4×4 | 3×3×3×3 | 10×10×10×10×10 | (-0,5)×(-0,5)×(-0,5) | $\frac{3}{7}\times\frac{3}{7}$ | (-2)×(-2)×(-2)×(-2)×(-2)×(-2) |
| 64 | 81 | 100 000 | -0,125 | $\frac{9}{49}$ | 64 |

Pour trouver le signe d'une puissance d'un nombre négatif, il suffit de regarder l'exposant :
- lorsque l'exposant est pair, la puissance est positive,
- lorsque l'exposant est impair, la puissance est négative.

### 2 **Puissances de dix**

1.a A la division par 10 correspond sur l'exposant la soustraction du nombre 1.

b.

:10 :10 :10 :10 :10 :10 :10

| Ecriture décimale | 10 000 | 1 000 | 100 | 10 | 1 | 0,1 | 0,01 | 0,001 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ecriture avec exposant | $10^4$ | $10^3$ | $10^2$ | $10^1$ | $10^0$ | $10^{-1}$ | $10^{-2}$ | $10^{-3}$ |

2.a. Le nombre de zéros des nombres 10 000, 1 000, 100, 10 et 1 <u>est égal</u> à l'exposant *p* de leur écriture sous la forme $10^p$.
b. Le nombre de zéros et le nombre de chiffres après la virgule des nombres 0,1 ; 0,01 ; et 0,001 <u>sont égaux</u> au nombre *p* de leur écriture sous la forme $10^{-p}$.

c. $10^6 = 1\ 000\ 000$ (1 million) ; $10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$ (1 milliard) ; $10^{-5} = 0{,}000\ 01$ ; $10^{-9} = 0{,}000\ 000\ 001$.

## 3 Inverse d'une puissance de dix

1. $10^1 \times 10^{-1} = 10 \times 0{,}1 = 1$ ; $10^2 \times 10^{-2} = 100 \times 0{,}01 = 1$ ; $10^3 \times 10^{-3} = 1\,000 \times 0{,}001 = 1$.

2.a. D'après la question précédente, on peut dire que :
les inverses de $10^1$ ; $10^2$ ; $10^3$ ; $10^{-1}$ ; $10^{-2}$ et $10^{-3}$ sont respectivement $10^{-1}$ ; $10^{-2}$ ; $10^{-3}$ ; $10^1$ ; $10^2$ et $10^3$.

b. On en déduit que : $\dfrac{1}{10^1} = 10^{-1}$ ; $\dfrac{1}{10^{-1}} = 10^1$ ; $\dfrac{1}{10^2} = 10^{-2}$ ; $\dfrac{1}{10^{-2}} = 10^2$ ; $\dfrac{1}{10^3} = 10^{-3}$ et $\dfrac{1}{10^{-3}} = 10^3$.

## 4 Produit et quotient de deux puissances de dix

1.a. $10^5 \times 10^{-2} = 10^5 \times \dfrac{1}{10^2} = \dfrac{10^5}{10^2} = \dfrac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10} = 10^3$.

b. $10^4 \times 10^{-3} = 10^4 \times \dfrac{1}{10^3} = \dfrac{10^4}{10^3} = \dfrac{10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10} = 10$ ;

$10^{-5} \times 10^{-2} = \dfrac{1}{10^5} \times \dfrac{1}{10^2} = \dfrac{1}{10^5 \times 10^2} = \dfrac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = 10^{-7}$ ;

$10^3 \times 10^{-5} = 10^3 \times \dfrac{1}{10^5} = \dfrac{10^3}{10^5} = \dfrac{10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = 10^{-2}$ ;

$10^2 \times 10^4 = (10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10 \times 10) = 10^6$.

c. Règle : *p et q étant deux entiers relatifs, on a :* $10^p \times 10^q = 10^{p+q}$.

2.a. $\dfrac{10^5}{10^2} = 100\,000 \div 100 = 1\,000 = 10^3$ ; $\dfrac{10^2}{10^5} = 100 \div 100\,000 = 0{,}001 = 10^{-3}$.

b. Règle : *pour calculer le quotient de deux puissances de 10, il suffit d'écrire 10 et de soustraire l'exposant du dénominateur à celui du numérateur.*

## Méthodes et savoir-faire

### 1 Apprendre à calculer avec des puissances

Exercice 1

a. $2^4 \times 2^2 = \underline{2^6}$ ; b. $4^2 \times 4^1 = \underline{4^3}$ ;

c. $\left(-\dfrac{3}{4}\right)^3 \times \left(-\dfrac{3}{4}\right)^8 = \underline{\left(-\dfrac{3}{4}\right)^{11}}$ ; d. $\left(\dfrac{6}{7}\right)^6 \times \left(\dfrac{6}{7}\right)^3 = \underline{\left(\dfrac{6}{7}\right)^9}$.

Exercice 2

a. $\left(3^2\right)^5 = \underline{3^{10}}$ ; b. $\left((-4)^3\right)^2 = \underline{(-4)^6}$ ;

c. $\left(\left(\dfrac{3}{5}\right)^4\right)^3 = \underline{\left(\dfrac{3}{5}\right)^{12}}$ ; d. $\left(\left(-\dfrac{4}{9}\right)^5\right)^2 = \underline{\left(-\dfrac{4}{9}\right)^{10}}$ ;

e. $\dfrac{(-2)^6}{3^6} = \underline{\left(-\dfrac{2}{3}\right)^6}$ ; f. $\dfrac{4^7}{(-5)^7} = \underline{\left(-\dfrac{4}{5}\right)^7}$.

Exercice 3

a. $5^2 \times (-7)^2 = \underline{(-35)^2}$ ; b. $3^3 \times \left(\dfrac{1}{4}\right)^3 = \underline{\left(\dfrac{3}{4}\right)^3}$ ;

c. $(-2)^4 \times \left(\dfrac{7}{4}\right)^4 = \underline{\left(-\dfrac{7}{2}\right)^4}$ ; d. $\left(-\dfrac{1}{3}\right)^5 \times \left(\dfrac{2}{7}\right)^5 = \underline{\left(-\dfrac{2}{21}\right)^5}$.

Exercice 4

a. $5^6 \times \underline{5^3} = 5^9$ ; b. $\left(\dfrac{5}{4}\right)^8 \times \underline{\left(\dfrac{5}{4}\right)^7} = \left(\dfrac{5}{4}\right)^{15}$ ;

c. $\underline{6^4} \times 6^3 = 6^7$ ; d. $\underline{\left(-\dfrac{2}{3}\right)^1} \times \left(-\dfrac{2}{3}\right)^7 = \left(-\dfrac{2}{3}\right)^8$.

Exercice 5

a. $3^5 \times \underline{(5)^5} = 15^5$ ; b. $\underline{(5)^2} \times \left(\dfrac{1}{4}\right)^2 = \left(\dfrac{5}{4}\right)^2$ ;

c. $2^2 \times \underline{\left(\dfrac{5}{3}\right)^2} = \left(\dfrac{10}{3}\right)^2$ ; d. $\underline{\left(-\dfrac{1}{3}\right)^4} \times \left(-\dfrac{1}{2}\right)^4 = \left(\dfrac{1}{6}\right)^4$.

Exercice 6

a. $10^3 \times 10^{-1} = \underline{10^2}$ ; b. $10^{-7} \times 10^2 = \underline{10^{-5}}$ ;

c. $\dfrac{10^4}{10^2} = \underline{10^2}$ ; d. $\dfrac{10^{-3}}{10^{-4}} = \underline{10^1}$ ;

e. $\left(10^{-1}\right)^5 = \underline{10^{-5}}$ f. $\left(10^{-3}\right)^{-2} = \underline{10^6}$.

Exercice 7

a. $10^3 \times \underline{10^{-8}} = 10^{-5}$ ; b. $10^{-4} \times \underline{10^3} = 10^{-1}$ ;

c. $\underline{10^9} \times 10^{-1} = 10^8$ ; d. $\underline{10^{-7}} \times 10^3 = 10^{-4}$.

Exercice 8

a. $\dfrac{10^1}{\underline{10^3}} = 10^{-2}$ ; b. $\dfrac{10^5}{\underline{10^2}} = 10^3$ ;

c. $\dfrac{10^4}{\underline{10^{-4}}} = 10^8$ ; d. $\dfrac{10^{-7}}{\underline{10^{-9}}} = 10^2$.

Exercice 9

a. $\underline{\left(10^3\right)^{-4}} = 10^{-12}$ ; b. $\underline{\left(10^2\right)^{-4}} = 10^{-8}$ ;

c. $\underline{\left(10^{-6}\right)^{-3}} = 10^{18}$ ; d. $\underline{\left(10^{-5}\right)^5} = 10^{-25}$.

## 2 Apprendre à utiliser les puissances de 10

### Exercice 10

a. $10\,000=\underline{10^{4}}$ ;  b. $10\,000\,000=\underline{10^{7}}$ ;

c. $0{,}000\,01=\underline{10^{-5}}$ ;  d. $\dfrac{1}{10\,000}=\underline{10^{-4}}$.

### Exercice 11

a. $10^{5}=\underline{100\,000}=$ cent mille ;

b. $10^{6}=\underline{1\,000\,000}=$ un million ;

c. $10^{9}=\underline{1\,000\,000\,000}=$ un milliard ;

d. $10^{10}=\underline{10\,000\,000\,000}=$ dix milliards ;

e. $10^{-2}=\underline{0{,}01}=$ un centième ;

f. $10^{-3}=\underline{0{,}001}=$ un millième ;

g. $10^{-5}=\underline{0{,}000\,01}=$ un cent millième ;

h. $10^{-9}=\underline{0{,}000\,000\,001}=$ un milliardième.

### Exercice 12

a. $14{,}7\times10^{3}=\underline{14\,700}$ ;  b. $0{,}002\,8\times10^{2}=\underline{0{,}28}$ ;

c. $-8{,}41\times10^{-2}=\underline{-0{,}084\,1}$ ;  d. $3\,520\times10^{-3}=\underline{3{,}52}$.

### Exercice 13

a. $64{,}51=\underline{0{,}645\,1\times10^{2}}$ ;  b. $-708=\underline{-7{,}08\times10^{2}}$ ;

c. $4{,}82=\underline{0{,}048\,2\times10^{2}}$ ;  d. $-0{,}071=\underline{-0{,}000\,71\times10^{2}}$ ;

e. $50\,010=\underline{500{,}1\times10^{2}}$ ;  f. $0{,}4=\underline{0{,}004\times10^{2}}$

### Exercice 14

a. $940=\underline{940\,000\times10^{-3}}$ ;  b. $7{,}25=\underline{7\,250\times10^{-3}}$ ;

c. $-0{,}09=\underline{-90\times10^{-3}}$ ;  d. $0{,}000\,1=\underline{0{,}1\times10^{-3}}$ ;

e. $-26=\underline{-26\,000\times10^{-3}}$ ;  f. $34{,}5=\underline{34\,500\times10^{-3}}$.

### Exercice 15

a. $\underline{0{,}032\times10^{4}}=320$ ;  b. $\underline{-680\times10^{-2}}=-6{,}8$ ;

c. $\underline{0{,}000\,42\times10^{3}}=0{,}42$ ;  d. $\underline{1\,200\times10^{-4}}=0{,}12$.

### Exercice 16

a. $3{,}04\times\underline{10^{3}}=3\,040$ ;  b. $0{,}08\times\underline{10^{3}}=80$ ;

c. $7{,}6\times\underline{10^{-2}}=0{,}076$ ;  d. $9\,100\times\underline{10^{-5}}=0{,}091$ ;

e. $436{,}82=43{,}682\times\underline{10}=4{,}368\,2\times\underline{10^{2}}$ ;

f. $0{,}057=0{,}57\times\underline{10^{-1}}=5{,}7\times\underline{10^{-2}}=57\times\underline{10^{-3}}$.

### Exercice 17

$A=254\,000=\underline{254\times10^{3}}$ ;

$B=72\,000\,000\,000=\underline{72\times10^{9}}$ ;

$C=0{,}000\,06=\underline{6\times10^{-5}}$ ;

$D=0{,}000\,000\,000\,37=\underline{37\times10^{-10}}$.

### Exercice 18

a. $\left(7\times10^{6}\right)\times\left(2{,}3\times10^{-4}\right)=\underline{16{,}1\times10^{2}}$ ;

b. $\left(-0{,}4\times10^{-5}\right)\times\left(5\times10^{-1}\right)=\underline{-2\times10^{-6}}$ ;

c. $\left(8\times10^{-2}\right)\times\left(0{,}03\times10^{3}\right)=\underline{0{,}24\times10^{1}}$ ;

d. $\left(-81\times10^{-4}\right)\times\left(-0{,}1\times10^{2}\right)=\underline{8{,}1\times10^{-2}}$.

## Activités d'application

### Calculs sur les puissances

Exercice 19

$4^3 = \underline{64}$ ; $3^4 = \underline{81}$ ; $\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \underline{\frac{125}{8}}$ ;

$\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \underline{\frac{1}{81}}$ ; $1{,}5^1 = \underline{1{,}5}$ ; $(-1)^4 = \underline{1}$ ; $13^0 = \underline{1}$.

Exercice 20

$(-2)^6 = \underline{64}$ ; $(-1{,}1)^2 = \underline{1{,}21}$ ;

$(-1)^5 = \underline{-1}$ ; $(-5)^3 = \underline{-125}$ ;

$\left(-\frac{1}{2}\right)^5 = \underline{-\frac{1}{32}}$ ; $\left(-\frac{4}{3}\right)^1 = \underline{-\frac{4}{3}}$ ;

$\left(-\frac{7}{5}\right)^0 = \underline{1}$ ; $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \underline{\frac{9}{16}}$.

Exercice 21

$A = (-8)\times(-8)\times(-8)\times(-8)\times(-8)\times(-8) = \underline{(-8)^6}$ ;

$B = \frac{1}{7}\times\frac{1}{7}\times\frac{1}{7}\times\frac{1}{7}\times\frac{1}{7}\times\frac{1}{7}\times\frac{1}{7} = \underline{\left(\frac{1}{7}\right)^7}$ ;

$C = 5\times5\times5\times5\times5\times1{,}5\times1{,}5\times1{,}5 = \underline{5^5 \times 1{,}5^3}$ ;

$D = (-4)\times(-4)\times(-4)\times3\times3 = \underline{(-4)^3 \times 3^2}$.

Exercice 22

Si l'étoile représente un nombre positif, alors :

a. $*^4 \underline{>0}$ ; b. $*^6 \underline{>0}$ ;

c. $*^5 \underline{>0}$ ; d. $*^3 \underline{>0}$ ;

e. $(-*)^2 \underline{>0}$ ; f. $(-*)^7 \underline{<0}$ ;

g. $(-*)^4 \underline{>0}$ ; h. $(-*)^5 \underline{<0}$.

Exercice 23

a. $3^5 \times 3^2 = \underline{3^7}$ ; b. $1{,}8^3 \times 1{,}8^4 = \underline{1{,}8^7}$ ;

c. $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \underline{\left(\frac{3}{5}\right)^8}$ ; d. $0{,}2^7 \times 6^7 = \underline{1{,}2^7}$ ;

e. $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \times 4^3 = \underline{\left(-\frac{8}{3}\right)^3}$ ; f. $7^6 \times \left(-\frac{5}{7}\right)^6 = \underline{(-5)^6}$.

Exercice 24

a. $\left(4^3\right)^4 = \underline{4^{12}}$ ; b. $\left(6^4\right)^2 = \underline{6^8}$ ;

c. $\left((-6)^2\right)^5 = \underline{(-6)^{10}}$ ; d. $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^3 = \underline{\left(\frac{2}{3}\right)^9}$.

## Puissances de 10

### Exercice 25

a. mille = 1 000 = $\underline{10^{3}}$ ;

b. un million = 1 000 000 = $\underline{10^{6}}$ ;

c. un milliard = 1 000 000 000 = $\underline{10^{9}}$ ;

d. mille milliards = 1 000 000 000 000 = $\underline{10^{12}}$ ;

e. un millième = 0,001 = $\underline{10^{-3}}$ ;

f. un millionième = 0,000 001 = $\underline{10^{-6}}$.

### Exercice 26

a. 10 000 = $\underline{10^{4}}$ ; b. 100 000 000 = $\underline{10^{8}}$ ;

c. 10 000 000 000 = $\underline{10^{10}}$ ; d. 0,01 = $\underline{10^{-2}}$ ;

e. 0,000 1 = $\underline{10^{-4}}$ ; f. 0,000 000 1 = $\underline{10^{-7}}$.

### Exercice 27

a. $10^{3} \times 10^{-7} = \underline{10^{-4}}$ ; b. $10^{-6} \times 10^{-3} = \underline{10^{-9}}$ ;

c. $10^{-5} \times 10^{3} \times 10^{2} = \underline{10^{0}} = \underline{1}$ ;

d. $10^{-4} \times 10^{-6} \times 10^{0} \times 10^{9} = \underline{10^{-1}}$.

### Exercice 28

a. $\dfrac{10^{3}}{10^{-2}} = \underline{10^{5}}$ ; b. $\dfrac{10^{-3}}{10^{2}} = \underline{10^{-5}}$ ;

c. $\dfrac{10^{-5}}{10^{-3}} = 10^{-2}$ ; d. $\dfrac{10^{5}}{10^{-3}} = \underline{10^{8}}$ ;

e. $\dfrac{10^{11}}{10^{-1}} = \underline{10^{12}}$ ; f. $\dfrac{10^{-1}}{10^{11}} = \underline{10^{-12}}$ ;

g. $\dfrac{10^{7}}{10^{0}} = \underline{10^{7}}$ ; h. $\dfrac{10^{0}}{10^{7}} = \underline{10^{-7}}$.

### Exercice 29

a. $\left(10^{2}\right)^{2} = \underline{10^{4}}$ ; b. $\left(10^{-1}\right)^{4} = \underline{10^{-4}}$ ;

b. $\left(10^{3}\right)^{-4} = \underline{10^{-12}}$ ; d. $\left(10^{6}\right)^{0} = \underline{10^{0}} = \underline{1}$.

### Exercice 30

a. $10^{5} \times \left(10^{2}\right)^{3} = 10^{11}$ ; b. $10^{6} \times \left(10^{-4}\right)^{2} = \underline{10^{-2}}$ ;

c. $10^{-3} \times \left(10^{3}\right)^{2} = \underline{10^{3}}$ ; d. $\left(10^{5}\right)^{-1} \times \left(10^{-2}\right)^{-4} = \underline{10^{3}}$.

### Exercice 31

a. $\dfrac{10^{4} \times 10^{5}}{10^{3}} = \underline{10^{6}}$ ; b. $\dfrac{10^{-2} \times 10^{7}}{10^{4} \times 10^{3}} = \underline{10^{-2}}$ ;

c. $\dfrac{10^{-8} \times 10^{11}}{10^{4} \times 10^{0}} = \underline{10^{-1}}$ d. $\dfrac{10^{-8} \times 10^{1} \times 10^{7}}{10^{4} \times \left(10^{-2}\right)^{2}} = \underline{10^{0}} = \underline{1}$.

### Exercice 32

a. $28\,200 \times 10^{-4} = \underline{2{,}82}$ ; b. $0{,}79 \times 10^{3} = \underline{790}$ ;

c. $-\,0{,}12 \times 10^{-2} = \underline{-0{,}0012}$ ; d. $0{,}007\,5 \times 10^{5} = \underline{750}$.

### Exercice 33

a. 26,58 = $\underline{0{,}026\,58} \times 10^{3}$ ; b. 0,15 = $\underline{0{,}000\,15} \times 10^{3}$ ;

c. 900 = $\underline{0{,}9} \times 10^{3}$ ; d. 0,006 = $\underline{0{,}000\,006} \times 10^{3}$ ;

e. -1 001 = $\underline{-1{,}001} \times 10^{3}$ ; f. -78 300 = $\underline{-78{,}3} \times 10^{3}$.

### Exercice 34

a. 563 = $\underline{5{,}63 \times 10^{2}}$ ; b. 0,046 = $\underline{4{,}6 \times 10^{-2}}$ ;

c. -593 500 = $-\,5{,}935 \times 10^{5}$ ; d. -0,123 4 = $\underline{-\,1{,}234 \times 10^{-1}}$ ;

e. 0,000 08 = $\underline{8 \times 10^{-5}}$ ; f. 2 000 000 = $\underline{2 \times 10^{6}}$.

### Exercice 35

a. $136 \times 10^{3} = \underline{1{,}36 \times 10^{5}}$ ;

b. $-\,0{,}034 \times 10^{2} = \underline{-\,3{,}4 \times 10^{0}} = \underline{-3{,}4}$ ;

c. $-\,0{,}000\,7 \times 10^{9} = \underline{-\,7 \times 10^{5}}$ ;

d. $4837 \times 10^{-1} = \underline{4{,}837 \times 10^{2}}$.

### Exercice 36

Superficie du terrain :

$\left(2{,}30 \times 10^{3}\right) \times \left(8{,}15 \times 10^{2}\right) = 18{,}745 \times 10^{5}$ m²

$= \underline{1{,}874\,5 \times 10^{6}\ \text{m}^{2}}$ (écriture scientifique)

$=$ $\underline{1\,874\,500\ \text{m}^2}$ (écriture décimale)

### Exercice 37

1. 200 milliards = $2 \times 10^{11}$ et 80 milliards = $8 \times 10^{10}$.

2. Nombre d'atomes d'hydrogène contenus dans l'univers observable :

a. calcul : $2 \times 10^{11} \times 8 \times 10^{10} \times 10^{57}$ ;

b. résultat : $\underline{1{,}6 \times 10^{79}}$.

## Bien comprendre, mieux rédiger

### Exercice 38 **Vocabulaire**

a. $5^4$ est une puissance de 5. Dans cette écriture, 4 est un exposant.

b. $5^4$ se lit « 5 exposant 4 » ou « 5 puissance 4 ».

c. $5^2$ peut se lire « 5 au carré » et $5^3$ peut se lire « 5 au cube ».

### Exercice 39 **Confusions à éviter**

1.a. $4^3 = 64$ et $4 \times 3 = 12$ ; donc : $4^3 \neq 4 \times 3$.

b. $A = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$ et $B = 5 + 5 + 5 + 5 = 5 \times 4$.

2.a. $3^2 = 9$ ; $3^3 = 27$ ; $3^2 + 3^3 = 36$ ;
$3^2 \times 3^3 = 243$ et $3^5 = 243$.

b. donc : $3^2 + 3^3 \neq 3^{2+3}$ ; $3^2 \times 3^3 = 3^{2+3}$.

3. $(-10)^2 = 100$ et $10^{-2} = 0{,}01$ ; donc : $(-10)^2 \neq 10^{-2}$.

### Exercice 40 **Rôle des parenthèses**

1.a. $(-1)^2 = 1$, $-1^2 = -(+1)^2 = -1$ ;
$(-2)^4 = 16$, $-2^4 = -(+2)^4 = -16$.

b. $(-1)^2 \neq -1^2$ car $(-1)^2 = (-1) \times (-1) > 0$,
$-1^2 = -1 \times 1 < 0$ ;

$(-2)^4 \neq -2^4$ car $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) > 0$,
$-2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 < 0$.

2.a. $4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$ ;

b. $4^2 + (-3)^2 = 16 + 9 = 25$ ;

c. $(-4)^2 \times (-3)^2 = 16 \times 9 = 144$ ;

d. $-4^2 \times (-3)^2 = -16 \times 9 = -144$.

### Exercice 41 **Vrai ou faux ?**

a. $5^2$ est le double de 5 : faux.

b. $6 \times 6$ est le carré de 6 : vrai.

c. $10^{-3}$ est un nombre plus petit que zéro : faux.

d. $10^{-1}$ est un nombre plus petit que 1 : vrai.

f. 1 exposant 10 est égal à 10 exposant 1 : faux.

g. La moitié de $2^{10}$ est $2^9$ : vrai.

### Exercice 42 **De mots en puissances**

Mille, c'est $10^3$.

Un million, c'est $10^6$.

Un milliard, c'est $10^9$.

Mille milliards, c'est $10^{12}$.

Un million de milliards, c'est $10^{15}$.

Un milliard de milliards, c'est $10^{18}$.

Un million de milliards de milliards, c'est $10^{24}$.

### Exercice 43 **Notation scientifique (1)**

Nombres écrits en notation scientifique :

a. $4{,}5 \times 10^3$ ; e. $6 \times 10^5$ ;

f. $3{,}68 = 3{,}68 \times 10^0$ ; h. $4{,}001 \times 10^{-3}$.

### Exercice 44 **Notation scientifique (2)**

a. $9\,350 \times 10^2 = 9{,}35 \times 10^3 \times 10^2 = 9{,}35 \times 10^5$ ;

b. $67{,}4 \times 10^{-1} = 6{,}74 \times 10^1 \times 10^{-1} = 6{,}74 \times 10^0$ ;

c. $0{,}379 \times 10^3 = 3{,}79 \times 10^{-1} \times 10^3 = 3{,}79 \times 10^2$ ;

d. $465{,}89 = 4{,}658\,9 \times 10^2$ ;

e. $67{,}2 \times 10^2 = 6{,}72 \times 10^1 \times 10^2 = 6{,}72 \times 10^3$ ;

f. $5\,000 \times 10^{-6} = 5 \times 10^3 \times 10^{-6} = 5 \times 10^{-3}$.

### Exercice 45 **Encadrements**

1. $10^3 \leq 4{,}6 \times 10^3 \leq 10^4$ (en effet : $1\,000 \leq 4\,600 \leq 10\,000$).

2. Si $C = 6 \times 10^2$ alors : $10^2 \leq C \leq 10^3$
(en effet : $100 \leq 600 \leq 1\,000$) ;
si $A = 8{,}3 \times 10^{-2}$ alors : $10^{-2} \leq A \leq 10^{-1}$
(en effet : $0{,}01 \leq 0{,}083 \leq 0{,}1$) ;
si $T = 7{,}84 \times 10^3$ alors : $10^3 \leq T \leq 10^4$
(en effet : $1\,000 \leq 7\,840 \leq 10\,000$) ;
si $X = 3 \times 10^{-2}$ alors : $10^{-2} \leq X \leq 10^{-1}$
(en effet : $0{,}01 \leq 0{,}03 \leq 0{,}1$) ;
si $E = 1{,}6 \times 10^{-3}$ alors : $10^{-3} \leq E \leq 10^{-2}$
(en effet : $0{,}001 \leq 0{,}0016 \leq 0{,}01$).

3. $10^{-4}$ $10^{-3}$ $10^{-2}$ $10^{-1}$ $10^{0}$ $10^{1}$ $10^{2}$ $10^{3}$ $10^{4}$

E X A C T

### Exercice 46 **Ordre de grandeur d'un résultat**

1.
- 5 028 est de l'ordre de $5 \times 10^3$ ;
- 387 260 est de l'ordre de $4 \times 10^5$ ;
- 0,231 est de l'ordre de $2 \times 10^{-1}$ ;

donc un ordre de grandeur de $5\,028 \times 387\,260 \times 0{,}231$ est :
$$5 \times 10^3 \times 4 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-1} = 4 \times 10^8$$
(quatre centaines de millions).

2. $A = 198{,}27 \times 407\,328 \approx (2 \times 10^2) \times (4 \times 10^5)$

$A \approx 8 \times 10^7$ (8 dizaines de millions) ;

$B = 705\,238 \times 0{,}302 \approx (7 \times 10^5) \times (3 \times 10^{-1})$

$B \approx 2 \times 10^5$ (2 centaines de mille) ;

$$C = \frac{8\,213{,}6 \times 0{,}041}{428{,}57} \approx \frac{(8 \times 10^3) \times (4 \times 10^{-2})}{4 \times 10^2}$$

$C \approx 8 \times 10^{-1}$ (8 dixièmes) ;

$$D = \frac{598\,409 \times 0{,}528}{30} \approx \frac{(6 \times 10^5) \times (5 \times 10^{-1})}{3 \times 10^1}$$

$D \approx 10 \times 10^3 \approx 10^4$ (1 dizaine de mille).

## Exercices d'approfondissement

### Exercice 47 **Calculs avec des puissances (1)**

a. $4^3 \times 5 + 5^2 \times 4 = 64 \times 5 + 25 \times 4 = \underline{420}$ ;

b. $\left(3^0 + 2^4\right) \times 10^3 = 17 \times 1\ 000 = \underline{17\ 000}$ ;

c. $10^4 \times 10^{-3} \times 7^2 \times 0{,}1 = 10 \times 49 \times 0{,}1 = \underline{49}$ ;

d. $\left(2^3 + 3^3\right) \times 0^3 + 9 \times 3^2 = (8+27) \times 0 + 9 \times 9 = \underline{81}$.

### Exercice 48 **Opérations et puissances de 10**

a. $10^6 + 10^3 = 1\ 000\ 000 + 1\ 000 = \underline{1\ 001\ 000}$ ;

b. $10^5 - 10^4 = 100\ 000\text{-}10\ 000 = \underline{90\ 000}$ ;

c. $10^3 - 10^4 = 1\ 000\text{-}10\ 000 = \underline{-9\ 000}$ ;

d. $10^3 \times 10^2 - \left(10^2\right)^2 = 10^5 - 10^4 = \underline{90\ 000}$ ;

e. $10^4 - \left(10^3 + 10^2\right) = 10\ 000\text{-}(1\ 000 + 100) = \underline{8\ 900}$.

### Exercice 49 **Chiffre des unités**

| Puissance de 4 | $4^1$ | $4^2$ | $4^3$ | $4^4$ | $4^5$ | ... | $4^{2n}$ | $4^{2n+1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Chiffre des unités | 4 | 6 | 4 | 6 | 4 | ... | 6 | 4 |

*Justification*

$4^1 = \underline{4}$ ; $4^2 = 1\underline{6}$ ; $4^3 = 6\underline{4}$ ; $4^4 = 25\underline{6}$ ; $4^5 = 1\ 02\underline{4}$ ; ...
l'alternance 4, 6, 4, 6, ... va se poursuivre car :

- en multipliant un nombre dont le chiffre des unités est $\underline{4}$ par 4, on obtient un nombre dont le chiffre des unités est $\underline{6}$ ;
- en multipliant un nombre dont le chiffre des unités est $\underline{6}$ par 4, on obtient un nombre dont le chiffre des unités est $\underline{4}$.

### Exercice 50 **Produit et puissances**

a. Pour $n = 2$ $\quad (5 \times n)^2 = 100 \quad (5 \times n)^3 = 1\ 000$

$5 \times n^2 = 20 \quad 5 \times n^3 = 40$ ;

b. pour $n = \text{-}2$ $\quad (5 \times n)^2 = 100 \quad (5 \times n)^3 = \text{-}1\ 000$

$5 \times n^2 = 20 \quad 5 \times n^3 = \text{-}40$.

### Exercice 51 **Rangement**

$23 \times 10^5 = 2{,}3 \times 10^6$ ; $\quad 426 \times 10^2 = 4{,}26 \times 10^4$ ;

$0{,}39 \times 10^4 = 3{,}9 \times 10^3$ ; $\quad 0{,}001 \times 10^8 = 1 \times 10^5$ ;

$300 \times 10^{-1} = 3 \times 10^1$ ; $\quad 330 \times 10^3 = 3{,}3 \times 10^5$ ;

$47\ 900 = 4{,}79 \times 10^4$ ; $\quad 0{,}061 \times 10^4 = 6{,}1 \times 10^2$.

Rangement dans l'ordre croissant :

$300 \times 10^{-1}$ ; $0{,}061 \times 10^4$ ; $0{,}39 \times 10^4$ ; $426 \times 10^2$ ;

$47\ 900$ ; $0{,}001 \times 10^8$ ; $330 \times 10^3$ ; $23 \times 10^5$.

### Exercice 52 **Encadrements**

a. $325 \times 10^2 = \underline{3{,}25 \times 10^4}$,

donc $\underline{10^4} < 325 \times 10^2 < \underline{10^5}$ ;

b. $0{,}28 \times 10^4 = \underline{2{,}8 \times 10^3}$ ,

donc $\underline{10^3} < 0{,}28 \times 10^4 < \underline{10^4}$ ;

c. $0{,}09 \times 10^5 = \underline{9 \times 10^3}$

donc $\underline{10^3} < 0{,}09 \times 10^5 < \underline{10^4}$ ;

d. $794 \times 10^{-2} = \underline{7{,}94 \times 10^0}$

donc $\underline{10^0} < 794 \times 10^{-2} < \underline{10^1}$ ;

e. $0{,}04 \times 10^{-2} = \underline{4 \times 10^{-4}}$

donc $\underline{10^{-4}} < 0{,}04 \times 10^{-2} < \underline{10^{-3}}$ ;

f. $505 \times 10^{-4} = \underline{5{,}05 \times 10^{-2}}$

donc $\underline{10^{-2}} < 505 \times 10^{-4} < \underline{10^{-1}}$.

### Exercice 53 **Etablir l'égalité**

a. $1{,}2 \times 10^2 \times \underline{4 \times 10^3} = 4{,}8 \times 10^5$ ;

b. $3{,}25 \times 10^{-2} \times \underline{2 \times 10^6} = 6{,}5 \times 10^4$ ;

c. $3 \times 10^3 \times \underline{9 \times 10^2} = 2{,}7 \times 10^6$ ;

d. $7 \times 10^2 \times \underline{8 \times 10^4} = 5{,}6 \times 10^7$.

### Exercice 54 **Le sel des océans**

1. 1 km³ = $10^3$ hm³ = $10^6$ dam³ = $10^9$ m³ = $10^{12}$ dm³.

2.a. 1 370 millions de km³ = $137 \times 10^7 \times 10^{12}$ dm³

$= \underline{137 \times 10^{19}\,\text{dm}^3}$.

b. Masse de sel dissous dans les océans :

$27 \times 137 \times 10^{19} = \underline{3\ 699 \times 10^{19}\,\text{g}}$.

### Exercice 55 **Bon voyage**

1. Distance de la Terre au Soleil : $15 \times 10^7$ km.
Pour aller de la Terre au Soleil, le géant devrait faire :

$$\frac{15 \times 10^7}{4 \times 10^5} = \underline{375\ \text{pas}}.$$

2. Pour aller de la Terre à Sirius, le géant devrait faire :

$$\frac{8 \times 10^{13}}{4 \times 10^5} = 2 \times 10^8 = \underline{200\ \text{millions de pas}}.$$

## Exercice 56 Multiplication des bactéries

a. Nombre de bactéries présentes, à partir d'une seule bactérie initiale :

- au bout de 20 min : $2^1 = \underline{2}$,
- au bout de 40 min (2 fois 20 min) : $2\times2 = 2^2 = \underline{4}$,
- au bout d'une heure (3 fois 20 min) : $2\times2\times2 = 2^3 = \underline{8}$,
- au bout de 4 heures (12 fois 20 min) : $2^{12} = \underline{4\ 096}$.

b. Nombre de bactéries présentes, à partir de 100 bactéries initiales :

- après 20 min : $100\times2 = \underline{200}$,
- après deux heures (6 fois 20 min) : $100\times 2^6 = \underline{6\ 400}$.

## Exercice 57 Recherche d'exo planètes

a. Distance entre la Terre et la planète Kepler 22-b :

$6\times10^2\times946\times10^{10} = 5\ 676\times10^{12} = \underline{5{,}676\times10^{15}}$ km ;

b. masse de la planète Kepler 22-b :

$2{,}4\times598\times10^{22} = 1\ 435{,}2\times10^{22} = \underline{1{,}435\ 2\times10^{25}}$ kg.

# Activités d'intégration

## Exercice 59 Généalogie

1.a. Nombre de personnes figurant au niveau 1 : $2^1 = 2$ ; au niveau 2 : $2^2 = 4$.

b. Nombre de personnes figurant au niveau 3 : $2^3 = 8$.

c. Nombre de personnes figurant au niveau 4 : $2^4 = 16$ ; au niveau 6 : $2^6 = 64$ ; au niveau 8 : $2^8 = 256$.

2. Nombres d'arrières petits-enfants d'Azah : $4^3 = 64$.

## Exercice 60 Du fer et des atomes

1. nombre d'atomes dans un kilogramme de fer : 10,8 millions de milliards de milliards $= 10{,}8\times10^6\times10^9\times10^9 = \underline{10{,}8\times10^{24}}$.

2.a. Pour vérifier que la masse d'un atome de fer est égale à $927\times10^{-28}$ kg,

Somen doit effectuer l'opération : $\underline{1\div\left(10{,}8\times10^{24}\right)}$.

b. $1\div\left(10{,}8\times10^{24}\right) = (1\div10{,}8)\times10^{-24} \approx 0{,}092\ 6\times10^{-24} \approx 926\times10^{-4}\times10^{-24} \approx \underline{926\times10^{-28}}$.

*Conclusion* : les deux informations (site internet et encyclopédie) sont presque identiques : $926\times10^{-28}$ et $927\times10^{-28}$.

3.a. $2{,}5\times10^{-10}$ m $= \underline{2{,}5\times10^{-7}\text{ mm}}$.

b. Nombre d'atomes qu'il faudrait juxtaposer pour obtenir une longueur de 1 mm :

$1\div\left(2{,}5\times10^{-7}\right) = (1\div2{,}5)\times10^7 = 0{,}4\times10^7 = 4\times10^6 = \underline{4\ 000\ 000}$.

## Exercice 61 Pays d'Afrique

a.

| | | Superficie en écriture scientifique |
|---|---|---|
| Bénin | $114{,}8\times10^3$ | $1{,}148\times10^5$ |
| Cameroun | $47{,}54\times10^4$ | $4{,}754\times10^5$ |
| R.C.I. | $3{,}22\times10^5$ | $3{,}22\times10^5$ |
| Gabon | 267 700 | $2{,}677\times10^5$ |
| Mali | $1{,}241\times10^6$ | $1{,}241\times10^6$ |

| | | Superficie en écriture scientifique |
|---|---|---|
| Niger | $12{,}67\times10^5$ | $1{,}267\times10^6$ |
| R.D.C | $234{,}4\times10^4$ | $2{,}344\times10^6$ |
| Rwanda | $2\ 634\times10^1$ | $2{,}634\times10^4$ |
| Sénégal | $1\ 967\times10^2$ | $1{,}967\times10^5$ |
| Togo | $56{,}8\times10^3$ | $5{,}68\times10^4$ |

b. Rangement des pays dans l'ordre croissant des superficies :
Rwanda, Togo, Bénin, Sénégal, Gabon, RCI, Cameroun, Mali, Niger et R.D.C.

| Activités de découverte | Cours Méthodes et savoir-faire | Application | Bien comprendre Mieux rédiger | Approfondissement |
|---|---|---|---|---|
| | Expression littérale [1 p 128] | 34, 35, 36, 37, 38, 39 | 81, 84, 87 | 88, 93, |
| | **Apprendre à simplifier et évaluer une expression littérale [1 p 130]** | **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11** | | |
| 1 | Suppression des parenthèses [2 p 128] | 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46 | | |
| 2 | Simple distributivité [3 p 128] | 56, 57 | | |
| 3 | Forme développée, forme factorisée [4 p 129] | 58, 59, 60, 64 | 80 | |
| | Réduire une expression littérale [5 p 129] | 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 61, 62, 63 | 82 | 89, 90, 91, 92, 94, 95, 96, 97 |
| | **Apprendre à réduire des expressions littérales [2 p 131]** | **12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21** | | |
| 4 | Double distributivité [6 p 129] | 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72 | | |
| 5 | Identités remarquables [7 p 129] | 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79 | 85, 86 | |
| | **Apprendre à développer et à factoriser [3 p 132]** | **22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33** | 83 | |

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

## Activités de découverte

### Pour démarrer **Les containers**

1.a. $a$, $b$ et $c$ représentent les longueurs des 3 côtés du parallélépipède rectangle (plus précisément : $a$ et $b$ sont les longueur et largeur de sa base, $c$ est la hauteur).
$A=2(bc+ca+ab)$ est l'aire totale du parallélépipède rectangle, $V=abc$ est le volume du parallélépipède rectangle.

b. Formules laissant apparaître tous les signes : $A=2\times(b\times c+c\times a+a\times b)$ et $V=a\times b\times c$.

2.a. Pour le container représenté sur la photo : $a=6{,}1$ ; $b=2{,}4$ et $c=2{,}6$.

b. Volume du container : $V=6{,}1\times2{,}4\times2{,}6=\underline{38{,}064\text{ m}^3}$ et $A=2(2{,}4\times2{,}6+2{,}6\times6{,}1+6{,}1\times2{,}4)=\underline{73{,}48\text{ m}^2}$.

### 1 **Suppression de parenthèses**

**Partie A**

1. Calculs permettant de déterminer la taille du bébé à deux ans :

● 52+(21+12) (à la taille à la naissance est ajouté le cumul des croissances des deux premières années),

● 52+21+12 (à la taille à la naissance est ajouté successivement la croissance de la 1e année puis celle de la 2e année).

2. Calculs permettant de déterminer la somme d'argent qu'il reste à Joseph après ses deux achats :

● 2 000-500-270 (au capital initial est enlevé successivement le montant du 1e achat puis celui du 2e achat),

● 2 000-(500+270) (au capital initial est enlevé le cumul des montants des deux achats).

**Partie B**

1. $a+b+c=a+(b+c)$ et $a-b-c=a-(b+c)$.

2. Pour $a=3$, $b=5$ et $c=1$ : $a+b-c=7$, $a-b+c=-1$, $a+(b-c)=7$, $a-(b-c)=-1$ ;
pour $a=6$, $b=4$ et $c=3$ : $a+b-c=7$, $a-b+c=5$, $a+(b-c)=7$, $a-(b-c)=5$.

*Constats* : $a+b-c=a+(b-c)$ $a-b+c=a-(b-c)$.

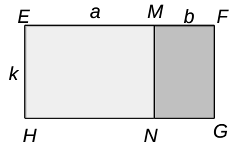
 

## 2 **Simple distributivité**

1.a. Aire de $EMNH=ka$ et aire de $MFGN=kb$.

b. $EF=a+b$ donc aire $EFGH=k(a+b)$.

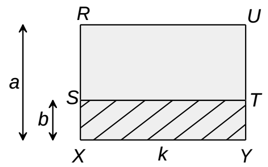
c. Comme aire($EFGH$) = aire($EMNH$) + aire($MFGN$),
on en déduit que : $\underline{k(a+b)=ka+kb}$.




2.a. $RS=a-b$.

b. 1[e] façon de calculer l'aire du rectangle $RSTU$ : $k(a-b)$
(calcul direct de l'aire d'un rectangle) ;
2[e] façon de calculer l'aire du rectangle $RSTU$ : $ka-kb$
(différence entre l'aire de $RXYU$ et celle de $SXYT$).

c. On en déduit que : $\underline{k(a-b)=ka-kb}$.




## 3 **Formes d'écritures**

1. Expressions littérales développées : $A=2x+5$, $C=a^2+5a$, $D=4b-2$ ;
expressions littérales factorisées : $B=y(3-y)$, $E=3x(1+4x)$, $F=(a+3)(2a-3)$.

2.a. $3x+4x+8x+10=(\underline{3}+\underline{4})x+8x+10=\underline{7}x+8x+10$ ;
$7x+8x+10=(\underline{7}+\underline{8})x+10=\underline{15}x+10$.

b. Les expressions $3x+4x+8x+10$ ; $7x+8x+10$ et $15x+10$ sont égales.

c. Parmi ces trois expressions littérales, celle qui s'écrit le plus simplement est : $15x+10$.

d. Une autre écriture est égale à ces trois expressions : $5(3x+2)$.

e. Mais « l'expression réduite » est $15x+10$ : *avec le minimum de termes*, *elle ne contient ni parenthèses, ni signe* ×, *ni calcul à effectuer*.

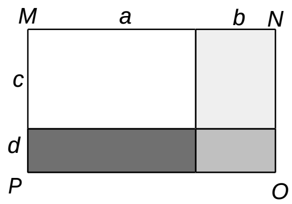
## 4 **Double distributivité**

1.a. Aires des quatre rectangles : $ac$, $bc$, $ad$ et $bd$.
Donc l'aire du rectangle $MNOP$ est : $ac+bc+ad+bd$.

b. $MN=a+b$ et $MP=c+d$.

c. Lorsqu'on écrit $(a+b)(c+d)$, on calcule le produit $MN\times MP$.

d. On en déduit que l'aire du rectangle $MNOP$ est : $(a+b)(c+d)$ ;
donc : $\underline{(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd}$.




2. $a$, $b$, $c$ et $d$ désigne des nombres relatifs.
$(a+b)(c+d)$ est le produit de $\underline{a+b}$ par $\underline{c+d}$.
Je sais d'après la règle de la simple distributivité que $k(c+d)=\underline{kc+kd}$.
Donc, si je pose $k=(a+b)$, je peux écrire que $(a+b)(c+d)=(\underline{a}+\underline{b})\times c+(\underline{a}+\underline{b})\times \underline{d}$.
En appliquant encore une fois la règle de la simple distributivité à chacun des deux termes obtenus, j'obtiens : $(a+b)(c+d)=\underline{ac}+\underline{bc}+\underline{ad}+\underline{bd}$.

## 5 **Identités remarquables**

1.a. Les surfaces colorées ci-contre sont :
deux carrés (l'un de côté $a$, l'autre de côté $b$),
deux rectangles identiques (de côtés $a$ et $b$).

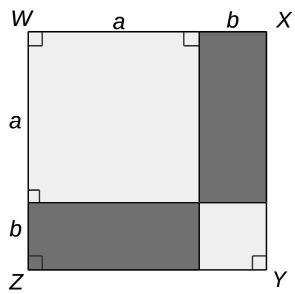
b. Aires des carrés : $a^2$ et $b^2$ ; aire de chacun des rectangles : $ab$.

c. $(a+b)^2$ est l'aire du carré $WXYZ$.
On en déduit que : $\underline{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$.

2. $a$ et $b$ désigne des nombres relatifs.

a. D'après la règle de la double distributivité,
$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=aa+ba+ab+bb$.

b. Après réduction, on obtient : $\underline{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$.




3. En utilisant dans les deux cas la règle de la double distributivité :

a. $(a-b)^2=(a-b)(a-b)=aa-ba-ab+bb$ donc $\underline{(a-b)^2=a^2-2ab+b^2}$.

b. $(a+b)(a-b)=aa+ba-ab-bb$ donc $\underline{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$.

## Méthodes et savoir-faire

### 1 Apprendre à simplifier et évaluer une expression littérale

Exercice 1

a. $7\times y=7y$ ; b. $x\times 6=6x$ ; c. $a\times b=ab$ ;

d. $12\times 3=12\times 3$ ; e. $5\times 7\times a=5\times 7a$ ; f. $y+4\times x=y+4x$.

Exercice 2

a. $y\times 4=4y$ ; b. $2\times x\times 6=12x$ ; c. $a\times 5\times b=5ab$ ;

d. $0\times a=0$ ; e. $8\times b\times b=8b^2$ ; f. $7\times 30=210$.

Exercice 3

a. $3+2\times x=3+2x$ ; b. $7\times a-2=7a-2$ ;

c. $i\times i+6\times 8=i^2+48$ ; d. $9\times 2\times m-3\times n\times n=18m-3n^2$ ;

e. $x\times x\times 4+8\times y=4x^2+8y$ ; f. $a\times b\times c\times d=abcd$.

Exercice 4

a. $3\times(5+c)=3(5+c)$ ; b. $(9-a)\times 6\times b=6b(9-a)$ ;

c. $x\times(2+6\times x)=x(2+6x)$ ; d. $y\times y\times(7+z)=(7+z)y^2$ ;

e. $(5\times t-1)\times(u-2)=(5t-1)(u-2)$ ; f. $(a+2)\times(a+2)=(a+2)^2$.

Exercice 5

a. $4x-5=4\times x-5$ ; b. $3-6y+8=3-6\times y+8$ ;

c. $a^2-5a=a\times a-5\times a$ ; d. $2-7t^2+5u^2=2-7\times t\times t+5\times u\times u$.

Exercice 6

a. $3(a+1)=3\times(a+1)$ ; b. $8(2-x)=8\times(2-x)$ ;

c. $4b(b+3)=4\times b\times(b+3)$ ; d. $y(1-3y)=y\times(1-3\times y)$ ;

e. $(x+2)(y-5)=(x+2)\times(y-5)$ ;

f. $(4a-3)(1-b^2)=(4\times a-3)\times(1-b\times b)$.

Exercice 7

Soit $A=4y+3=4\times y+3$.

a. Pour $y=7$, $A=4\times 7+3=\underline{31}$ ;

b. Pour $y=-2$, $A=4\times(-2)+3=\underline{-5}$ ;

c. Pour $y=0$, $A=4\times 0+3=\underline{3}$ ;

d. Pour $y=-1$, $A=4\times(-1)+3=\underline{-1}$.

Exercice 8

Soit $B=10-v^2=10-v\times v$.

a. Pour $v=3$, $B=10-3\times 3=\underline{1}$.

b. Pour $v=-3$, $B=10-(-3)\times(-3)=\underline{1}$.

c. Pour $v=0$, $B=10-0\times 0=\underline{10}$.

d. Pour $v=1$, $B=10-1\times 1=\underline{9}$.

Exercice 9

Pour $x=4$ :
$A=5x-2=5\times 4-2=\underline{18}$ ;
$B=x^2+2x=4\times 4+2\times 4=\underline{24}$;
$C=100-x^2=100-4\times 4=\underline{84}$ ;
$D=x^2+10x-10=4\times 4+10\times 4-10=\underline{46}$.

Pour $x=-6$ :
$A=5x-2=5\times(-6)-2=\underline{-32}$ ;
$B=x^2+2x=(-6)\times(-6)+2\times(-6)=\underline{24}$;
$C=100-x^2=100-(-6)\times(-6)=\underline{64}$ ;
$D=x^2+10x-10=(-6)\times(-6)+10\times(-6)-10=\underline{-34}$.

Exercice10

a. $C=a(50-a)=a\times(50-a)$.

b. Pour $a=-10$, $C=(-10)\times[50-(-10)]=\underline{-600}$ ;
pour $a=10$, $C=10\times[50-10]=\underline{400}$.

Exercice11

Pour $z=2$ :
$A=z(3z+6)=2\times(3\times 2+6)=\underline{24}$ ;
$B=z(1+z^2)=2\times(1+2\times 2)=\underline{10}$ ;
$C=4(z^2+z)=4\times(2\times 2+2)=\underline{24}$ ;
$D=7(10z-z^2)=7\times(10\times 2-2\times 2)=\underline{112}$.

Pour $z=5$ :
$A=z(3z+6)=5\times(3\times 5+6)=\underline{105}$ ;
$B=z(1+z^2)=5\times(1+5\times 5)=\underline{130}$;
$C=4(z^2+z)=4\times(5\times 5+5)=\underline{120}$ ;
$D=7(10z-z^2)=7\times(10\times 5-5\times 5)=\underline{175}$.

Pour $z=-1$ :
$A=z(3z+6)=(-1)\times[3\times(-1)+6]=\underline{-3}$ ;
$B=z(1+z^2)=(-1)\times[1+(-1)\times(-1)]=\underline{-2}$;
$C=4(z^2+z)=4\times[(-1)\times(-1)+(-1)]=\underline{0}$ ;
$D=7(10z-z^2)=7\times[10\times(-1)-(-1)\times(-1)]=\underline{-77}$.

### 2 Apprendre à réduire des expressions littérales

Exercice 12

a. $3a+8a=11a$ ; b. $11x-4x=7x$ ;

c. $5y^2+9y^2=14y^2$ ; d. $7a^2-4a^2=3a^2$ ;

e. $4x+5x+x=10x$ ; f. $6x^2-7x^2+x^2=0$.

Exercice 13

$A=7b-6a+4b=11b-6a$ ; $B=3+4x^2+9x^2=3+13x^2$ ;

$C=4y+5y+6y^2+5y^2=9y+11y^2$ ; $D=8a+7-5a+1=3a+8$ ;

$E=6x^2-5+2+4x^2=10x^2-3$ $F=3z^2+5x+z^2-6x=4z^2-x$.

Exercice 14

$G=4x+5x^2+3x+8+2x^2=7x^2+7x+8$ ;

$H=5a^2+3a-7-9a^2+6=-4a^2+3a-1$ ;

$I=2y+7y^2-6y+1+9y^2-2=16y^2-4y-1$.

Exercice 15

a. $\frac{4}{3}x+\frac{5}{3}x=3x$ ; b. $\frac{8}{9}a-\frac{5}{9}a=\frac{1}{3}a$ ;

c. $\frac{1}{4}b-\frac{1}{8}b=\frac{1}{8}b$ ; d. $\frac{7}{30}z-\frac{4}{15}z+\frac{9}{30}z=\frac{4}{15}z$.

### Exercice 16

$A = \frac{1}{4}y + \frac{1}{3}y = \frac{7}{12}y$ ; $B = \frac{1}{2}x - \frac{1}{6}x = \frac{1}{3}x$ ;

$C = 2a + \frac{3}{2}a = \frac{7}{2}a$ ; $D = b + \frac{2}{3}b = \frac{5}{3}b$ ;

$E = 9z - \frac{1}{2}z - 4z = \frac{9}{2}z$.

### Exercice 17

a. $7x \times x = 7x^2$ ; b. $y \times (-4y) = -4y^2$ ;

c. $6a \times 5 = 30a$ ; d. $-8 \times 2z = -16z$ ;

e. $7t \times 4t = 28t^2$ ; e. $(-5b) \times (-3b) = 15b^2$.

### Exercice 18

a. $.8z \times yz = 8z^2y$ ; b. $a \times (-7ab) = -7a^2b$ ;

c. $9x \times 2y = 18xy$ ; d. $3i \times (-5j) = -15ij$ ;

e. $2xy \times 6x = 12x^2y$ ; f. $(-4ab) \times (-3ab) = 12a^2b^2$.

### Exercice 19

$A = \frac{4}{3}x \times \frac{3}{5}y = \frac{4}{5}xy$ ; $B = \frac{7}{9}x \times 18 = 14x$ ;

$C = -\frac{5}{6}y \times \frac{6}{25}y = -\frac{1}{5}y^2$ ; $D = -\frac{3}{7}y \times \frac{21}{4}y = -\frac{9}{4}y^2$.

### Exercice 20

a. $(4y)^2 = 16y^2$ ; b. $(7x)^2 = 49x^2$ ;

c. $(-5a)^2 = 25a^2$ ; d. $(-b)^2 = b^2$ ;

e. $(3x)^2 \times (5y)^2 = 225x^2y^2$ ; f. $(-2b)^2 \times (-a)^2 = 4b^2a^2$.

### Exercice 21

a. $7x + 4x = 11x$ ; $7 \times 4x = 28x$ ;

$7 + 4x = 7 + 4x$ ; $7x \times 4x = 28x^2$.

b. $-6 + 3x = -6 + 3x$ ; $-6x + 3x = -3x$ ;

$(-6) \times 3x = -18x$ ; $(-6x) \times 3x = -18x^2$.

c. $8x - 10 + 3 \times 4x = 20x - 10$ ; $-5x - 9 \times 2 + 4 \times 3x = 7x - 18$.

## 3 Apprendre à développer et à factoriser

### Exercice 22

a. $3(a+4) = 3a + 12$ ; b. $7(1+x) = 7 + 7x$ ;

c ; $6(y+2) = 6y + 12$ ; d. $a(3+b) = 3a + ab$ ;

e. $x(4+y) = 4x + xy$ ; f. $b(a+b) = ba + b^2$.

### Exercice 23

a. $2(x-5) = 2x - 10$ ; b. $6(3-a) = 18 - 6a$ ;

c. $4(b-7) = 4b - 28$ ; d. $y(5-z) = 5y - yz$ ;

e. $a(6-b) = 6a - ab$ ; f. $z(z-y) = z^2 - zy$.

### Exercice 24

a. $-3(5x+4) = -15x - 12$ ; b. $-7(2a-1) = -14a + 7$ ;

c. $-b(3a+2) = -3ba - 2b$ ; d. $-x(5y-3) = -5xy + 3x$.

### Exercice 25

a. $(x+2)(y+3) = xy + 2y + 3x + 6$ ;

b. $(4+a)(b+1) = 4b + ab + 4 + a$ ;

c. $(5+y)(y+3) = y^2 + 8y + 15$ ;

d. $(8+a)(b+a) = 8b + 8a + ab + a^2$.

### Exercice 26

$A = (a+7)(b-4) = ab + 7b - 4a - 28$ ;

$B = (7-x)(x+1) = -x^2 + 6x + 7$ ;

$C = (a-5)(b-2) = ab - 2a - 5b + 10$ ;

$D = (5-y)(y-8) = -y^2 + 13y - 40$.

### Exercice 27

$E = (2x+1)(3x+4) = 6x^2 + 11x + 4$ ;

$F = (2y+1)(3y-4) = 6y^2 - 5y - 4$ ;

$G = (2a-1)(3a+4) = 6a^2 + 5a - 4$;

$H = (2b-1)(3b-4) = 6b^2 - 11b + 4$.

### Exercice 28

a. $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$ ; b. $(6+a)^2 = 36 + 12a + a^2$ ;

c. $(2+y)^2 = 4 + 4y + y^2$ ; d. $(b+1)^2 = b^2 + 2b + 1$.

### Exercice 29

a. $(a-3)^2 = a^2 - 6a + 9$ ; b. $(5-x)^2 = 25 - 10x + x^2$.

c. $(1-b)^2 = 1 - 2b + b^2$ ; d. $(y-3)^2 = y^2 - 6y + 9$.

### Exercice 30

a. $(x+5)(x-5) = x^2 - 25$ ; b. $(3+a)(3-a) = 9 - a^2$ ;

c. $(b-2)(b+2) = b^2 - 4$; d. $(1-y)(1+y) = 1 - y^2$.

### Exercice 31

a. $8 \times x + 8 \times 3 = 8(x+3)$ ; b. $7 \times y - 7 \times 4 = 7(y-4)$ ;

c. $x \times y + 5 \times x = x(y+5)$ ; d. $x \times x - 1 \times x = x(x-1)$.

### Exercice 32

a. $3x + 3y = 3(x+y)$ ; b. $5a - 5b = 5(a-b)$ ;

c. $7y + xy = y(7+x)$ ; d. $ab - 9b = b(a-9)$.

### Exercice 33

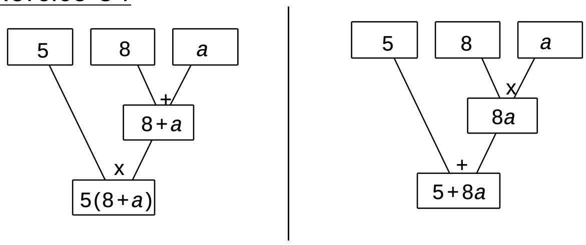
a. $a^2 + 5a = a(a+5)$ ; b. $9x - x^2 = x(9-x)$ ;

c. $2z - z^2 = z(2-z)$; d. $b^2 - 10b = b(b-10)$.

## Activités d'application

### Expressions littérales

#### Exercice 34




#### Exercice 35

a. La somme de 7 et $x$ : $7+x$ ;

b. le produit de 4 et $y$ : $4y$ ;

c. la différence de 7 et $a$ : $7-a$.

#### Exercice 36

a. La somme de 5 et du produit de 7 et $x$ : $5+7x$ ;

b. le produit de 3 et de la somme de 8 et $a$ : $3(8+a)$ ;

c. la différence de 7 et de la somme de $y$ et 1 : $7-(y+1)$ ;

d. le produit de la différence de $b$ et 5 par 4 : $(b-5)\times4$.

#### Exercice 37

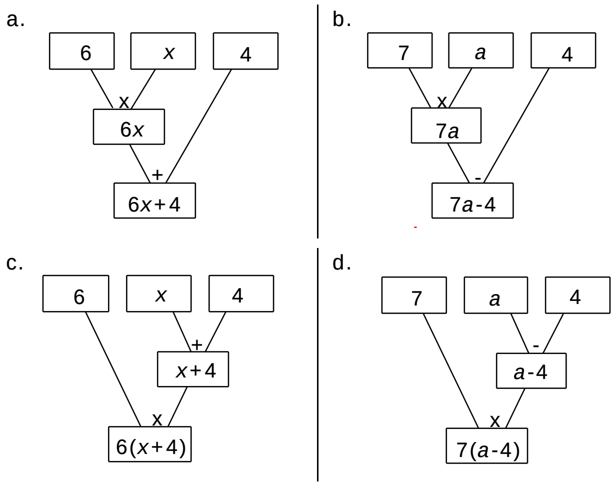
a. $4+(3+a)$ est la somme de 4 et de la somme de 3 et $a$ ;

b. $6(x+4)$ est le produit de 6 et de la somme de $x$ et 4 ;

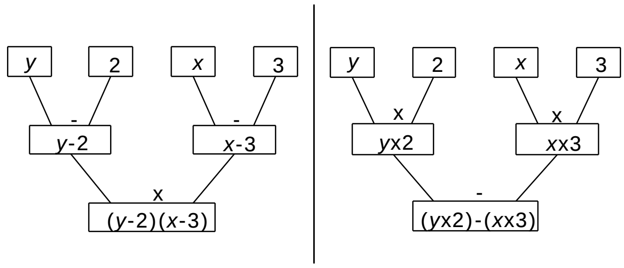
c. $7-8\times b$ est la différence de 7 et du produit de 8 et $b$ ;

d. $7(1-y)$ est le produit de 7 et de la différence de 1 et $y$.

#### Exercice 38

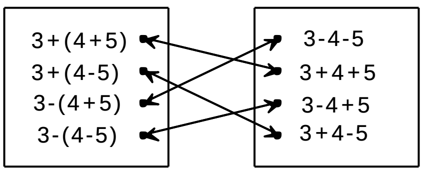



#### Exercice 39




### Suppression de parenthèses

#### Exercice 40




#### Exercice 41

a. $4{,}25+(0{,}75+3)=4{,}25+0{,}75+3=5+3=\underline{8}$ ;

b. $14{,}2-(7+4{,}2)=14{,}2-7-4{,}2=10-7=\underline{3}$ ;

c. $6{,}7+(1-2{,}7)=6{,}7+1-2{,}7=4+1=\underline{5}$ ;

d. $8{,}3-(10-0{,}7)=8{,}3-10+0{,}7=-\underline{1}$.

#### Exercice 42

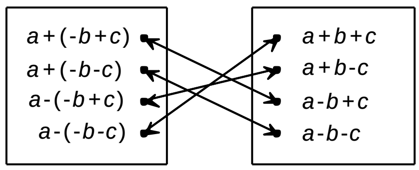
a. $3{,}1-(1{,}1+6)=3{,}1-1{,}1-6=2-6=\underline{-4}$ ;

b. $6{,}75+(3-1{,}75)=6{,}75+3-1{,}75=5+3=\underline{8}$ ;

c. $7{,}2+(9+0{,}8)=7{,}2+9+0{,}8=8+9=\underline{17}$ ;

d. $6{,}9-(0{,}9-5)=6{,}9-0{,}9+5=6+5=\underline{11}$.

#### Exercice 43




#### Exercice 44

$A=6+(-x+y)=6-x+y$ ; $B=-3a+(b-8)=-3a+b-8$ ;

$C=x+(-7+x-z)=x-7+x-z$ ; $D=-9+(-6a-a^2)=-9-6a-a^2$.

#### Exercice 45

$E=5-(-x+y)=5+x-y$ ; $F=-2a-(b-4)=-2a-b+4$ ;

$G=x-(-8+y-z)=x+8-y+z$ ; $H=-4-(a^2-3a)=-4-a^2+3a$.

#### Exercice 46

$I=4a+(-7+3b-c)=4a-7+3b-c$ ;

$J=-9-(-x^2+3x)=-9+x^2-3x$ ;

$K=-5b+2+(-a+3)=-5b+2-a+3$;

$L=-3y-(4x-x^2)=-3y-4x+x^2$.

## Réduction

### Exercice 47

$A=a-a+a-a+a-a=(a-a)+(a-a)+(a-a)=\underline{0}$ ;

$B=a+a+a-a-a-a=(a+a+a)-(a+a+a)=3a-3a=\underline{0}$ ;

$C=a+b-a-b=(a-a)+(b-b)=\underline{0}$.

### Exercice 48

$D=3x+5x+2x-5x-3x=(3x-3x)+(5x-5x)+2x$
$=0x+0x+2x=\underline{2x}$ ;

$E=x+7x-4x-7x+x+4x=(x+x)+(7x-7x)+(4x-4x)$
$=2x+0x+0x=\underline{2x}$ ;

$F=-5x+8x^2+2x-8x^2+5x=(-5x+5x)+(8x^2-8x^2)+2x$
$=0x+0x^2+2x=\underline{2x}$.

### Exercice 49

$G=4x-5x+3x-4x-3x=(4x-4x)+(3x-3x)-5x=\underline{-5x}$ ;

$H=3a-a+2a+a+2a-2a-3a+7a$
$=(3a-3a)+(-a+a)+(2a-2a)+2a+7a=\underline{9a}$ ;

$I=9y^2+5y-9y^2+3y^2-5y=(9y^2-9y^2)+(5y-5y)+3y^2=\underline{3y^2}$.

### Exercice 50

$J=5x-4+(7+6x)=5x-4+7+6x=\underline{11x+3}$ ;

$K=-8a^2+2a+(9a-a^2)=-8a^2+2a+9a-a^2=\underline{-9a^2+11a}$ ;

$L=7-4c-(8-5c)+(1-2c)=7-4c-8+5c+1-2c=\underline{-c}$.

### Exercice 51

$M=(x^2+6x-4)-(5x-x^2+4)=x^2+6x-4-5x+x^2-4$
$=2x^2+x-8$ ;

$N=3a^2-(2a-7)-(-a^2+5a-6)=3a^2-2a+7+a^2-5a+6$
$=4a^2-7a+13$ ;

$O=-(y^2+2-3y)+(2y^2-3y+1)=-y^2-2+3y+2y^2-3y+1$
$=y^2-1$.

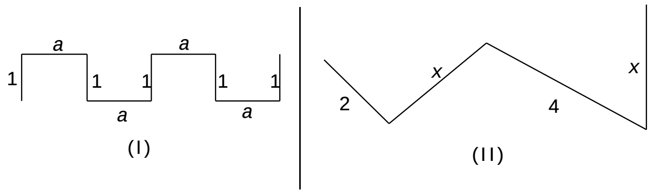
### Exercice 52

Les trois expressions égales à $x+y$ sont :

$P=(x+5)-(5-y)$ , $S=(x-5)-(-y-5)$ , $U=(-5+y)-(-5-x)$.

[$Q=x-(-5+y)-5=x-y$]
[$R=x-(-y+5)-5=x+y-10$]
[$T=-(5-x)+5-y=x-y$]

### Exercice 53

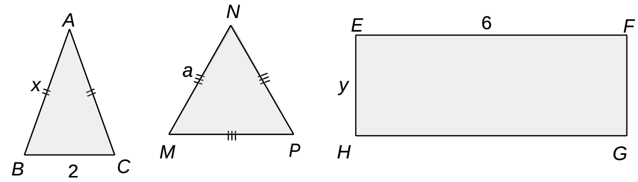



1. Longueur de la ligne brisée (I) : $\underline{4a+5}$ ;
longueur de la ligne brisée (II) : $\underline{2x+6}$.

2. Lorsque $a=3$ et $x=6$ :
- la longueur de la ligne brisée (I) est égale à $\underline{17 \text{ cm}}$,
- la longueur de la ligne brisée (II) est égale à $\underline{18 \text{ cm}}$ ;

lorsque $a=6$ et $x=15$ :
- la longueur de la ligne brisée (I) est égale à $\underline{29 \text{ cm}}$,
- la longueur de la ligne brisée (II) est égale à $\underline{36 \text{ cm}}$.

### Exercice 54




1. Périmètre
- du triangle isocèle $ABC$ : $\underline{2x+2}$,
- du triangle équilatéral $MNP$ : $\underline{3a}$,
- du quadrilatère $EFGH$ : $\underline{2y+12}$.

2. Lorsque $x=6$, $a=4$ et $y=2$
- le périmètre de $ABC$ est égal à $\underline{14 \text{ cm}}$,
- le périmètre de $MNP$ est égal à $\underline{12 \text{ cm}}$,
- le périmètre de $EFGH$ est égal à $\underline{16 \text{ cm}}$.

### Exercice 55

1. Soit $A=4+(-3x+7)-(-2x+11)$.

a. Pour $x=5$, $A=-5$ ;

b. pour $x=-2$, $A=2$ ;

c. pour $x=10$, $A=-10$.

2. On remarque que, dans les trois cas, $A$ est égal à $-x$.
Justification : $A=4-3x+7+2x-11=-x$.

## Simple distributivité

### Exercice 56

1.a. $5(100-2)=5\times100-5\times2$.

b. $5\times98=5(100-2)=500-10=\underline{490}$.

2.a. $7\times95=7(100-5)=7\times100-7\times5=700-35=\underline{665}$ ;

b. $199\times4=(200-1)4=200\times4-1\times4=800-4=\underline{796}$ ;

c. $12\times999=12(1\ 000-1)=12\times1\ 000-12\times1$
$=12\ 000-12=\underline{11\ 988}$.

### Exercice 57

$x(y-z)=xy-xz$ [① ↔ ⑥] ;

$xz-xy=x(z-y)$ [② ↔ ⑤] ;

$x(y+z)=xy+xz$ [③ ↔ ④].

### Exercice 58

$A=x(5x+7)=x\times5x+x\times7=\underline{5x^2+7x}$ ;

$B=a(1+6a)=a\times1+a\times6a=\underline{a+6a^2}$ ;

$C=10y(y+3)=10y\times y+10y\times3=\underline{10y^2+30y}$ ;

$D=6b(1+b)=6b\times1+6b\times b=\underline{6b+6b^2}$ ;

$E=3z(4z+5)=3z\times4z+3z\times5=\underline{12z^2+15z}$ ;

$F=8c(3+5c)=8c\times3+8c\times5c=\underline{24c+40c^2}$.

## Exercice 59

$G=a(3a-8)=a\times 3a-a\times 8=\underline{3a^2-8a}$ ;

$H=t(4-2t)=t\times 4-t\times 2t=\underline{4t-2t^2}$ ;

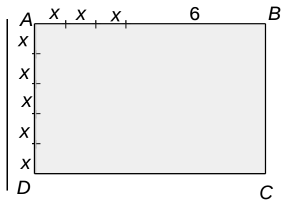
$I=5x(x-1)=5x\times x+5x\times 1=\underline{5x^2-5x}$ ;

$J=7u(2-u)=7u\times 2-7u\times u=\underline{14u-7u^2}$ ;

$K=8y(10y-3)=8y\times 10y-8y\times 3=\underline{80y^2-24y}$ ;

$L=6v(2-3v)=6v\times 2-6v\times 3v=\underline{12v-18v^2}$.

## Exercice 60




1. $AB=\underline{3x+6}$ et $AD=\underline{5x}$.

2. Aire du rectangle $ABCD$ :

$5x(3x+6)=\underline{15x^2+30}$.

3. Pour $x=2$ cm, l'aire est égale à $5\times 2(3\times 2+6)=\underline{120\text{ cm}^2}$ ; pour $x=4$ cm, l'aire est égale à : $5\times 4(3\times 4+6)=\underline{360\text{ cm}^2}$.

## Exercice 61

$M=x(2x+5)+3(x-2)=2x^2+5x+3x-6=\underline{2x^2+8x-6}$ ;

$N=4a(1-a)+a(3a+5)=4a-4a^2+3a^2+5a=\underline{-a^2+9a}$ ;

$O=6y(8-2y)-y(2-12y)=48y-12y^2-2y+12y^2=\underline{46y}$.

## Exercice 62

$P=\frac{7}{3}(x-3)-\frac{4}{3}(x-6)=\left(\frac{7}{3}-\frac{4}{3}\right)x-\frac{7}{3}\times 3+\frac{4}{3}\times 6=\underline{x+1}$ ;

$Q=\frac{x}{10}\left(1-\frac{x}{10}\right)+\frac{x^2}{100}=\frac{x}{10}\times 1-\frac{x}{10}\times\frac{x}{10}+\frac{x^2}{100}=\underline{\frac{x}{10}}$.

## Exercice 63

$R=5(x-y)+5(x+y)=5x-5y+5x+5y=10x$.

Donc, pour $x=-\frac{1}{10}$ et $y=\frac{7{,}5}{4}$, $R=10\times\frac{-1}{10}=\underline{-1}$.

## Exercice 64

$S=6x^2+9x=\underline{3x(x+3)}$ ;

$T=4a+12a^2=\underline{4a(1+3a)}$ ;

$U=15y^2-5y=\underline{5y(3y-1)}$ ;

$V=8b-14b^2=\underline{2b(4-7b)}$ ;

$W=10x^2+5xy+15x=\underline{5x(2x+y+3)}$ ;

$X=6a-18a^2+3ab=\underline{3a(2-6a+b)}$.

# Double distributivité

## Exercice 65

1.a. $(10+2)(20+3)=200+30+40+6$.

b. $12\times 23=(10+2)(20+3)=\underline{276}$.

2.a. $(10+5)(100-1)=1\,000-10+500-5$.

b. $15\times 99=(10+5)(100-1)=\underline{1\,485}$.

## Exercice 66

a. $13\times 41=(10+3)(40+1)=400+10+120+3=\underline{533}$ ;

b. $21\times 105=(20+1)(100+5)=2\,000+100+100+5=\underline{2\,205}$ ;

c. $110\times 201=(100+10)(200+1)$
$=20\,000+100+2\,000+10=\underline{22\,110}$ ;

d. $31\times 95=(30+1)(100-5)=3\,000-150+100-5=\underline{2\,945}$ ;

e. $199\times 102=(200-1)(100+2)$
$=20\,000+400-100-2=\underline{20\,298}$ ;

f. $98\times 999=(100-2)(1\,000-1)$
$=100\,000-100-2\,000+2=\underline{97\,902}$.

## Exercice 67

1. $E=(x+2)(x-1)-x^2=x^2+2x-x-2-x^2=x-2$.

2. Pour $x=3\,000$, $E=3\,002\times 2\,999-3\,000^2=3\,000-2=\underline{2\,998}$.

## Exercice 68

$(x+3)(y+2)=xy+3y+2x+6$ [③↔⑥]

$(x-3)(y-2)=xy-3y-2x+6$ [②↔⑦]

$(x+3)(y-2)=xy+3y-2x-6$ [⑧↔①]

$(x-3)(y+2)=xy-3y+2x-6$ [⑤↔④]

## Exercice 69

1. $A=(3x-5)(4+x)=12x+3x^2-20-5x=3x^2+7x-20$.

2. Test de la réponse pour $x=1$ :
$(3x-5)(4+x)=(3-5)(4+1)=-10$,
$3x^2+7x-20=3+7-20=-10$,
les deux expressions prennent la même valeur en 1.

3.a. Lorsque le test donne deux valeurs différentes, on en déduit que l'expression développée et réduite est incorrecte.

b. Lorsque le test donne les mêmes valeurs, il n'est pas certain que l'expression développée et réduite est correcte.

## Exercice 70

1.a. $A=(5x+2)(2x+1)=10x^2+4x+5x+2=10x^2+9x+2$.
b. Test de la réponse pour $x=0$ : $(5x+2)(2x+1)=2$,
$10x^2+9x+2=2$,
les deux expressions prennent la même valeur en 0.

2. $B=(3x+1)(x+5)=3x^2+15x+x+5=\underline{3x^2+16+5}$ ;
test de la réponse pour $x=1$ : $(3x+1)(x+5)=24$,
$3x^2+16+5=24$;

$C=(x+3)(1+2x)=x+2x^2+3+6x=\underline{2x^2+7x+3}$ ;
test de la réponse pour $x=1$ : $(x+3)(1+2x)=12$,
$2x^2+7x+3=12$ ;

$D=(2x+4)(3+x)=6x+2x^2+12+4x=\underline{2x^2+10x+12}$ ;
test de la réponse pour $x=1$ : $(2x+4)(3+x)=24$,
$2x^2+10x+12=24$ ;

$E=(7+x)(8+9x)=56+63x+8x+9x^2=\underline{9x^2+71x+56}$ ;
test de la réponse pour $x=1$ : $(7+x)(8+9x)=136$,
$9x^2+71x+56=136$ ;

$F=(5x+2)(2x+3)=10x^2+15x+4x+6=\underline{10x^2+19x+6}$ ;
test de la réponse pour $x=1$ : $(5x+2)(2x+3)=35$,
$10x^2+19x+6=35$ ;

$G=(6x+1)(2+7x)=12x+42x^2+2+7x=\underline{42x^2+19x+2}$ ;
test de la réponse pour $x=1$ : $(6x+1)(2+7x)=63$,
$42x^2+19x+2=63$.

## Exercice 71

$H=(2x+3)(x-4)=2x^2-8x+3x-12=\underline{2x^2-5x-12}$ ;
test de la réponse pour $x=0$ : $(2x+3)(x-4)=-12$, $2x^2-5x-12=-12$ ;
test de la réponse pour $x=1$ : $(2x+3)(x-4)=-15$, $2x^2-5x-12=-15$ ;

$I=(x-2)(3x+6)=3x^2+6x-6x-12=\underline{3x^2-12}$ ;
test de la réponse pour $x=0$ : $(x-2)(3x+6)=-12$, $3x^2-12=-12$;
test de la réponse pour $x=1$ : $(x-2)(3x+6)=-9$, $3x^2-12=-9$ ;

$J=(5x+3)(7-x)=35x-5x^2+21-3x=\underline{-5x^2+32x+21}$ ;
test de la réponse pour $x=0$ : $(5x+3)(7-x)=21$, $-5x^2+32x+21=21$ ;
test de la réponse pour $x=1$ : $(5x+3)(7-x)=48$, $-5x^2+32x+21=48$ ;

$K=(7x-1)(x-3)=7x^2-21x-x+3=\underline{7x^2-22x+3}$ ;
test de la réponse pour $x=0$ : $(7x-1)(x-3)=3$, $7x^2-22x+3=3$ ;
test de la réponse pour $x=1$ : $(7x-1)(x-3)=-12$, $7x^2-22x+3=-12$ ;

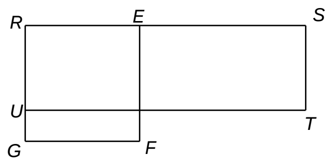
$L=(4x-3)(6x-1)=24x^2-4x-18x+3=\underline{24x^2-22x+3}$ ;
test de la réponse pour $x=0$ : $(4x-3)(6x-1)=3$, $24x^2-22x+3=3$ ;
test de la réponse pour $x=1$ : $(4x-3)(6x-1)=5$, $24x^2-22x+3=5$ ;

$M=(8x-2)(6-3x)=48x-24x^2-12+6x=\underline{-24x^2+54x-12}$ ;
test de la réponse pour $x=0$ : $(8x-2)(6-3x)=-12$, $-24x^2+54x-12=-12$ ;
test de la réponse pour $x=1$ : $(8x-2)(6-3x)=18$, $-24x^2+54x-12=18$ ;

$N=(2x-7)(1-5x)=2x-10x^2-7+35x=\underline{-10x^2+37x-7}$ ;
test de la réponse pour $x=0$ : $(2x-7)(1-5x)=-7$, $-10x^2+37x-7=-7$ ;
test de la réponse pour $x=1$ : $(2x-7)(1-5x)=20$, $-10x^2+37x-7=20$ ;

$O=(7x-8)(2-3x)=14x-21x^2-16+24x=\underline{-21x^2+38x-16}$ ;
test de la réponse pour $x=0$ : $(7x-8)(2-3x)=-16$, $-21x^2+38x-16=-16$ ;
test de la réponse pour $x=1$ : $(7x-8)(2-3x)=1$, $-21x^2+38x-16=1$.

## Exercice 72




*REFG* carré de côté $x>2$
*RSTU* rectangle
$ES=6$ cm et $UG=2$ cm

1.a. Aire du carré *REFG* :
$A_1=x^2$ ;

b. Aire du rectangle *RSTU* :
$A_2=(x+6)(x-2)$
$=x^2-2x+6x-12$
$=x^2+4x-12$.

2. Pour $x=3$ :
$A_1=9$ et $A_2=9+12-12=9$.

# Identités remarquables

## Exercice 73

1.a. $(30+1)^2=900+60+1$.

b. Donc : $31^2=(30+1)^2=\underline{961}$.

2.a. $(50+4)(50-4)=2\,500-16$.

b. Donc : $54\times46=(50+4)(50-4)=\underline{2\,484}$.

## Exercice 74

a. $43^2=(40+3)^2=1\,600+240+9=\underline{1\,849}$ ;

b. $71^2=(70+1)^2=4\,900+140+1=\underline{5\,041}$ ;

c. $106^2=(100+6)^2=10\,000+1\,200+36=\underline{11\,236}$ ;

d. $48^2=(50-2)^2=2\,500-200+4=\underline{2\,304}$ ;

e. $95^2=(100-5)^2=10\,000-1\,000+25=\underline{9\,025}$ ;

f. $990^2=(1\,000-10)^2=1\,000\,000-20\,000+100=\underline{980\,100}$ ;

g. $32\times28=(30+2)(30-2)=900-4=\underline{896}$ ;

h. $97\times103=(100-3)(100+3)=10\,000-9=\underline{9\,991}$ ;

i. $1\,010\times990=(1\,000+10)(1\,000-10)=1\,000\,000-100=\underline{999\,900}$.

## Exercice 75

$A=(5x+3)^2=\underline{25x^2+30x+9}$ ;

$B=(3a+2)^2=\underline{9a^2+12a+4}$ ;

$C=(1+7y)^2=\underline{1+14y+49y^2}$ ;

$D=(3+8b)^2=\underline{9+48b+64b^2}$.

## Exercice 76

$E=(2a-5)^2=\underline{4a^2-20a+25}$ ;

$F=(4x-1)^2=\underline{16x^2-8x+1}$ ;

$G=(6-7b)^2=\underline{36-84b+49b^2}$ ;

$H=(1-5y)^2=\underline{1-10y+25y^2}$.

## Exercice 77

a. $(6x+\underline{2})^2=\underline{36x^2}+\underline{24x}+4$ ;

b. $(\underline{a}+2)^2=a^2+\underline{4a}+\underline{4}$ ;

c. $(2b-\underline{4})^2=\underline{4b^2}-\underline{16b}+16$ ;

d. $(4-\underline{3y})^2=\underline{16}-\underline{24y}+9y^2$.

## Exercice 78

$I=(6x+1)(6x-1)=\underline{36x^2-1}$ ;

$J=(4a-3)(4a+3)=\underline{16a^2-9}$ ;

$K=(3+7y)(3-7y)=\underline{9-49y^2}$ ;

$L=(2-5b)(5b+2)=\underline{4-25b^2}$.

## Exercice 79

a. $(5x+\underline{6})(\underline{5x}-\underline{6})=\underline{25x^2}-36$ ;

b. $(\underline{b}+\underline{8})(\underline{b}-8)=b^2-\underline{64}$ ;

c. $(\underline{7y}+1)(\underline{7y}-\underline{1})=49y^2-\underline{1}$.

## Bien comprendre, mieux rédiger

### Exercice 80 **« Développées » ou « factorisées »**

1.

| Expressions factorisées | Expressions développées |
|---|---|
| $(x+4)^2$ | $x^2-4x$ |
| $(x+4)(x-4)$ | $x^2-8x+16$ |
| $4(x-4)$ | $x^2+8x+16$ |
| $(x-4)^2$ | $x^2-16$ |
| $x(x-4)$ | $4x-16$ |

2. Ces expressions « vont par deux » :

$(x+4)^2=x^2+8x+16$ ; $(x-4)^2=x^2-8x+16$ ;

$4(x-4)=4x-16$ ; $x(x-4)=x^2-4x$ $(x+4)(x-4)=x^2-16$.

### Exercice 81 **Contrôler des réponses**

Azah : $(2x+1)(x+4)=11x+4$ ;
Marie : $(2x+1)(x+4)=2x^2+8x+6$ ;
Dahirou : $(2x+1)(x+4)=2x^2+9x+4$.

1. Les réponses ne sont pas identiques.

2. Pour $x=1$ :

a. $(2x+1)(x+4)=15$.

b. $11x+4=15$ ; $2x^2+8x+6=16$ ; $2x^2+9x+4=15$.

c. *Constat* : la réponse de Marie est incorrecte.

3.a. Pour $x=2$ :
$(2x+1)(x+4)=30$ ;
$11x+4=26$ ; $2x^2+8x+6=30$ ; $2x^2+9x+4=30$.
*Constat* : la réponse d'Azah est incorrecte.

b. Pour $x=3$ :
$(2x+1)(x+4)=49$ ;
$11x+4=37$ ; $2x^2+8x+6=48$ ; $2x^2+9x+4=49$.
*Constat* : les réponses d'Azah et Marie sont incorrectes.

4. Finalement :

a. deux élèves se sont trompés : Azah et Marie.

b. un élève a trouvé la bonne réponse : <u>Dahirou</u>.

### Exercice 82 **Gérer les signes « - »**

$$3-2y(y+4)=3-2y\times y\underline{+2y}\times 4$$

1. Correction : $3-2y(y+4)=3-2y\times y-\underline{2y}\times 4=3-2y^2\underline{-8y}$.

2.a. $5x-6x(x+2)=5x-6x^2-12x=-6x^2-7x$
(la réponse donnée est correcte) ;

b. $10x^2-3x(5x-3)=10x^2-15x^2+9x=-5x^2+9x$
(la réponse donnée est correcte) ;

c. $3-4(x-7)-3x(x-2)=3-4x+28-3x^2+6x=-3x^2+2x+31$
(la réponse donnée est incorrecte) ;

d. $2-(x+4)(x+1)=2-x^2-x-4x-4=-x^2-5x-2$
(la réponse donnée est correcte) ;

### Exercice 83 **Toujours les signes « - »**

$$4x-1-5x-5x=4x-1$$

1. Daniel n'a pas tenu compte de l'un des signes moins devant l'un des $5x$.

2. $4x-1-5x-5x=\underline{-6x-1}$.

### Exercice 84 **Signe de *a*, signe de –*a***

1.a. $-a=(-1)\times a$.
b. Si $a=5$ alors $-a=-5$ ; si $a=8$ alors $-a=-8$ ;
si $a=-3$ alors $-a=3$ ; si $a=-10$ alors $-a=10$.

2.a. $-a$ n'est pas toujours négatif :
si $a$ est positif alors $-a$ est négatif,
si $a$ est négatif alors $-a$ est positif.

b. $a$ n'est pas toujours positif.

3. Pour $a=8$,
$A=-a+5=-3$ $B=(-a+4)(-a+7)=4$ ;

pour $a=-6$,
$A=-a+5=11$ $B=(-a+4)(-a+7)=130$.

### Exercice 85 **$(3x)^2$ ou $3x^2$**

1.a. $3\times x\times 3\times x=(3x)^2$. b. $3\times x\times x=3x^2$.

2. $(3x+5)^2=(3x)^2+2\times 3x\times 5+5^2$
$=\underline{9}x^2+30x+25$ [et non $\underline{3}x^2+30x+25$]

3. $-2\times 2x^2=-4x^2$ ; $(4x)^2=16x^2$ $(-5x)^2=25x^2$ ;
$3\times 7x^2=21x^2$ $-(6x)^2=-36x^2$.

### Exercice 86 **Double produit**

1.

| $a$ | $b$ | $a^2$ | $b^2$ | $a^2+b^2$ | $a+b$ | $(a+b)^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 1 | 4 | 5 | 3 | 9 |
| 3 | 5 | 9 | 25 | 34 | 8 | 64 |

2.a. $a^2+b^2=(a+b)^2$ est une égalité fausse.

b. Il faut ajouter $2ab$ à $a^2+b^2$ pour obtenir $(a+b)^2$.

### Exercice 87 **Choisir la bonne expression**

1. Pour $x=6$ ;
- en ajoutant 1 au triple de 6, on obtient : $3\times 6+1=19$,
- en calculant le carré de 19, on obtient $19^2=361$,
- en retranchant 4, on obtient $361-4=$ *357*.

2. $x\to 3x+1\to(3x+1)^2\to\underline{(3x+1)^2-4}$.

## Exercices d'approfondissement

### Exercice 88 **Bien s'exprimer**

| | | |
|---|---|---|
| 1. Double produit | ↔ | $2xy$ |
| Carré de la somme | ↔ | $(x+y)^2$ |
| Somme des carrés | ↔ | $x^2+y^2$ |
| Carré du produit | ↔ | $(xy)^2$ |
| Double de la somme des carrés | ↔ | $2(x^2+y^2)$ |
| Double du carré de la somme | ↔ | $2(x+y)^2$ |

| | |
|---|---|
| 2. *Le double du produit de deux nombres ajouté à la somme de leurs carrés est égal au carré de leur somme.* | $2ab+a^2+b^2 = (a+b)^2$ <br> (identité remarquable) |
| *Le double de la somme des carrés de deux nombres est égal au carré de leur somme augmenté du carré de leur différence.* | $2(a+b)^2 = (a+b)^2 + (a-b)^2$ <br> $=a^2\cancel{+2ab}+b^2+a^2\cancel{-2ab}+b^2$ <br> (identités remarquables) |

### Exercice 89 **Méli Mélo**

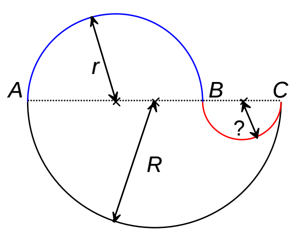
$A=2x(5x+3)+(4x+1)(3x+7)$
$=10x^2+6x+12x^2+28x+3x+7$
$=22x^2+37x+7$ ;

$B=(5a+1)(6a-2)-(a^2+5a-1)$
$=30a^2-10a+6a-2-a^2-5a+1$
$=29a^2-9a-1$ ;

$C=(y+7)^2-(2y-3)(2y+3)$
$=y^2+14y+49-4y^2+9$
$=-3y^2+14y+58$ ;

$D=b+4-(6b-2)^2+(3b-5)$
$=b+4-36b^2+24b-4+3b-5$
$=-36b^2+28b-5$.

### Exercice 90 **Plus court chemin**




1. Longueur du demi-cercle (noir) de rayon $R$ : $\pi R$ ; longueur du demi-cercle (bleu) de rayon $r$ : $\pi r$.

2.a. $AC=2R$ et $AB=2r$ ; $BC=2R-2r=2(R-r)$ ; donc le rayon du 3e demi-cercle (rouge) est égal à $R-r$.
b. On en déduit que la longueur du 3e demi-cercle (rouge) est égale à : $\pi (R-r)$ ;

3. $\pi r + \pi (R-r) = \pi r + \pi R - \pi r = \pi R$ ; donc la longueur du demi-cercle (noir) de rayon $R$ est égale à la somme des longueurs des deux autres demi-cercles.

### Exercice 91 **Avec des fractions (1)**

$E=\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}+\frac{3}{2}x+\frac{5}{3}=\underline{2x+\frac{7}{3}}$ ;

$F=\frac{3}{4}a^2+\frac{3}{5}a+\frac{5}{8}+\frac{7}{4}a^2-\frac{2}{5}a-\frac{3}{8}=\underline{\frac{5}{2}a^2+\frac{1}{5}a+\frac{1}{4}}$ ;

$G=\frac{1}{2}y+\frac{7}{3}+\frac{3}{4}y+\frac{2}{5}=\underline{\frac{5}{4}y+\frac{41}{15}}$ ;

$H=\frac{3}{4}b^2-\frac{2}{5}b+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}b^2-\frac{1}{10}b-\frac{1}{9}=\underline{\frac{13}{12}b^2-\frac{1}{2}b+\frac{2}{9}}$.

### Exercice 92 **Avec des fractions (2)**

$I=\frac{1}{3}x\left(x+\frac{5}{4}\right)=\underline{\frac{1}{3}x^2+\frac{5}{12}}$ ;

$J=\frac{3}{2}y\left(\frac{1}{5}-\frac{9}{7}y\right)=\underline{\frac{3}{10}y-\frac{27}{14}y^2}$ ;

$K=\left(\frac{5}{4}a+\frac{1}{12}\right)\left(\frac{1}{3}+a\right)=\underline{\frac{5}{4}a^2+\frac{1}{2}a+\frac{1}{36}}$ ;

$L=\left(\frac{3}{2}b+\frac{1}{5}\right)^2=\underline{\frac{9}{4}b^2+\frac{3}{5}b+\frac{1}{25}}$ ;

$M=\left(\frac{2}{7}u-\frac{1}{2}\right)^2=\underline{\frac{4}{49}u^2-\frac{2}{7}u+\frac{1}{4}}$ ;

$N=\left(\frac{4}{3}v+\frac{3}{5}\right)\left(\frac{1}{2}v+\frac{1}{2}\right)=\underline{\frac{2}{3}v^2+\frac{29}{30}v+\frac{3}{10}}$.

### Exercice 93 **Magie ou pas magie**

1. Pour Walter qui a 23 ans :
$(23+2)\times(23-2)+5-23^2=25\times21+5-529=525+5-529=1$.

Pour Catherine qui a 16 ans :
$(16+2)\times(16-2)+5-16^2=18\times14+5-256=252+5-256=1$.

2. Pour une personne dont l'âge est $x$ ans :
$(x+2)(x-2)+5-x^2=x^2-4+5-x^2=1$.

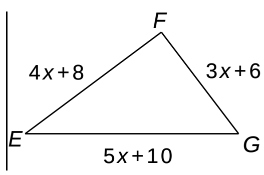
### Exercice 94 **Bon souvenir de Pythagore**

Le triangle $EFG$ est rectangle en $F$ car :

$EF^2=(4x+8)^2=16x^2+64x+64$

$FG^2=(3x+6)^2=9x^2+36x+36$

$EG^2=(5x+10)^2=25x^2+100x+100$




donc: $EF^2+FG^2=EG^2$.

### Exercice 95 **Nombres consécutifs**

1.a. L'entier successeur de $n$ se note :
$n+1$.
b. L'entier successeur du successeur de n se note :
$(n+1)+1=n+2$.

2.a. La somme de ces trois nombres est égale à :
$n+(n+1)+(n+2)=3n+3$.
b. Cette somme est un multiple de 3 : $\underline{3(n+1)}$.

3. La somme de quatre entiers consécutifs, qui peut se noter $n+(n+1)+(n+2)+(n+3)=4n+6$, n'est pas un multiple de 4.

## Activités d'intégration

### Exercice 88 **Le carreleur**

1.a. La surface à carreler en blanc est un carré.

b. La longueur d'un côté de cette surface est égale à $\underline{x-2}$.

2.a. Aire totale d'une pièce : $\underline{x^2}$.

b. Aire de la surface à carreler en rouge : $x^2-(x-2)^2=x^2-(x^2-4x+4)=\underline{4x-4}$.

3. Pour un bâtiment composé de :
- deux pièces de 10 m de côté,
- deux pièces de 12 m de côté,
- une pièce de 15 m de côté,

| Pièces de côté | 10 m | 12 m | 15 m | TOTAL |
|---|---|---|---|---|
| Aire de la surface à carreler en blanc (en m²) | 128 [$8^2\times2$] | 200 [$10^2\times2$] | 169 [$13^2$] | 497 |
| Aire de la surface à carreler en rouge (en m²) | 72 [$(4\times10-4)\times2$] | 88 [$(4\times12-4)\times2$] | 56 [$4\times15-4$] | 216 |

### Exercice 89 **Le bon prix**

1.a. Nouveau prix d'une minute de communication : $25-x$ ;

b. nombre de nouveaux clients dans une journée : $2x$ ;

c. nombre total de clients dans une journée : $2x+40$ ;

d. nombre total de minutes téléphonées dans une journée : $(2x+40)\times10$ ;

e. recette journalière : $(25-x)\times(2x+40)\times10$.

2. $(25-x)\times(2x+40)\times10=(50x+1\,000-2x^2-40x)\times10=\underline{10\,000+100x-20x^2}$.

3.

| $x$ | Recette journalière (en F CFA) |
|---|---|
| 0 | 10 000 |
| 1 | 10 080 |
| 2 | 10 120 |
| 3 | 10 120 |
| 4 | 10 080 |
| 5 | 10 000 |
| 6 | 9 880 |

4. Nouveaux tarifs à suggérer à Maria : <u>27 F CFA</u> ou <u>28 F CFA</u>.

| Activités de découverte | Cours Méthodes et savoir-faire | Application | Bien comprendre Mieux rédiger | Approfondissement |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Egalité et opérations [1 p 142] | 22, 23, 24 | | |
| 2 | Equations du premier à une inconnue [2 p 142] | 25, 26, 27 | 52 | |
| 3 | Résolution des équations [3 p 142] | 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34 | 53 | 60, 61, 62, 63, |
| | **Apprendre à résoudre un problème par une équation [1 p 144]** | **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10** | 54, 55 | 64, 65, 66, 69, 70 |
| 4 | Symboles d'inégalité [4 p 143] | 45, 46, 47, 48 | 58, 59 | |
| 5 | Inégalité : ordre et opérations [5 p 143] | 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44 | 57 | 67, 68 |
| 6 | Inéquations à une inconnue [6 p 142] | 49, 50, 51 | 56 | 71 |
| | **Apprendre à trouver des solutions d'une inéquation [2 p 145]** | **11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21** | | |

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

## Activités de découverte

### Pour démarrer **Les jeunes lions**

1. Distance parcourue le 1er jour : $\frac{88-26}{2}=\underline{31\text{ km}}$ ; distance parcourue 2e jour : $31+26=\underline{57\text{ km}}$.

2. Si la distance parcourue le 1er jour est de $x$ km, celle parcourue le 2e jour est de $(x+17{,}5)$ km
celle parcourue le 3e jour est de $(x-8)$ km ;

donc : $x+(x+17{,}5)+(x-8)=3x+9{,}5=66{,}5$ ; d'où : $x=\frac{66{,}5-9{,}5}{3}=19$ ;

on en déduit que : les lions ont parcouru le 1er jour $\underline{19\text{ km}}$ ;
les lions ont parcouru le 2er jour $19+17{,}5=\underline{36{,}5\text{ km}}$ ;
les lions ont parcouru le 3e jour $19-8=\underline{11\text{ km}}$.

### 1 **L'équilibre est-il conservé ?**

1. Lorsque la balance est en équilibre, les masses $a$ (d'un cube) et $b$ (d'une boule) sont égales : $a=b$.

2. En ajoutant sur chacun des plateaux une pyramide de masse $c$, la balance reste en équilibre : $a+c=b+c$.

3. En remplaçant les pyramides par 4 cubes (où il y en a déjà un) et 4 boules (où il y en a déjà une), la balance est toujours en équilibre : $5a=5b$.

**Application** : ① lorsque $4x+5=x+11$, on aussi $(4x+5)+3=(x+11)+3$, c'est-à-dire : $4x+8=x+14$ ;

② lorsque $5x=6$, on aussi $7\times5x=7\times6$, c'est-à-dire : $35x=42$ ;

③ lorsque $3x+4=x+9$, on aussi $3x+4-x=x+9-x$, c'est-à-dire : $2x+4=9$ ;

④ lorsque $6x=15$, on aussi $\frac{1}{3}\times6x=\frac{1}{3}\times15$, c'est-à-dire : $2x=5$.

### 2 **Equation et méthode du test**

1.a. Masse posée sur le plateau A : $3m$ ; masse posée sur le plateau B : $m+500$.

b. Lorsque la balance est en équilibre, on a : $3m=m+500$.

2.a.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Masse $m$ (en g) d'un flacon | 80 | 150 | 200 | 250 | 300 |
| Masse sur le plateau A (en g) | 240 | 450 | 600 | 750 | 900 |
| Masse sur le plateau B (en g) | 580 | 650 | 700 | 750 | 800 |

b. L'égalité écrite précédemment est vraie pour $m=250$.

On en déduit que la masse d'un flacon est égale à $\underline{250\text{ g}}$.

## 3 **Résoudre une équation (du premier degré à une inconnue)**

1. Equation traduisant l'équilibre de la balance de départ : $3x+20=x+90$ (i).

2.a. A l'étape 1, Sonia a enlevé une balle de chaque plateau de la balance.

b. Nouvelle équation traduisant le nouvel équilibre de la balance : $2x+20=90$.

3.a. A l'étape 2, Sonia a enlevé 20 g de chaque plateau de la balance.

b. Nouvelle équation traduisant le nouvel équilibre de la balance : $2x=70$.

4.a. A l'étape 3, pour trouver la masse d'une seule balle, Sonia a divisé par deux la masse du plateau de droite.

b. La masse d'une balle est : $x=\dfrac{70}{2}=35$ g.

5. Test (*recommandable après toute résolution d'équation*) :
$3\times35+20=125$ et $35+90=125$ ; donc l'équation de départ (i) est bien vérifiée pour $x=35$.

## 4 **Des boxeurs de masses inégales**

| Moyens | Mi-lourds | Lourds | Super-lourds |
|---|---|---|---|
| $69\text{ kg}<p\leq75\text{ kg}$ | $75\text{ kg}<p\leq81\text{ kg}$ | $81\text{ kg}<p\leq91\text{ kg}$ | $91\text{ kg}<p$ |

1. Dans le tableau ci-dessus, la lettre $p$ désigne le poids d'un boxeur.

2. Ali, qui pèse 79,250 kg, appartient à la catégorie des mi-lourds ;
Malik, qui pèse 79,250+2,120=81,370 kg, appartient à la catégorie des lourds ;
ces deux boxeurs, qui n'appartiennent pas à la même catégorie, ne peuvent pas combattre ensemble.

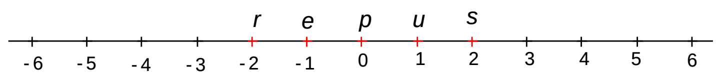
3.a. Noah, qui pèse exactement 91 kg, appartient à la catégorie des lourds.

b. Joseph, qui pèse exactement 69 kg, n'appartient pas à la catégorie des moyens ;
Achille, qui pèse 69,100 kg, appartient à cette catégorie des moyens ;
donc ces deux boxeurs (dont le poids ne diffère que de 0,100 kg) ne peuvent pas combattre ensemble.

## 5 **Ordre conservé ou ordre inversé**

1.a. Ordre croissant :
-2 < -1 < 0 < 1 < 2.

b.

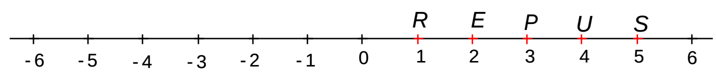



c. On lit le mot : « *repus* ».

2. **Consigne ① : Ajouter 3 à chacun des nombres 0, 1, 2, -1 et -2**

a. On obtient dans l'ordre croissant :
1 < 2 < 3 < 4 < 5.

b.

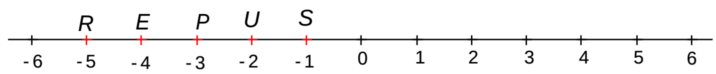



c. On lit le mot : « *REPUS* ».

3. **Consigne ② : Ajouter (–3) à chacun des nombres 0, 1, 2, -1 et -2**

a. On obtient dans l'ordre croissant :
-5 < -4 < -3 < -2 < -1.

b.

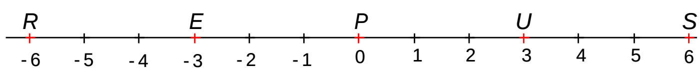



c. On lit le mot : « *REPUS* ».

**Consigne ③ : Multiplier par 3 chacun des nombres 0, 1, 2, -1 et -2**

a. On obtient dans l'ordre croissant :
-6 < -3 < 0 < 3 < 6.

b.

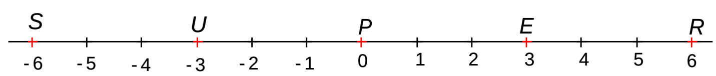



c. On lit le mot : « *REPUS* ».

**Consigne ③ : Multiplier par (–3) chacun des nombres 0, 1, 2, -1 et -2**

a. On obtient dans l'ordre croissant :
–6 < –3 < 0 < 3 < 6.

b.




c. On lit le mot : « *SUPER* ».

4. La remarque de Kouma est correcte :
l'ordre est conservé lorsqu'on ajoute un même nombre à tous ceux de la liste de départ.

La remarque de David est incorrecte :
l'ordre est conservé lorsqu'on multiplie par un même nombre <u>positif</u> tous ceux de la liste de départ ;
l'ordre est inversé lorsqu'on multiplie par un même nombre <u>négatif</u> tous ceux de la liste de départ.

### 6 **Recherche de solutions pour une inéquation**

On considère l'inéquation : $2x+5<3x+7$.

1. Pour $x=0$ : $2x+5=5$ et $3x+7=7$ ; c'est-à-dire : le membre de gauche $2x+5$ est inférieur au membre de droite $3x+7$.

Pour $x=-3$ : $2x+5=-1$ et $3x+7=-2$ ; c'est-à-dire : le membre de gauche $2x+5$ est supérieur au membre de droite $3x+7$.

C'est donc Sarah qui a raison.

2.

| | –7 | –4 | –2 | 0,5 | 1 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x+5$ | –4 | –3 | 1 | 6 | 7 | 11 | 15 |
| $3x+7$ | –14 | –5 | 1 | 8,5 | 10 | 16 | 22 |

3.a. Sont solutions de l'inéquation $2x+5<3x+7$ les nombres : 0,5 ; 1 ; 3 et 5.

b. Ne sont pas solutions de l'inéquation $2x+5<3x+7$ les nombres : –7 ; –4 ; –2.

## **Méthodes et savoir-faire**

### **1 Apprendre à résoudre un problème par une équation**

#### Exercice 1

a. 5 est la solution de l'équation $3x+9=2x+14$ car :
$3\times5+9=24$ et $2\times5+14=24$.

b. 2 est la solution de l'équation $1-6y=3y-17$ car :
$1-6\times2=-11$ et $3\times2-17=-1$.

#### Exercice 2

a. $x+12=17$
$x=17-12$
$x=5$

b. $a-7=13$
$a=13+7$
$a=20$

c. $-4=6+y$
$y=-4-6$
$y=-10$

d. $8=-2+b$
$b=8+2$
$b=10$

#### Exercice 3

a. $7x=42$
$x=\dfrac{42}{7}$
$x=6$

b. $36=-12a$
$a=\dfrac{36}{-12}$
$a=-3$

c. $9y=-72$
$y=\dfrac{-72}{9}$
$y=-8$

d. $-55=-5b$
$b=\dfrac{-55}{-5}$
$b=11$

#### Exercice 4

a. $8a+72=0$
$8a=-72$
$a=\dfrac{-72}{8}$
$a=-9$

b. $0=3x-15$
$3x=15$
$x=\dfrac{15}{3}$
$x=5$

c. $0=-2v+48$
$2v=48$
$v=\dfrac{48}{2}$
$v=24$

d. $-30-y=0$
$y=-30$

#### Exercice 5

a. $9a+4=31$
$9a=31-4$
$a=\dfrac{27}{9}$
$a=3$

b. $2+5b=-33$
$5b=-33-2$
$b=\dfrac{-35}{5}$
$b=-7$

c. $19=-4x-7$
$-4x=19+7$
$x=\dfrac{26}{-4}$
$x=-6{,}5$

d. $-13=-10-y$
$-y=-13+10$
$y=3$

#### Exercice 6

a. $6x=4x+14$
$2x=14$
$x=7$

b. $5a=56-3a$
$8a=56$
$a=7$

c. $-27+7y=-2y$
$-9y=-27$
$y=3$

d. $-8b=-49-b$
$-7b=-49$
$b=7$

#### Exercice 7

a. $5x+4=3x+10$
$2x=6$
$x=3$

b. $2y-7=38+7y$
$5y=-45$
$y=-9$

c. $-a+6=8a-30$
$9a=36$
$a=4$

d. $5-12b=-7-11b$
$-b=-12$
$b=12$

#### Exercice 8

1. Si $x$ est le nombre de garçons, alors $3x$ est le nombre de filles.

2. Dans une classe de 56 élèves, il y a :

$x=\dfrac{56}{4}=$ 14 garçons et $3x=3\times14=$ 42 filles.

#### Exercice 9

Soit $f$ le prix, en F CFA, d'une carte téléphonique.
On a : $3\times1\,000+6f=21\,000$
$6f=18\,000$
$f=\underline{3\,000}$.

#### Exercice 10

Soit $m$ la masse, en kg, d'un panier de légumes.
On a : $5m+12=8m$
$3m=12$
$m=\underline{4}$.

## 2 Apprendre à trouver des solutions à une inéquation

### Exercice11

$7\times4+2=30$ et $3\times4+15=27$,
donc 4 n'est pas solution de l'inéquation : $7x+2<3x+15$ ;

$7\times(-5)+2=-33$ et $3\times(-5)+15=0$,
donc $-5$ est solution de l'inéquation : $7x+2<3x+15$.

### Exercice 12

$-3\times1-5=-8$ et $8\times1+12=20$,
donc 1 n'est pas solution de l'inéquation : $-3x-5\geq8x+12$ ;

$-3\times(-2)-5=1$ et $8\times(-2)+12=-4$,
donc $-2$ est solution de l'inéquation : $-3x-5\geq8x+12$.

### Exercice 13

Parmi les nombres 2 ; 5 ; –1 et -4,

1. 2 ; 5 et –1 sont solutions de l'inéquation $5x+9>2x$ ;
2. 5 est solution de l'inéquation $9x+8<11x$.

### Exercice 14

1. Inéquations pour lesquelles 3 est une des solutions :
   $4x+2>6$ ; $1-5x\geq-14$.
2. Inéquations pour lesquelles -5 est une des solutions :
   $-6x<12-11x$ ; $1-5x\geq-14$

### Exercice 15

$\frac{1}{3}$ est une solution pour les trois inéquations :

$6x-2\leq0$ ; $-4x\geq-2$ ; $-3x+2\leq1$ ;

en effet : $6\times\frac{1}{3}-2=0$ ; $-4\times\frac{1}{3}=-\frac{4}{3}$ ; $-3\times\frac{1}{3}+2=1$.

### Exercice 16

a. Pour l'inéquation $x+4<7$ (ou $x<3$) :
0 et 1 sont des solutions ;
3 et 4 ne sont pas des solutions ;

b. Pour l'inéquation $y-2\geq5$ (ou $y\geq7$) :
7 et 8 sont des solutions ;
3 et 4 ne sont pas des solutions ;

c. Pour l'inéquation $a+2\geq-6$ (ou $a\geq-8$) :
0 et 1 sont des solutions ;
–9 et –10 ne sont pas des solutions ;

d. Pour l'inéquation $b-1\leq-8$ (ou $b\leq-7$) :
–7 et –8 sont des solutions ;
3 et 4 ne sont pas des solutions.

### Exercice 17

a. Pour l'inéquation $5x\geq30$ (ou $x\geq6$) :
7 et 8 sont des solutions ;
0 et 3 ne sont pas des solutions ;

b. Pour l'inéquation $-7y<42$ (ou $y>-6$) :
0 et 4 sont des solutions de l'inéquation :;
–6 et –7 ne sont pas des solutions ;

c. Pour l'inéquation $3a>-12$ (ou $a>-4$) :
0 et –1 sont des solutions :;
–4 et –5 ne sont pas des solutions ;

d. Pour l'inéquation $-10b\leq-50$ (ou $b\geq5$) :
5 et 6 sont des solutions ;
3 et 4 ne sont pas des solutions.

### Exercice 18

a. Pour l'inéquation $2x+7\leq11$ (ou $x\leq2$) :
0 et 1 sont des solutions ;
3 et 4 ne sont pas des solutions ;

b. Pour l'inéquation $-18>5y+12$ (ou $-6>y$) :
–6 et –7 sont des solutions ;
0 et 1 ne sont pas des solutions ;

c. Pour l'inéquation $31\leq-4a-9$ (ou $-10\geq a$) :
–10 et –11 sont des solutions de l'inéquation :;
0 et 1 ne sont pas des solutions ;

d. Pour l'inéquation $-8b-1\leq-17$ (ou $b\geq2$) :
2 et 3 sont des solutions ;
0 et 1 ne sont pas des solutions.

### Exercice 19

a. Pour l'inéquation $5x+8>3x$ (ou $x>-4$) :
0 et 1 sont des solutions ;
–5 et –4 ne sont pas des solutions ;

b. Pour l'inéquation $6y\leq18-3y$ (ou $y\leq2$) :
0 et 2 sont des solutions ;
3 et 4 ne sont pas des solutions ;

c. Pour l'inéquation $-a+21>-8a$ (ou $a>-3$) :
0 et 1 sont des solutions de l'inéquation :;
–3 et –10 ne sont pas des solutions ;

d. Pour l'inéquation $-5b\geq-2b-12$ (ou $b\leq4$) :
0 et 4 sont des solutions ;
5 et 6 ne sont pas des solutions.

### Exercice 20

a. Pour l'inéquation $-8a+7>4a-5$ (ou $1>a$) :
–1 et 0 sont des solutions ;
1 et 4 ne sont pas des solutions ;

b. Pour l'inéquation $y-12\geq-9y+8$ (ou $y\geq2$) :
2 et 5 sont des solutions ;
0 et 1 ne sont pas des solutions ;

c. Pour l'inéquation $4x+12<2x+18$ (ou $x<3$) :
0 et 1 sont des solutions ;
3 et 10 ne sont pas des solutions ;

d. Pour l'inéquation $-7b-4\leq-2b-19$ (ou $3\leq b$) :
3 et 8 sont des solutions ;
–1 et 2 ne sont pas des solutions.

### Exercice 21

a. Pour l'inéquation $\frac{4}{5}x\geq20$ (ou $x\geq25$) :
25 et 30 sont des solutions ;
15 et 20 ne sont pas des solutions ;

b. Pour l'inéquation $-\frac{3}{4}x<28$ (ou $x>-\frac{112}{3}$) :
–28 et 4 sont des solutions ;
–40 et -60 ne sont pas des solutions ;

c. Pour l'inéquation $5<4-x$ (ou $x<-1$) :
–5 et –2 sont des solutions ;
–1 et 3 ne sont pas des solutions ;

d. Pour l'inéquation $5-2x<-3$ (ou $4<x$) :
5 et 6 sont des solutions ;
–4 et 4 ne sont pas des solutions.

## Activités d'application

### Propriétés des égalités

#### Exercice 22

On considère l'équation : $7x+4=-3x+2$.
On passe à :

a. $10x+4=2$ en additionnant $3x$ aux deux membres ;
b. $7x=-3x-2$ en soustrayant 4 aux deux membres ;
c. $7x+2=-3x$ en soustrayant 2 aux deux membres ;
d. $4=-10x+2$ en soustrayant $7x$ aux deux membres.

#### Exercice 23

1. On passe de $7-\frac{1}{4}y=3$ à $-\frac{1}{4}y=-4$ …
en soustrayant 7 aux deux membres ;

2. On passe de $\frac{b}{3}=4$ à $b=12$ …
en multipliant les deux membres par 3 ;

3. On passe de $\frac{2-x}{5}=-9$ à $x-2=45$ …
en multipliant les deux membres par $-5$ ;

4. On passe de $4a-\frac{3}{7}=\frac{a}{3}$ à $\frac{11a}{3}-\frac{3}{7}=0$ …
en soustrayant $\frac{a}{3}$ aux deux membres ;

#### Exercice 24

a. Si $2x-9=0$, alors $2x=9$, donc $x=\frac{9}{2}$ ;

b. Si $3a+9=0$, alors $3a=-9$, donc $a=\frac{-9}{3}=-3$ ;

c. Si $-9+7y=0$, alors $7y=9$, donc $y=\frac{9}{7}$ ;

d. Si $9-5z=0$, alors $5z=9$, donc $z=\frac{9}{5}$.

### Solutions d'une équation

#### Exercice 25

Equations qui ont la même solution que $3x-2=5$ :
$3x+1=8$ (obtenue en ajoutant 3 aux deux membres) ;
$3x-6=1$ (obtenue en soustrayant 4 aux deux membres) ;
$3x=7$ (obtenue en ajoutant 2 aux deux membres).

#### Exercice 26

1. $\frac{1}{3}$ est la solution de l'équation $3x-6=-7+6x$.

2. -8 est la solution de l'équation $\frac{2}{3}x-4=x-\frac{4}{3}$.

#### Exercice 27

1.

| | $x=0$ | $x=2$ | $x=4$ |
|---|---|---|---|
| $-3x+11$ | 11 | 5 | $-1$ |
| $3x-13$ | $-13$ | $-7$ | $-1$ |
| $-4x+1$ | 1 | $-7$ | $-15$ |
| $2x+1$ | 1 | 5 | 9 |

2.a. 4 est la solution de l'équation $-3x+11=3x-13$ ;
2 est la solution de l'équation $3x-13=-4x+1$.

b. 0 est la solution de l'équation $-4x+1=2x+1$ ;
2 est la solution de l'équation $-3x+11=2x+1$.

### Résolution d'équations

#### Exercice 28

a. $3x+4=5$
$3x=1$
$x=\underline{\frac{1}{3}}$

b. $3x-4=5$
$3x=9$
$x=\underline{3}$

c. $\frac{x}{3}+4=5$
$\frac{x}{3}=1$
$x=\underline{3}$

d. $\frac{3}{4}x=5$
$x=5\times\frac{4}{3}$
$x=\underline{\frac{20}{3}}$

#### Exercice 29

a. $0{,}7x=0{,}07$
$x=\underline{0{,}1}$

b. $40x=0{,}4$
$x=\underline{0{,}01}$

c. $0{,}02x=20$
$x=\underline{1\ 000}$

d. $6{,}66x=66{,}6$
$x=\underline{10}$

#### Exercice 30

Toutes les équations ont pour solution $x=-2$, sauf l'équation $5x=3x+4$, qui a pour solution $x=2$.

## Problèmes

### Exercice 31

1. Si $x$ est le nombre de jetons de 2 mm d'épaisseur, alors le nombre de jetons de 3 mm d'épaisseur est : $\underline{54-x}$.

2. Lorsque les jetons sont empilés :

a. la hauteur atteinte par les jetons de 2 mm est $2x$,

b. la hauteur atteinte par les jetons de 3 mm est $3(54-x)$.

3. On obtient : $2x+3(54-x)=132$
$(2-3)x=132-162$
$x=30$.

Il y a donc : $\underline{30}$ jetons de 2 mm d'épaisseur,
$\underline{24}$ jetons de 3 mm d'épaisseur.

### Exercice 32

Désignons par $x$ le nombre cherché.

1. On a :
$$4+\frac{3}{4}x=\frac{4}{5}x-2$$
$$\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)x=4+2$$
$$\frac{x}{20}=6$$
$$\underline{x=120}.$$

2. Vérification : $4+\frac{3}{4}\times120=94$ et $\frac{4}{5}\times120-2=94$.

### Exercice 33

Si $x$ désigne la longueur (en cm) du côté du pentagone, alors $12-x$ est celle du côté du triangle équilatéral.

Lorsque les périmètres du pentagone et du triangle équilatéral sont égaux, on a : $5x=3(12-x)$
$8x=36$
$\underline{x=4{,}5\text{ cm}}$.

### Exercice 34

Périmètre du rectangle : $2(4+3y)=8+6y$ ;
périmètre du carré : $4(2y+1)=8y+4$.

Lorsque les périmètres du rectangle et du carré sont égaux, on a : $8+6y=8y+4$
$4=2y$
$\underline{y=2\text{ cm}}$.

## Inégalités et opérations

### Exercice 35

Si $x<y$ alors :

a. $x\times8<y\times8$ ; b. $x-4<y-4$ ;

c. $x+11<y+11$ ; d. $x\times(-5)>y\times(-5)$.

### Exercice 36

Si $x\geq y$ alors :

a. $-2\times x\leq-2\times y$ ; b. $-x\leq-y$ ;

c. $5x-7\geq5y-7$ ; d. $-2x+3\leq-2y+3$.

### Exercice 37

Si $x>y$ alors :

a. $x-4>y-4$ ; b. $y-1<x-1$ ;

c. $0{,}25x>0{,}25y$ ; d. $-7y>-7x$.

### Exercice 38

a. $8\times7{,}6<8\times8{,}7$ ; b. $6{,}3\times4{,}5>4{,}06\times6{,}3$ ;

c. $-5\times\frac{3}{4}>-6\times0{,}75$ ; d. $1{,}01\times10^5<1{,}1\times10^5$

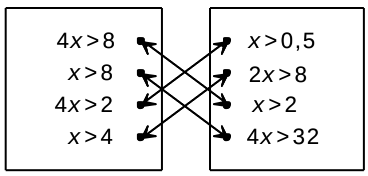
### Exercice 39

Si $y>-10$ alors :

a. $y+7>-3$ ; b. $y-13>-23$ ;

c. $4y>-40$ ; d. $-0{,}2y<2$.

### Exercice 40




### Exercice 41

a. On passe de $x+17<15$ à $x<-2$
en soustrayant 17 aux deux membres ;

b. On passe de $x-9>-3$ à $x>6$
en additionnant 9 aux deux membres ;

c. On passe de $-12{,}5\leq x-3{,}5$ à $-9\leq x$
en additionnant 3,5 aux deux membres ;

d. On passe de $\frac{3}{7}\geq-\frac{11}{7}+x$ à $2\geq x$
en additionnant $\frac{11}{7}$ aux deux membres.

## Exercice 42

a. On passe de $3x+7{,}3 \leq -5{,}6$ à $x \leq \dfrac{-7{,}3-5{,}6}{3}$

$x \leq -4{,}3$ ;

b. On passe de $9 \geq -2x+5$ à $x \geq \dfrac{5-9}{2}$

$x \geq -2$ ;

c. On passe de $14-5x \leq 11-2x$ à $-3x \leq -3$

$x \geq 1$ ;

d. On passe de $6+3x>14-x$ à $4x>8$

$x>2$.

## Exercice 43

a. On passe de $\dfrac{3}{5}x < \dfrac{1}{5}$ à $3x<1$

$x<\dfrac{1}{3}$ ;

b. On passe de $\dfrac{2}{7}x \leq -\dfrac{3}{14}$ à $4x \leq -3$

$x \leq -\dfrac{3}{4}$ ;

c. On passe de $\dfrac{3}{4} > -\dfrac{5}{8}x$ à $5x>-6$

$x>-\dfrac{6}{5}$.

## Exercice 44

Ont les mêmes solutions que $9x<-5$ :

$9x+5<0$ ; $8x<-5-x$ ; $-9x>5$.

# Encadrements

## Exercice 45

Si $-2<x<6$, alors :

a. $0<x+2<8$ ; b. $-6<x-4<2$ ;

c. $-0{,}6<0{,}3x<1{,}8$ ; d. $-18<-3x<6$.

## Exercice 46

1. Si $x+8>3$, alors $x>-5$.

2. Si $-4x \geq 12$, alors $x \leq -3$.

3.a. Si $x+8>3$ et $-4x \geq 12$, alors $-5<x \leq -3$.

b. Une seule valeur entière possible pour $x$ : $-4$.

## Exercice 47

1.a. Si $y-6 \leq -2$ et $-14y<28$, alors : $y \leq 4$ et $y>-2$

ou : $\underline{-2<y \leq 4}$.

b. Valeurs entières possibles pour $y$ : $-1$, 0, 1, 2, 3 et 4.

2. Encadrement de $y+3$ : $\underline{1<y+3 \leq 7}$.

## Exercice 48

Encadrement de la largeur $a$ du rectangle : $7<a<11$ ;

encadrement de la longueur $b$ du rectangle : $18<b<25$ ;

encadrement du périmètre $p$ de ce rectangle :

$$2(7+18)<2(a+b)<2(11+25)$$

$$\underline{50<p<72}.$$

# Problèmes

## Exercice 49

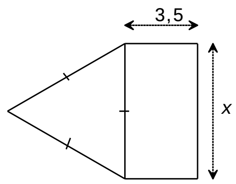
Soit $n$ le plus petit des quatre entiers consécutifs, dont la somme est strictement supérieure à 2006.

On a : $n+(n+1)+(n+2)+(n+3)>2006$

$4n+6>2006$

$\underline{n>500}$.

## Exercice 50




Périmètre du rectangle :

$2x+7$ ;

périmètre du triangle équilatéral :

$3x$.

Le périmètre du rectangle est supérieur ou égal à celui du triangle équilatéral lorsque : $3x \leq 2x+7$

$\underline{x \leq 7 \text{ cm}}$.

## Exercice 51

Encadrement trouvé par Fabrice : $26 \times 29 \leq L < 26 \times 30$

754 cm $\leq$ L $<$ 780 cm ;

encadrement trouvé par Maya : $24 \times 31 \leq L < 24 \times 32$

744 cm $\leq$ L $<$ 768 cm ;

## Bien comprendre, mieux rédiger

### Exercice 52 **Vocabulaire des équations**

*Pour résoudre l'équation 5x–7=11–x, on commence par rassembler les termes en x dans le membre de gauche et les termes sans x dans le membre de droite. On obtient 5x+x=11+7. Ensuite, on réduit et on a : 6x=18.*

*En divisant chaque membre par 6, on obtient* $x = \frac{18}{6}$.

*La solution de l'équation est x=3.*

### Exercice 53 **Deux contrôles valent mieux qu'un**

a. Pour $x=3$ : $4(2x+1)=28$,
$2(3x+5)=28$ ;
donc 3 est effectivement la solution de l'équation :
$4(2x+1)=2(3x+5)$.

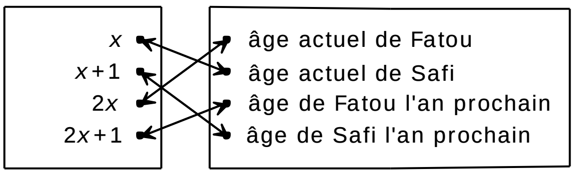
b. Deux erreurs commises par Bih :

......
$8x+4=6x+10$ (2e ligne)
......
$x = \frac{6}{-2}$ (5e ligne)

### Exercice 54 **Mettre en équation un énoncé**

Fatou a le double de l'âge de sa sœur Safi.
L'an prochain, elles auront à elles deux 23 ans.

1.




2.a. $(x+1)+(2x+1)=23$.

b. $3x=21$ ; donc l'âge actuel de Safi est de 7 ans,
celui de Fatou est de 14 ans.

### Exercice 55 **Retrouver la bonne équation**

Si $x$ désigne le prix d'une boîte de DVD, l'équation qui correspond à l'énoncé est :

$3x+305=5x-125$ (chaque membre correspond à la somme disponible)

donc : $305+125=5x-3x$
$430=2x$

Le prix d'une boîte de DVD est : 215 F CFA.

### Exercice 56 **Avec les bons symboles**

1.a. « Les deux tiers d'un nombre sont strictement inférieurs à moins quatorze » se traduit par l'inéquation :

$$\frac{2}{3}x < -14.$$

b. « L'opposé du double d'un nombre est supérieur ou égal à trois cinquièmes » se traduit par :

$$-2x \geq \frac{3}{5}.$$

c. « La différence de sept et du quadruple d'un nombre est strictement supérieur à cinq » se traduit par :

$$7-4x > 5.$$

d. « La somme des trois quarts d'un nombre et de neuf est inférieur ou égal à moins un » se traduit par :

$$\frac{3}{4}x + 9 \leq -1.$$

2.a. Si $\frac{2}{3}x < -14$ alors : $x < -21$.

b. Si $-2x \geq \frac{3}{5}$ alors : $x \leq -\frac{3}{10}$.

c. Si $7-4x > 5$ alors : $x < \frac{1}{2}$.

d. Si $\frac{3}{4}x + 9 \leq -1$ alors : $x \leq -\frac{40}{3}$.

### Exercice 57 **Savoir mener l'action**

| départ | action | arrivée |
|---|---|---|
| $7x<56$ | On divise par 7 les deux membres | $x<8$ |
| $x-11>0$ | On additionne 11 aux deux membres | $x>11$ |
| $x-8\leq-5$ | On additionne 8 aux deux membres | $x\leq3$ |
| $\frac{x}{3} \geq -1$ | On multiplie par 3 les deux membres | $x\geq-3$ |
| $36>-9x$ | On divise par –9 les deux membres | $x>-4$ |
| $-5x>-5$ | On divise par –5 les deux membres | $x<1$ |

### Exercice 58 **« Au moins », « Au plus »**

En début de match, un ballon de football doit peser 450 g au plus et 410 g au moins.

1.a. La masse $m$ d'un ballon de football :
- peut-être égale à 410 g, 449 g ou 450 g ;
- ne peut pas être égale à 405 g, 449 g ou 455 g.

b. Encadrement de $m$ : $410\leq m\leq450$.

2. Encadrement de la masse totale $M$ de 8 ballons dans un filet qui pèse 100 g : $8\times410+100\leq M\leq8\times450+100$
$3\,380 \text{ g}\leq M\leq 3\,700$ g.

### Exercice 59 **Savoir argumenter**

1.a. Entiers vérifiant l'encadrement $-5<x<3$ :
–4, –3, –2, –1, 0, 1 et 2 ;
entiers vérifiant l'encadrement $-6\leq y\leq1$ :
–6, –5, –4, –3, –2, –1, 0 et 1.

b. Entiers vérifiant simultanément les deux encadrements : –4, –3, –2, –1, 0 et 1 ;

2. Les entiers, qui vérifient l'encadrement $-2\leq-y\leq4$, vérifient en fait $-4\leq y\leq2$ ;
ce sont : –4, –3, –2, –1, 0, 1 et 2.

Acha a donc raison de dire que les entiers qui vérifient $-5<x<3$ sont les mêmes que ceux qui vérifient $-2\leq-y\leq4$

## Exercices d'approfondissement

### Exercice 60 Encore des équations

a. $3x+(5x-6)=6-(2x-8)$
$3x+5x-6=6-2x+8$
$8x-6=-2x+14$
$10x=20$
$\underline{x=2}$

b. $3(4x-7)=3+3(2x-1)$
$12x-21=3+6x-3$
$12x-21=6x$
$6x=21$
$\underline{x=3{,}5}$

c. $6(2x+1)=5x+2-2(x+1)$
$12x+6=5x+2-2x-2$
$12x+6=3x$
$9x=-6$
$\underline{x=-\frac{2}{3}}$

d. $8x-3(x-2)=10+5(1-2x)$
$8x-3x+6=10+5-10x$
$5x+6=15-10x$
$15x=9$
$\underline{x=\frac{3}{5}}$

e. $9x-2-5(x-2)=6(2x+1)$
$9x-2-5x+10=12x+6$
$4x+8=12x+6$
$8x=2$
$\underline{x=\frac{1}{4}}$

### Exercice 61 Avec des fractions de même dénominateur

1. On considère l'équation : $\frac{3}{4}x-1=x+\frac{1}{4}$

a. $4\left(\frac{3}{4}x-1\right)=4\left(x+\frac{1}{4}\right)$
$3x-4=4x+1.$

b. $\underline{x=-5}$ est la solution de cette équation.

2.a. $\frac{2}{5}x+1=x-\frac{3}{5}$
$5\left(\frac{2}{5}x+1\right)=5\left(x-\frac{3}{5}\right)$
$2x+5=5x-3$
$\underline{x=\frac{8}{3}}.$

b. $\frac{2}{3}x+4=2x-\frac{4}{3}$
$3\left(\frac{2}{3}x+4\right)=3\left(2x-\frac{4}{3}\right)$
$2x+12=6x-4$
$\underline{x=4}.$

c. $\frac{3}{7}(x+21)=4x-\frac{12}{7}$
$7\left(\frac{3}{7}(x+21)\right)=7\left(4x-\frac{12}{7}\right)$
$3x+63=28x-12$
$25x=75$
$\underline{x=3}$

d. $\frac{5}{11}(3x-7)=x-\frac{5}{11}$
$11\left(\frac{5}{11}(3x-7)\right)=11\left(x-\frac{5}{11}\right)$
$15x-35=11x-5$
$4x=30$
$\underline{x=\frac{15}{2}}.$

### Exercice 62 Avec des dénominateurs différents

1. On considère l'équation : $\frac{x+1}{3}=\frac{2x}{7}$.

a. En réduisant les deux membres au même dénominateur, on obtient : $\frac{7(x+1)}{21}=\frac{3\times 2x}{21}$.

b. En multipliant les deux membres par 21, on a :
$7(x+1)=3\times 2x$

c. $x=-7$ est la solution de cette équation.

d. Contrôle : pour $x=-7$, on a $\frac{x+1}{3}=-2$ et $\frac{2x}{7}=-2$.

2. a. $\frac{x+1}{2}=\frac{x-4}{3}$
$\frac{3(x+1)}{6}=\frac{2(x-4)}{6}$
$\underline{x=-11}.$
Contrôle : pour $x=-11$,
on a : $\frac{x+1}{2}=-5$,
$\frac{x-4}{3}=-5$.

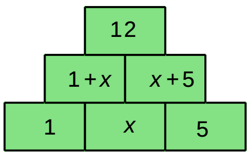
b. $\frac{3x-2}{5}=\frac{3x+1{,}2}{6}$
$\frac{6(3x-2)}{30}=\frac{5(3x+1{,}2)}{30}$
$\underline{x=6}.$
Contrôle : pour $x=6$,
on a : $\frac{3x-2}{5}=3{,}2$,
$\frac{3x+1{,}2}{6}=3{,}2$.

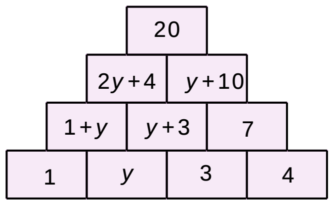
c. $\frac{2x+9}{3}=\frac{2-x}{5}$
$\frac{5(2x+9)}{15}=\frac{3(2-x)}{15}$
$13x=-39$
$\underline{x=-3}.$
Contrôle : pour $x=-3$,
on a : $\frac{2x+9}{3}=1$,
$\frac{2-x}{5}=1$.

d. $\frac{2x-1}{5}=\frac{3x-4}{7}$
$\frac{7(2x-1)}{35}=\frac{5(3x-4)}{35}$
$\underline{x=13}.$
Contrôle : pour $x=13$,
on a : $\frac{2x-1}{5}=5$,
$\frac{3x-4}{7}=5$.

### Exercice 63 Pyramides

1.




2. $(1+x)+(x+5)=12$
$2x=6$
$\underline{x=3}.$

$(2y+4)+(y+10)=20$
$3y=6$
$\underline{y=2}.$

### Exercice 64 Vu au brevet de RCA

Si $x$ est la somme d'argent possédée par Clémence avant d'aller au marché, alors $x-1\ 200$ est celle possédée par Solange avant d'aller au marché.

Après avoir dépensé chacune 3 600 F CFA, on a :
$x-3\ 600=2(x-1\ 200-3\ 600)$
$x-3\ 600=2x-9\ 600$
$x=6\ 000.$

Donc, avant d'aller au marché :
- Clémence disposait de <u>6 000 F CFA</u>,
- Solange disposait de <u>4 800 F CFA</u>.

## Exercice 65 **Les rails s'allongent**

Formule donnant la longueur $L$ d'un rail à la température $t$ (en degrés Celsius) où $l$ désigne sa longueur à 0°C :

$$L = l\left(1 + 10^{-5} \times t\right)$$

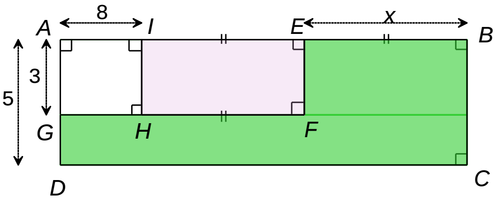
1. Si un rail mesure $l=50$ m à 0°, il s'allonge à $t=60°$ de :
$50\left(1 + 10^{-5} \times 60\right) - 50 = 50 \times 60 \times 10^{-5} = 3 \times 10^{-2}$ m = <u>3 cm</u>.

b. Il s'allongera de 2 cm pout une température $t$ telle que :

$$50 \times 10^{-5} \times t = 2 \times 10^{-2}$$

$$t = \frac{2 \times 10^{-2}}{50 \times 10^{-5}} = \frac{2 \times 10^{3}}{50} = \underline{40°}.$$

## Exercice 66 **Avec des aires**




1. Aire($EBCDGF$) = aire($ABCD$)–aire($AEFG$)
= $5(2x+8)-3(8+x)$
= $10x+40-24-3x$
= $7x+16$ ;

donc : aire($EBCDGF$) = 128 cm²
$7x+16=128$
$7x=112$
<u>$x=16$ cm</u>.

2. Aire($IEFH$) = $3x$ et aire($ABCD$) = $5(2x+8) = 10x+40$ ;

donc : 4aire($IEFH$) = aire($ABCD$)
$12x=10x+40$
<u>$x=20$ cm</u>.

## Exercice 67 **Faire attention à sa ligne**

La masse initiale $m$ de Matthieu est telle que : $70 \leq m \leq 75$.

En perdant entre 3 kg et 4 kg :

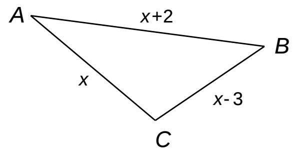
sa masse minimale est comprise entre 70–4 et 70–3 c'est-à-dire entre <u>66 kg</u> et 67 kg ;

sa masse maximale est comprise entre 75–4 et 75–3 c'est-à-dire entre 71 kg et <u>72 kg</u> ;

finalement sa masse actuelle $M$ est telle que : <u>$66 \leq M \leq 72$</u>.

## Exercice 68 **Histoire de triangle**

1. On ne peut pas avoir $x<3$. En effet pour que les trois longueurs soient des nombres positifs, il faut que la plus petite le soit.




2.a. Si $x$ valait 3, $BC$ serait nulle et $ABC$ ne serait plus un triangle.

b. Si $x$ valait 4, $AB$, $BC$ et $AC$ seraient respectivement égaux à 6, 1, 4 et l'inégalité triangulaire serait prise en défaut.

3.a. Pour que $ABC$ existe, il faut que : $x+2 \leq x+(x-3)$
$5 \leq x$.

b. Voici trois valeurs possibles pour $x$ :
- 6 (longueurs des trois côtés : 6, 8 et 3, avec $8<6+3$) ;
- 7 (longueurs des trois côtés : 7, 9 et 4, avec $9<7+4$) ;
- 9 (longueurs des trois côtés : 9, 11 et 6, avec $11<9+6$).

## Activités d'intégration

### Exercice 69 **Location de terrain**

1. $S$ désigne l'aire, en hectares, du terrain à mettre en location.

a. Montant des loyers touchés par Moussa chaque mois : $30S$.

b. Aire restante du terrain (partie non mise en location) : $25-S$ ;
montant des frais d'entretien pour cette partie : $10(25-S)$.

2.a. Les dépenses seront égales aux frais d'entretien lorsque : $30S=10(25-S)$.

b. Aire du terrain que Moussa doit mettre en location : $40S=250$

$\underline{S=6{,}25 \text{ ha}}$.

### Exercice 70 **Stégosaurus contre éléphant**

1. Si $m$ désigne la masse en grammes d'un stégosaurus, dont le cerveau de 70 g représente $4\times10^{-5}$ de cette masse, alors on a : $70=4\times10^{-5}\times m$ ;

donc : $m=\dfrac{70}{4}\times10^{5}\text{ g}=17{,}5\times10^{2}\text{ kg}=\underline{1\ 750\text{ kg}}$.

2. Si $M$ désigne la masse en en kilogrammes d'un éléphant, dont le cerveau de 5 kg représente 0,074% de cette masse, alors on a : $5=\dfrac{0{,}074}{100}\times M$ ;

donc : $M=\dfrac{5\times100}{0{,}074}\approx\underline{6\ 757\text{ kg}}$.

### Exercice 71 **Cloison mobile**

On pose $AE=x$, tel que : $0<x<8$.

1. Si $x$ était égal à 8 m, il n'y aurait pas de salle à manger.

2.a. $ABCD$ est un trapèze rectangle, donc aire($ABCD$)$=\dfrac{(8+12)\times6}{2}=60$ m² ;

$EBCF$ est un rectangle, donc aire($EBCF$)$=6\times(8-x)=(48-6x)$ m² ;

on en déduit que : aire($AEFD$)=aire($ABCD$)−aire($EBCF$)

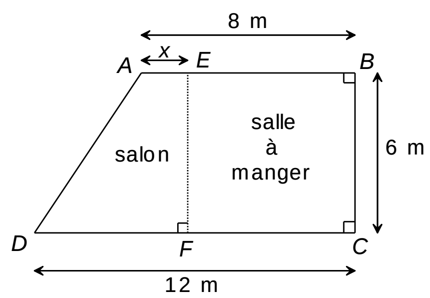
$=60-(48-6x)=(6x+12)$ m².

b. L'aire du salon est inférieure ou égale à l'aire de la salle à manger lorsque :

$6x+12\leq48-6x$

$12x\leq36$

$x\leq3$ m.




c. Lorsque $x=2$, l'aire du salon est égale à $6\times2+12=24$ m² ;
l'aire de la salle à manger est égale à $48-6\times2=36$ m².

$24=\dfrac{2}{3}\times36$ : il est exact que l'aire du salon soit égale aux deux tiers de l'aire de la salle à manger.

| Activités de découverte | Cours Méthodes et savoir-faire | Application | Bien comprendre Mieux rédiger | Approfondissement |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Reconnaître une situation de proportionnalité [1 p 154] | 6, 8 | | |
| | Reconnaître un tableau de proportionnalité [2 p 154] | 7, 9, 14 | 30, 31 | |
| 2 | Quotients égaux et égalité des produits en croix [3 p 154] | 11, 12, 24, 25, 26, 27, 28 | | |
| | Compléter un tableau de proportionnalité [4 p 154 et 155] | 10, 13, 15, 16, 17, 18 | 29, 31 | 33, 34, 38, 39, 41 |
| | **Apprendre à compléter des tableaux de proportionnalité [1 p 156]** | **1, 2, 3** | | |
| 3 | Proportionnalité et représentation graphique [5 p 155] | | 32 | 37 |
| | **Apprendre à construire et exploiter un graphique [2 p 157]** | **4, 5** | | |
| 4 | Vitesse moyenne [6 p 155] | 19, 20, 21, 22, 23 | | 35, 36, 40 |

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

## Activités de découverte

### Pour démarrer **La liste des ingrédients**

1. Pour un banquet de 35 (=*10+25*) personnes, prévoir :
   - 4,2 (=*1,2+3*) kg de bœuf ;
   - 7 (=*2+5*) bottes d'épinards ;
   - 28 (=*8+20*) c.a.s. d'huile de palme ;
   - 3,5 (=*1+2,5*) kg de tomates ;
   - 210 (=*60+150*) g de pâte de cacahuète.

Pour un banquet de 80 (=$8\times10$) personnes, prévoir :
   - 9,6 (=$8\times1,2$) kg de bœuf ;
   - 16 (=$8\times2$) bottes d'épinards ;
   - 64 (=$8\times8$) c.a.s. d'huile de palme ;
   - 8 (=$8\times1$) kg de tomates ;
   - 480 (=$8\times60$) g de pâte de cacahuète.

2. Pour un banquet de 58=($2\times25+80\div10$) personnes, prévoir :
   - 6,96 (=$2\times3+9,6\div10$) kg de bœuf ;
   - 11,6 (=$2\times5+16\div10$) bottes d'épinards ;
   - 46,4 (=$2\times20+64\div10$) c.a.s. d'huile de palme ;
   - 5,8 (=$2\times2,5+8\div10$) kg de tomates ;
   - 348 (=$2\times150+480\div10$) g de pâte de cacahuète.

### 1 **Une histoire d'ombre**

| Prénom | Kouma | Atem | Safi | Djal | Soen | Arbre |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Taille (en m) | 1,32 | 1,5 | 1,62 | 1,8 | 1,41 | 4,2 |
| Longueur de l'ombre (en m) | 2,2 | 2,5 | 2,7 | 3 | 2,35 | 7 |

1. $\frac{2,2}{1,32}=\frac{2,5}{1,5}=\frac{2,7}{1,62}=\frac{3}{1,8}=\frac{5}{3}$ ; donc la longueur des ombres est proportionnelle aux tailles des personnes.

$\frac{5}{3}$ est le coefficient de proportionnalité permettant de passer des tailles des personnes à la longueur des ombres.

2. $\frac{1,32}{2,2}=\frac{1,5}{2,5}=\frac{1,62}{2,7}=\frac{1,8}{3}=\frac{3}{5}$ ; donc les tailles des personnes sont proportionnelles à la longueur des ombres.

$\frac{3}{5}$ est le coefficient de proportionnalité permettant de passer de la longueur des ombres aux tailles des personnes.

3. Les deux coefficients de proportionnalité sont inverses.

4.a. Si Soen mesure 1,41 m, alors la longueur de son ombre est de : $1,41\times\frac{5}{3}=\underline{2,35\text{ m}}$.

b. Si l'ombre d'un arbre mesure 7 m, alors la hauteur de cet arbre est de : $7\times\frac{3}{5}=\underline{4,2\text{ m}}$.

## 2 **Quotients égaux et produits en croix**

### Partie A : Une situation de la vie quotidienne

1.a. Salaire horaire de Francis : $450 \div 3 = 150$ F CFA; salaire horaire d'André : $750 \div 5 = 150$ F CFA.
Ils ont le même salaire horaire.

b. $\frac{450}{3} = \frac{750}{5}$.

2.a. En travaillant 5 jours, Francis a reçu : $450 \times 5 = 2\,250$ F CFA.

b. En travaillant 3 jours, André a reçu : $750 \times 3 = 2\,250$ F CFA.

c. On en déduit que : $450 \times 5 = 750 \times 3$.

d. *On constate que les produits du numérateur d'une fraction par le <u>dénominateur</u> de l'autre sont <u>égaux</u>.*

### Partie B : Démonstration

1. On obtient une fraction égale à une fraction donnée en multipliant (ou en divisant) son numérateur et son dénominateur par un même nombre relatif non nul ; donc : $\frac{a}{b} = \frac{a \times d}{b \times d}$ et $\frac{c}{d} = \frac{b \times c}{b \times d}$.

2. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $\frac{a \times d}{b \times d} = \frac{b \times c}{b \times d}$.

3. Or deux fractions égales, qui ont le même dénominateur, ont le même numérateur : $a \times d = b \times c$.

4. Ce que l'on vient de démontrer est appelée « l'égalité des produits en croix » car : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$.

## 3 **La proportionnalité en graphique**

1.a. Les points sont sur une ligne passant par l'origine du repère sur les graphiques ② et ③.

b. Les points appartiennent à une droite sur les graphiques ① et ③.

2. Le tableau $\boxed{A}$ correspond au graphique ② ;

le tableau $\boxed{B}$ correspond au graphique ③ ;

le tableau $\boxed{C}$ correspond au graphique ①.

C'est le tableau $\boxed{B}$ qui traduit une situation de proportionnalité, dont l'un des coefficients de proportionnalité est égal à 2 ; en effet : $0 \times \underline{2} = 0$, $5 \times \underline{2} = 10$, $10 \times \underline{2} = 20$ et $15 \times \underline{2} = 30$.

3. Pour qu'on reconnaisse dans un graphique une situation de proportionnalité, deux conditions doivent y être remplies :

- les points du graphique doivent appartenir à une droite ;
- cette droite doit passer par l'origine du repère.

## 4 **Le coureur cycliste**

1.a. Au bout d'une heure et demi, Joseph s'est arrêté.

b. Il avait alors parcouru 60 km.

c. Vitesse moyenne sur cette distance : $\frac{60}{1{,}5} = 40$ km/h.

2.a. A la 3e heure après son départ, Joseph est reparti.

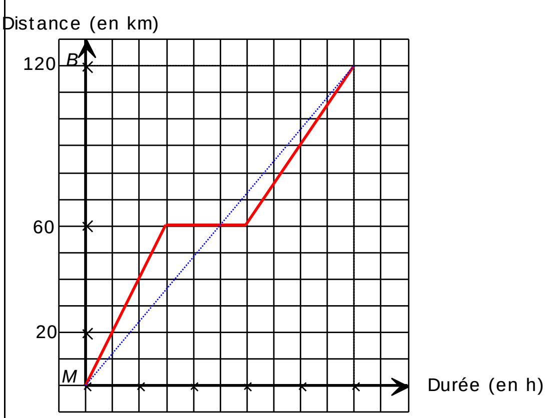
b. Vitesse moyenne pour parcourir 60 km, entre la 3e et la 5e heure :

$$\frac{60}{2} = 30 \text{ km/h.}$$

3.a. Distance entre Mbanga et Bafang : 120 km.

b. Temps de parcours mis par Joseph pour aller de Mbanga à Bafang : 5 h.

c. Vitesse moyenne sur la totalité du parcours : $\frac{120}{5} = 24$ km/h.




4. D'après la question précédente comme d'après le graphique bleu, sans s'arrêter et à la vitesse moyenne de 24 km/h, Joseph serait arrivé à la même heure.

5. Si $\underline{v = \frac{d}{t}}$, alors $\frac{v}{1} = \frac{d}{t}$ ; donc (d'après les produits en croix) : $1 \times d = v \times t$ c'est-à-dire $\underline{d = v \times t}$

puis $\underline{t = \frac{d}{v}}$.

# Méthodes et savoir-faire

## 1 Apprendre à compléter des tableaux de proportionnalité

### Exercice 1

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Masse de papaye (en kg) | 3 | 4,8 | 5,6 | 8,6 |
| Masse de sucre (en kg) | 2,25 | 3,6 | 4,2 | 6,45 |

### Exercice 2

1.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Masse (en kg) | 0,3 | 0,4 | 0,8 | 2,1 |
| Prix (en F CFA) | 600 | 800 | 1 600 | 4 200 |

2. Prix d'un kilogramme : 600÷0,3=2 000 F CFA.
(2 000 est le coefficient de proportionnalité, qui permet de passer de la masse au prix.)

### Exercice 3

Tali

| | | |
|---|---|---|
| Volume (en cm$^3$) | 16 | 30 |
| Masse (en g) | 14,4 | 27 |

Azobé

| | | |
|---|---|---|
| Volume (en cm$^3$) | 25 | 7,5 |
| Masse (en g) | 27 | 8,1 |

Ayous

| | | |
|---|---|---|
| Volume (en cm$^3$) | 35 | 125 |
| Masse (en g) | 14 | 50 |

Sapelli

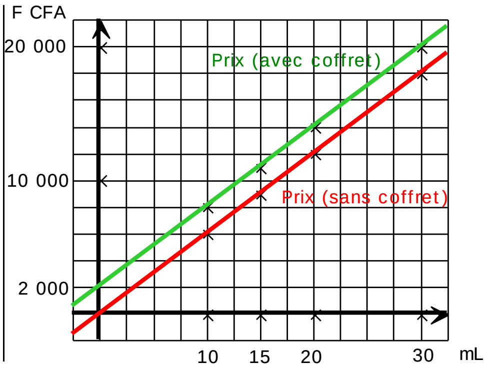
| | | |
|---|---|---|
| Volume (en cm$^3$) | 70 | 48 |
| Masse (en g) | 45,5 | 31,2 |

## 2 Apprendre à construire et exploiter un graphique

### Exercice 4

1. Ci-contre :

- en vert le graphique représentant le prix d'un parfum avec coffret ;
- en rouge le graphique représentant le prix d'un parfum sans coffret.



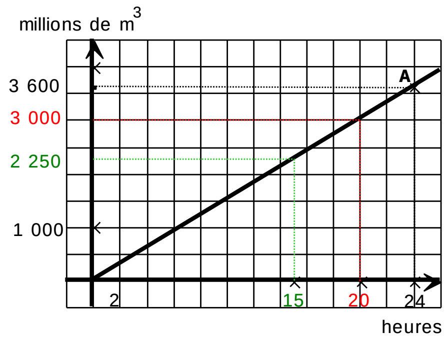

2. Le prix sans coffret (dont la représentation est une droite qui passe par l'origine du repère) est proportionnel à la contenance.
Le prix avec coffret, obtenu en ajoutant 2 000 F CFA (coût du coffret) au prix sans coffret, n'est plus proportionnel à la contenance.

### Exercice 5

1. Volume d'eau charriée par le fleuve Congo en une journée : 150×24=<u>3 600 millions de m$^3$</u>.

2. Ci-contre :

- le point A correspond au volume (3 600 millions de m$^3$) d'eau charriée en une journée.
- la droite, qui joint le point A à l'origine du repère, représente le débit moyen et montre qu'il s'agit d'une situation de proportionnalité.




3. Déterminations graphiques :

- volume d'eau charriée en 20 heures : <u>3 000 millions de m$^3$</u> ;
- temps d'écoulement de 2 250 millions de m$^3$ : <u>15 heures</u>.

## Activités d'application

### Reconnaître et utiliser la proportionnalité

### Exercice 6

a. La longueur d'un rouleau de tissu n'est pas proportionnelle au nombre de tours enroulés de ce tissu.
En effet, en tenant compte de l'épaisseur du tissu déjà enroulé, il faut plus de tissu pour faire un tour à la fin de l'enroulement qu'au début.

b. Le nombre de cuillers remplis de café à ras bord doit être (*pour obtenir la même qualité*) proportionnel au nombre de tasses à servir.

### Exercice 7

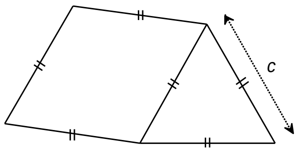
| | | | |
|---|---|---|---|
| Grandeur A | 0,4 | 2,4 | 5,2 |
| Grandeur B | 2,8 | 16,8 | 36,4 |

Coefficient de proportionnalité qui permet de passer :

a. de A à B : $\frac{2,8}{0,4} = \frac{16,8}{2,4} = \frac{36,4}{5,2} = \underline{7}$ ;

b. de B à A : $\frac{0,4}{2,8} = \frac{2,4}{16,8} = \frac{5,2}{36,4} = \underline{\frac{1}{7}}$.

### Exercice 8




1.a. Le périmètre du losange ($4c$) est proportionnel à $c$ ;

b. le périmètre du triangle ($3c$) est proportionnel à $c$ ;

c. le périmètre de la figure ($5c$) est proportionnel à $c$.

2. Coefficient de proportionnalité qui permet de passer :

a. du périmètre du losange à celui du triangle : $\underline{\frac{3}{4}}$ ;

b. du périmètre du losange à celui de toute la figure : $\underline{\frac{5}{4}}$.

### Exercice 9

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Grandeur A | 2 | 3 | 6 | 9 | 15 | 30 |
| Grandeur B | 4,2 | 6,3 | 12,6 | 18,9 | 31,5 | 63 |

($\frac{12,6}{6} = 2,1$ est le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la grandeur A à la grandeur B.)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Grandeur C | 15 | 60 | 75 | 135 | 205 | 410 |
| Grandeur D | 36 | 144 | 180 | 324 | 492 | 984 |

($\frac{180}{75} = 2,4$ est le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la grandeur C à la grandeur D.)

### Exercice 10

Le prix des cahiers est proportionnel à leur nombre.

| Douzaines de cahiers | Prix (en F CFA) |
|---|---|
| 20 | 232 800 |
| 1 | 11 640 |
| 1,5 | 17 460 |
| 2 | 23 280 |
| 2,5 | 29 100 |

Si le prix de vingt douzaines de cahiers est 232 800 F CFA, alors le prix d'une douzaine est : $\frac{232\,800}{20} = 11\,640$ F CFA.

18 ; 24 et 30 cahiers représentent respectivement 1,5 ; 2 et 2,5 douzaines,

donc : a. le prix de 18 cahiers est <u>17 460 F CFA</u> ;
b. le prix de 24 cahiers est <u>23 280 F CFA</u> ;
c. le prix de 30 cahiers est <u>29 100 F CFA</u>.

### Exercice 11

Couples de quotients égaux :

$\frac{10}{6} = \frac{45}{27}$ et $\frac{9}{8} = \frac{27}{24}$

($10\times27=270=6\times45$) et ($9\times24=216=8\times27$ ).

Couples de quotients différents :

$\frac{7}{5} \neq \frac{10}{7}$ et $\frac{3}{2} \neq \frac{25}{17}$

$\begin{pmatrix} 7\times7=49 \\ 5\times10=50 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 3\times17=51 \\ 2\times25=50 \end{pmatrix}$

### Exercice 12

1. La masse de liège est proportionnelle à son volume.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Volume du liège (en $m^3$) | 1,5 | 5 | 8 | *a* |
| Masse (en kg) | 360 | 1 200 | 1 920 | 7 |

2. Si $a$ désigne le volume de 7 kg de liège, alors :

$1\,200\times a = 5\times7$ donc $a = \frac{5\times7}{1\,200} \approx 0,002\,916\,66\ m^3 \approx \underline{3\ dm^3}$.

### Exercice 13

Un téléchargement à débit stable sur Internet est une situation de proportionnalité :

| | | |
|---|---|---|
| Fichier (en Mo) | 15 | 450 |
| Durée (en s) | 30 | 900 |

temps de téléchargement d'un fichier de 450 Mo :

$450\times\frac{30}{15} = 900$ s $= \underline{15\ \text{min}}$.

### Exercice 14

1. Le prix « place entière » n'est pas proportionnel au prix « demi-place » ; en effet :

$\frac{900}{1\,600} = \frac{9}{16}$, $\frac{1\,500}{2\,500} = \frac{3}{5}$, $\frac{1\,900}{2\,700} = \frac{19}{27}$ et $\frac{2\,400}{3\,000} = \frac{4}{5}$

(les quatre fractions sont distinctes deux à deux).

2. Nouveau prix « demi-tarif » pour obtenir un tableau de proportionnalité :

| Douala-Eseka | Douala-Makak | Douala Yaoundé |
|---|---|---|
| $2\,500\times\frac{9}{16}$ | $2\,700\times\frac{9}{16}$ | $3\,000\times\frac{9}{16}$ |
| <u>1 405,25 F CFA</u> | <u>1 518,75 F CFA</u> | <u>1687,50 F CFA</u> |

## Pourcentages

### Exercice 15

1. Tenue scolaire pour garçon

| | | |
|---|---|---|
| Ancien prix (en F CFA) | 100 | 7 500 |
| Nouveau prix (en F CFA) | 105 | 7 875 |

Soit $x$ l'ancien prix (avant l'augmentation de 5%) ;

on a : $7\ 875 = x(1+5\%) = x \times \frac{105}{100}$ ;

donc : $x = 7\ 875 \times \frac{100}{105} = \underline{7\ 500 \text{ F CFA}}$.

2. Tenue scolaire pour fille

| | | |
|---|---|---|
| Ancien prix (en F CFA) | 100 | 7 200 |
| Nouveau prix (en F CFA) | 92 | 6 624 |

Soit $y$ l'ancien prix (avant la baisse de 8%) ;

on a : $6\ 624 = y(1-8\%) = y \times \frac{92}{100}$ ;

donc : $y = 6\ 624 \times \frac{100}{92} = \underline{7\ 200 \text{ F CFA}}$.

### Exercice 16

En passant de 210 F CFA à 250 F CFA, le pourcentage d'augmentation du prix d'un kilogramme de maïs est :

$$\frac{250-210}{210} \times 100 = \underline{19\%}.$$

### Exercice 17

Nombre de filles dans le collège de Marie :

$425 \times 44\% = 187$ ;

Nombre de filles dans le collège de Fua :

$675 \times 56\% = 378$.

Pourcentage de filles sur l'ensemble des deux collèges :

$$\frac{187+378}{425+675} \times 100 \approx \underline{51\%}.$$

### Exercice 18

1. Nombre d'élèves favorables au projet en 4ᵉA :

$48 \times 25\% = \underline{12}$.

2. Pourcentage d'élèves favorables au projet en 4ᵉB :

$$\frac{21}{56} \times 100 = \underline{37{,}5\%}.$$

3. Pourcentage d'élèves favorables au projet sur les l'ensemble des deux classes :

$$\frac{12+21}{48+56} \times 100 = \underline{31{,}7\%} \ ;$$

le club d'échecs ouvrira.

## Durée, distance, vitesse

### Exercice 19

1. La colonne bleue du tableau de proportionnalité ci-dessus indique que : $1 \text{ min} = \frac{1}{60} \text{ h}$.

2.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Durée (en min) | 1 | 3 | 10 | 48 |
| Durée (en fraction d'heure) | $\frac{1}{60}$ | $\frac{1}{20}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{4}{5}$ |

$\times \frac{1}{60}$

### Exercice 20

1. $1 \text{ h } 16 \text{ min} = 1 \text{ h} + \frac{16}{60} \text{ h} = 1 \text{ h} + \frac{4}{15} \text{ h} = \underline{\frac{19}{15}} \text{ h}$.

2. Vitesse moyenne d'un automobiliste, qui a parcouru 114 km en 1 h 16 min :

$$\frac{114}{\frac{19}{15}} = 114 \times \frac{15}{19} = 6 \times 15 = \underline{90 \text{ km/h}}.$$

### Exercice 21

1.a. $1{,}7 \text{ h} = 1 \text{ h} + \frac{7}{10} \text{ h} = 1 \text{ h} + \frac{7}{10} \times 60 \text{ min} = 1 \text{ h } \underline{42} \text{ min}$.

b. Durée du parcours de 34 km, effectué par Nayah à la vitesse de 20 km/h : $\frac{34}{20} = 1{,}7 \text{ h} = \underline{1 \text{ h } 42 \text{ min}}$.

2. Durée du parcours de 57,6 km, effectué par Nayah à la vitesse de 18 km/h :

$$\frac{57{,}6}{18} = 3{,}2 \text{ h} = 3 \text{ h} + \frac{2}{10} \times 60 \text{ min} = \underline{3 \text{ h } 12 \text{ min}}.$$

### Exercice 22

a. $13 \text{ min} = \frac{13}{60} \text{ h}$ ;

b. $40 \text{ min} = \frac{2}{3} \text{ h}$ ;

c. $55 \text{ min} = \frac{11}{12} \text{ h}$ ;

d. $1 \text{ h } 20 \text{ min} = \frac{4}{3} \text{ h}$ ;

e. $2 \text{ h } 9 \text{ min} = \frac{43}{20} \text{ h}$ ;

f. $3 \text{ h } 50 \text{ min} = \frac{23}{6} \text{ h}$.

### Exercice 23

On a : $2 \text{ h } 3 \text{ min} = \frac{41}{20} \text{ h}$.

Vitesse moyenne de Patrick Makau, qui a parcouru 42,195 km en un peu plus de 2 h 3 min :

$$\frac{42{,}195}{\frac{41}{20}} = 42{,}195 \times \frac{20}{41} \approx 20{,}6 \text{ km/h} \ ;$$

Patrick Makau a dépassé les 20 km/h.

## Produits en croix

### Exercice 24

a. $\left.\begin{array}{r} 10 \times 9 = 90 \\ 6 \times 15 = 90 \end{array}\right\}$ donc $\frac{10}{6} = \frac{15}{9}$ ;

b. $\left.\begin{array}{r} 10 \times 6 = 60 \\ 15 \times 4 = 60 \end{array}\right\}$ donc $\frac{10}{15} = \frac{4}{6}$ ;

c. $\left.\begin{array}{r} 3 \times 17 = 51 \\ 2 \times 25 = 50 \end{array}\right\}$ donc $\frac{3}{2} \neq \frac{25}{17}$.

### Exercice 25

1. $15 \times 4 = 60$ et $3 \times 20 = 60$.

2.a. $\frac{15}{4} \neq \frac{3}{20}$ ; b. $\frac{20}{4} = \frac{15}{3}$ ; c. $\frac{15}{3} \neq \frac{4}{20}$.

### Exercice 26

1. $12 \times 8 = 96$ et $4 \times 24 = 96$.

2.a. $\frac{12}{4} = \frac{24}{8}$ ; b. $\frac{8}{4} = \frac{24}{12}$ ; c. $\frac{4}{8} = \frac{12}{24}$.

### Exercice 27

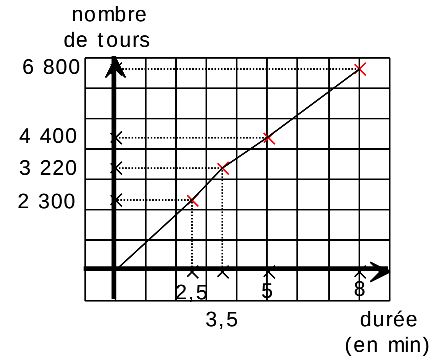
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Grandeur A | 5,25 | 7 | 10,5 | 19,25 |
| Grandeur B | 3 | 4 | 6 | 11 |

### Exercice 28

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Durée (en min) | 2,5 | 3,5 | 5 | 8 |
| Nombres de tours | 2 300 | 3 220 | 4 400 | 6 800 |

Le tableau ci-dessus donne le nombre de tours du tambour d'une machine à laver le linge, selon la durée d'utilisation.

Ci-contre une représentation graphique de ce tableau




Le nombre de tours n'est pas proportionnel à la durée ; en effet, sur le graphique, les quatre points de coordonnées (durée ; nombre de tours) ne sont pas alignés avec l'origine.

Vérification en utilisant l'un « des produits en croix » :

$$\left.\begin{array}{r} 2{,}5 \times 4400 = 11\,000 \\ 5 \times 2\,300 = 11\,500 \end{array}\right\} \text{ donc } \frac{2\,300}{2{,}5} \neq \frac{4\,400}{5}$$

## Bien comprendre, mieux rédiger

### Exercice 29 **Faire le bon choix**

Ci-contre un tableau de proportionnalité :

| | | |
|---|---|---|
| Grandeur A | 3 | 7 |
| Grandeur B | 12 | $x$ |

1. Calculs de $x$

- selon Safi : $\frac{12}{3} = 4$ donc $x = 7 \times 4 = \underline{28}$ ;
- selon Linda : $7 = 3 \times \frac{7}{3}$ donc $x = 12 \times \frac{7}{3} = \underline{28}$ ;
- selon Ketu : $3 \times x = 12 \times 7$ donc $x = \frac{12 \times 7}{3} = \underline{28}$.

2. c'est la méthode de Safi qui permet de trouver la réponse sans aucune difficulté par un calcul de tête.

3. a.

| | | |
|---|---|---|
| Grandeur E | 18 | 9 |
| Grandeur F | 11 | $x$ |

en utilisant la méthode de Linda, on a : $6 = 18 \div 2$, donc : $x = 11 \div 2 = \underline{5{,}5}$ ;

b.

| | | |
|---|---|---|
| Grandeur G | 9 | 6 |
| Grandeur H | 6 | $x$ |

en utilisant la méthode de Ketu, on a : $6 \times 6 = 36$, donc : $x = 36 \div 9 = \underline{4}$.

### Exercice 30 **Suffit ou suffit pas ?**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Grandeur A | 5 | 9 | 12 | 24 |
| Grandeur B | 8 | 14,4 | 21,6 | 43,2 |

1. $\frac{8}{5} = 1{,}6$ ; $\frac{14{,}4}{9} = 1{,}6$ ; $\frac{21{,}6}{12} = 1{,}8$ ; $\frac{43{,}2}{24} = 1{,}8$ ;
donc il ne s'agit pas d'un tableau de proportionnalité.

2. Pour trouver la bonne réponse, Steve aurait dû
- effectuer les deux quotients : $\frac{12}{9}$ et $\frac{21{,}6}{14{,}4}$,
- constater qu'ils sont différents : $\frac{12}{9} \approx 1{,}33$ et $\frac{21{,}6}{14{,}4} = 1{,}5$.

### Exercice 31 **Proportionnel ou pas ?**

Le tableau ci-dessus donne le prix de pots de peinture et l'aire de la surface que l'on peut peindre, en fonction de la contenance de ces pots :

| Contenance (en L) | 2,5 | 4 | 30 | 20 |
|---|---|---|---|---|
| Prix (en F CFA) | 4 500 | 7 200 | 34 000 | ? |
| Aire (en m²) | 22,5 | 36 | 270 | ? |

1. Le prix de la peinture n'est pas proportionnel à la contenance des pots ; en effet :

$$\frac{4\,500}{2,5}=1\,800 \;;\; \frac{7\,200}{4}=1\,800 \;;\; \frac{34\,000}{30}\approx 1\,133.$$

2. L'aire de la surface que l'on peut peindre est proportionnelle à la contenance des pots ; en effet :

$$\frac{22,5}{2,5}=9 \;;\; \frac{36}{4}=9 \;;\; \frac{270}{30}=9.$$

3.a. On ne peut pas connaître le prix de vente d'un pot de 20 litres … puisqu'il n'y a pas proportionnalité entre contenance et prix.

b. Par contre si la proportionnalité entre contenance et aire de la surface à peindre est conservée, Eric peut évaluer l'aire de la surface qu'il pourra peindre avec 20 litres :

$$20\times 9=180 \text{ m}^2.$$

4. Le tableau ci-dessus donne l'aire des plafonds rectangulaires (dont un côté mesure 3,5 m) en fonction de la longueur de l'autre côté :

| Autre côté (en m) | 3 | 4,2 | 5,6 | 6 |
|---|---|---|---|---|
| Aire (en m²) | 10,5 | 14,7 | 19,6 | 21 |

L'aire de la surface à peindre est proportionnelle à la longueur des côtés, le coefficient de proportionnalité permettant de passer de cette longueur à cette aire étant la longueur commune à ces plafonds : 3,5 m.

### Exercice 32 **Toujours penser à contrôler**

1. Le graphique ci-contre semble traduire une situa-tion de proportionnalité entre les grandeurs A et B.

En effet les trois points semblent alignés avec l'origine du repère.

2.a. Tableau de correspondance entre ces deux grandeurs (obtenu par lecture graphique, sur le papier millimétré) :

| Grandeur A | 8 | 16 | 24 |
|---|---|---|---|
| Grandeur B | 10 | 18 | 26 |

b. $\frac{10}{8}=\frac{5}{4}=1,25$ ; $\frac{18}{16}=\frac{9}{8}=1,125$ ; $\frac{26}{24}=\frac{13}{12}\approx 1,083\ldots$ ;
donc il n'y a pas de coefficient de proportionnalité entre ces deux grandeurs.

c. La réponse donnée au 1. n'est pas juste.

## **Exercices d'approfondissement**

### Exercice 33 **Composition minéralogique**

1. Les 19,2dm$^3$ de minéraux secondaires représentent :
(100-28-53-11)%=8% du bloc de granite ;
donc le volume total de ce bloc de granite est :

$$\frac{19,2}{8\%}=\frac{19,2}{8}\times 100=\underline{240 \text{ dm}^3}.$$

2. 240 dm$^3$=0,24 m$^3$ ; donc la masse de ce bloc de granite est : $2,7\times 0,24=0,648$ tonnes=<u>648 kg</u>.

### Exercice 34 **Les prix ont-ils été stables ?**

1. Prix du sac de 50 kg de riz :

a. après l'augmentation de 20% :
19 500×120%=<u>23 400 F CFA</u> ;

b. après la baisse de 20% :
23 400×80%=<u>18 720 F CFA</u>.

2. Finalement le prix a baissé de :
19 500–18 720=<u>780 F CFA</u> ;
c'est donc Jolita qui a raison.

### Exercice 35 **Jogging**

1. A l'aller, Ahmed a parcouru 5 km en $\frac{1}{2}$ h ;

sa vitesse moyenne a été de : $\dfrac{5}{\frac{1}{2}}=\underline{10 \text{ km/h}}$.

2. Au retour, Ahmed a parcouru 5 km en $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\text{h}=\frac{5}{6}$ h ;

sa vitesse moyenne a été de : $\dfrac{5}{\frac{5}{6}}=\underline{6 \text{ km/h}}$.

3. Moyenne des deux vitesses précédentes : $\frac{10+6}{2}=\underline{8}$.

4. Vitesse moyenne d'Ahmed sur le trajet aller et retour :

$$\frac{5+5}{\frac{1}{2}+\frac{5}{6}}=\frac{10}{\frac{8}{6}}=\underline{7,5 \text{ km/h}}.$$

Observation : la moyenne des vitesses est différente de la vitesse moyenne.

## Exercice 36 **Vitesse des planètes**

1. Orbites de certaines planètes autour du Soleil :

| Planète | Longueur de l'orbite (en km) | Période de révolution (en h) |
|---|---|---|
| Mercure | $364 \times 10^6$ | 2 112 |
| Terre | $942 \times 10^6$ | 8 760 |
| Mars | $1\,433 \times 10^6$ | 16 488 |
| Saturne | $8\,798 \times 10^6$ | 240 000 |
| Neptune | $28\,274 \times 10^6$ | 1 440 000 |

2.a. Vitesse moyenne de chacune de ces planètes :

| Planète | Vitesse moyenne (en km/h) |
|---|---|
| Mercure | $\frac{364}{2\,112} \times 10^6 \approx 172\,348$ |
| Terre | $\frac{942}{8\,760} \times 10^6 \approx 107\,534$ |
| Mars | $\frac{1\,433}{16\,488} \times 10^6 \approx 86\,912$ |
| Saturne | $\frac{8\,798}{240\,000} \times 10^6 \approx 36\,658$ |
| Neptune | $\frac{28\,274}{1\,440\,000} \times 10^6 \approx 19\,635$ |

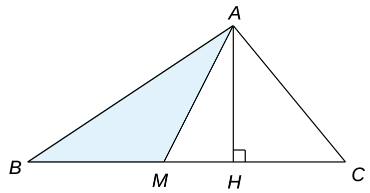
b. Conclusion : plus une planète est éloignée du Soleil, moins grande est sa vitesse orbitale.

## Exercice 37 **Etude d'une figure**

Dans le triangle *ABC*, de hauteur (*AH*) on a :

$BC = 7$ cm et $AH = 3$ cm ;

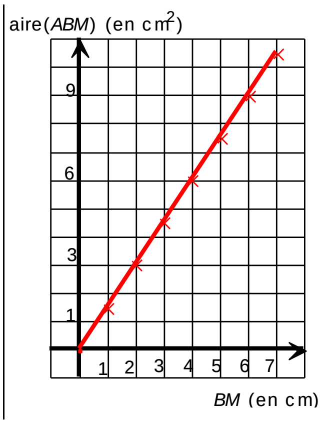
*M* est un point de [*BC*].




1.

| *BM* (en cm) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Aire(*ABM*) (en cm²) | 1,5 | 3 | 4,5 | 6 | 7,5 | 9 | 10,5 |

2. Ci-contre la traduction du tableau par un graphique représentant l'aire du triangle *ABM* en fonction de la longueur *BM*.




3.a. L'aire de *ABM* est proportionnelle à *BM* ;
en effet le graphique est une portion de droite, qui passe par l'origine du repère.

b. Ce résultat était prévisible ;

en effet : $\text{aire}(ABM) = \frac{BM \times AH}{2} = \frac{3}{2} \times BM$ ;

donc $\frac{3}{2}$ est le coefficient de proportionnalité, qui permet de passer de *BM* à aire(*ABM*)

## Exercice 38 **Grille de proportionnalité**

Pour compléter les lignes de la grille, proportionnelles entre elles, utiliser l'égalité des produits en croix dans chaque « carré 2×2 » où trois des quatre cases sont déjà connues :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **3,75** | 6,25 | 10 | 13,75 |
| 3 | **5** | **8** | **11** |
| **6,3** | 10,5 | 16,8 | **23,1** |
| 10,5 | **17,5** | 28 | **38,5** |

étape 1 : $\frac{10{,}5 \times 28}{16{,}8} = 17{,}5$ ; étape 2 : $\frac{10{,}5 \times 10{,}5}{17{,}5} = 6{,}3$ ;

étape 3 : $\frac{10{,}5 \times 3}{6{,}3} = 5$ ; étape 4 : $\frac{5 \times 16{,}8}{10{,}5} = 8$ ;

etc …

L'égalité de tous les produits en croix permet de dire que les colonnes de cette grille sont aussi proportionnelles entre elles.

## Activités d'intégration

### Exercice 39 **Elevage de chèvres**

1. Nombre de chèvres du Sahel possédées par Azah : $50 \times 82\% = \underline{41}$ ;
nombre de chèvres du Sahel possédées par Brice : $40 \times 55\% = \underline{22}$.

2. En s'associant et réunissant leurs troupeaux, Azah et Brice possèdent 90 chèvres, dont 63 chèvres du Sahel ;
Ces chèvres du Sahel représentent alors : $\frac{63}{90} \times 100 = \underline{70\%}$ de l'ensemble de leur troupeau.

### Exercice 40 **Livraison de lait**

1.a. Temps mis par Azah pour aller de son village à Maroua : <u>48 min</u>.

b. $48 \text{ min} = \frac{48}{60} \text{ h} = \underline{\frac{4}{5} \text{ h}}$.

c. Distance entre le village d'Azah et Maroua : 40 km ;
on en déduit la vitesse moyenne avec laquelle Azah s'est rendu à Maroua : $\frac{40}{\frac{4}{5}} = 40 \times \frac{5}{4} = \underline{50 \text{ km/h}}$.

2. Temps mis par Azah pour repartir à son village à 60 km/h : $\frac{40}{60} = \frac{2}{3} \text{ h} = \frac{2}{3} \times 60 = \underline{40 \text{ min}}$.

3.a. Azah s'est absenté de son village : $48 + 42 + 40 = \underline{130 \text{ min} = 2 \text{ h } 10 \text{ min}}$.

b. Vitesse moyenne d'Azah sur la totalité du parcours : $\frac{80}{130} \times 60 \approx \underline{37 \text{ km/h}}$.

### Exercice 41 **Consommation de gasoil**

1. Consommation de gasoil pour effectuer les 40 km pour aller à Maroua : $9{,}2 \times \frac{40}{100} = \underline{3{,}68 \text{ L}}$.

2. Consommation de gasoil pour effectuer les 40 km de retour : $3{,}68 \times 78\% = \underline{2{,}87 \text{ L}}$.

| Activités de découverte | Cours Méthodes et savoir-faire | Application | Bien comprendre Mieux rédiger | Approfondissement |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Etude d'une série statistique [1 p 166] | | 26, 27 | |
| | Fréquences [2 p 166] | 9, 10, 11, 12, 13 | 31 | 32, 33, 38 |
| 2 | Moyenne [3 p 167] | 14, 15, 16, 17, 18, 19 | 28, 29, 30 | 33, 34, 37 |
| | **Apprendre à calculer des fréquences et des moyennes [1 p 168]** | **1, 2, 3, 4** | | |
| 3, 4 | Représentations graphiques [4 p 167] | 20, 21, 22, 23, 24, 25 | | 33, 35, 36 |
| | **Apprendre à représenter des séries statistiques [2 p 169]** | **5, 6, 7, 8** | | |

*Les caractères gras signalent des pages ou des exercices de Méthodes et savoir-faire.

## Activités de découverte

### Pour démarrer **Lire et interpréter un graphique**

1.a. Pourcentage de filles illettrées sur la période allant de 1985 à 1994 : 42%.
b. Pourcentage de garçons illettrés sur la période allant de 1995 à 2004 : 25%.

2 Les pourcentages diminuent dans le temps. On le voit par la hauteur « décroissante » des bandes qui les représentent.

### 1 **Séries statistiques, effectifs et fréquences**

1. **Effectif total** (ou nombre de données) : **<u>25</u>**.

2. **Caractère étudié** (ou à quoi s'intéresse-t-on dans cette enquête) : **<u>l'âge</u>** des nouveaux inscrits dans un club de karaté.

3.a. Nombre d'âges différents : <u>quatre</u>.
b. **Valeurs du caractère** (ou différents âges relevés) : **<u>9</u>**, **<u>11</u>**, **<u>12</u>** et **<u>14</u>**.

4. **Effectif de la valeur 9** (ou nombre de nouveaux inscrits de 9 ans) : **<u>7</u>**.

| Âge | 9 | 11 | 12 | 14 | **Total** |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 7 | 12 | 5 | 1 | **25** |
| Fréquence | 28% | 48% | 20% | 4% | **100%** |

5.a. **Fréquence de la valeur 9** (ou proportion des nouveaux inscrits de 9 ans par rapport au nombre total des nouveaux inscrits) : $\underline{\frac{7}{25}}$.

b. $\frac{7}{25} = \underline{0{,}28} = \underline{\mathbf{28\,\%}}$.

### 2 **Moyenne**

1.a. Nombre d'enfants qui ont répondu à la question : <u>6</u>.

b. Nombre total de fois où ils sont allés à Yaoundé : $3+2+4+1+2+3=\underline{15}$.

c. Nombre moyen de visites de ce groupe d'enfants à Yaoundé : $\frac{15}{6} = \underline{2{,}5}$.

2.a.

| Nombre de visites | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | **Total** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif (nombre d'enfants) | 2 | 3 | 7 | 5 | 3 | **20** |

b. Le calcul d'Akem ($\frac{0+1+2+3+4}{5} = 2$) est incorrect car <u>les nombres</u> d'élèves qui sont déjà allés à Yaoundé 0 fois, 1 fois, 2 fois, 3 fois ou 4 fois <u>ne sont pas égaux entre eux</u>.

c. Nombre moyen des visites de ce groupe de 20 enfants : $\frac{0\times 2+1\times 3+2\times 7+3\times 5+4\times 3}{20} = \frac{44}{20} = \underline{2{,}2}$.

### 3 Diagramme en bâtons

1.a. Le pourcentage d'utilisateurs d'Internet est effectivement en augmentation (*au sens large*) depuis 2005 dans chacun de ces trois pays (*au Bénin, entre 2007 et 2008, ce pourcentage est resté constant*).

b. Le pourcentage d'utilisateurs d'Internet a atteint ou dépassé 2% :
- pour le Cameroun en 2006, 2007, 2008 et 2009 ;
- pour la Côte-d'Ivoire en 2008 et 2009 ;
- pour le Bénin en 2009.

c. Le pourcentage d'utilisateurs d'Internet de la Côte-d'Ivoire a été supérieur à celui du Bénin en 2008 et 2009.

2. Pour l'année 2010, les longueurs des bâtons représentant le pourcentage d'utilisateurs d'Internet seront respectivement :
- pour le Cameroun, de 3,8 cm ;
- pour la Côte-d'Ivoire, de 2,3 cm ;
- pour le Bénin, de 2,2 cm.

### 4 Diagramme circulaire

1.a. Le pays qui a vu le plus souvent ses clubs remporter la Ligue des Champions, entre 1997 et 2011 compris, est l'Egypte.

b. Les clubs des trois pays d'Afrique du Nord (Egypte, Maroc et Tunisie) ont remporté plus de la moitié des titres.
Justification : les trois secteurs représentant ces trois pays couvrent plus de la moitié du disque.

c. Les clubs des pays anglophones réunis (Ghana et Nigéria) n'ont pas remporté plus du quart des titres.
Justification : les deux secteurs représentant ces deux pays couvrent moins du quart du disque.

2.a. Nombre de compétitions qui se sont disputées entre 1997 et 2011 : 15.

b. Pour chaque pays, le nombre de victoires étant proportionnel à la mesure (en degrés) de l'angle du secteur qui le représente, on obtient :

| Pays | Egypte | Maroc | Tunisie | R.D.C. | R.C.I. | Ghana | Nigeria | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Mesure d'angle (en degrés) | 120 | 48 | 48 | 48 | 24 | 24 | 48 | 360 |
| Nombre de victoires | 5 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 15 |

En effet : $15 \times \frac{120}{360} = 5$ , $15 \times \frac{48}{360} = 2$ et $15 \times \frac{24}{360} = 1$.

## Méthodes et savoir-faire

### 1 Apprendre à calculer des fréquences et des moyennes

#### Exercice 1

| Type | Cargo | Pétrolier | Remorqueur | Pêche | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 9 | 3 | 6 | 12 | 30 |
| Fréquence | 30% | 10% | 20% | 40% | 100% |

#### Exercice 2

| Bonnes réponses | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 2 | 6 | 8 | 15 | 5 | 4 | 40 |
| Fréquence | 5% | 15% | 20% | 37,5% | 12,5% | 10% | 100% |

Nombre moyen de bonnes réponses :

$$\frac{0 \times 2 + 1 \times 6 + 2 \times 8 + 3 \times 15 + 4 \times 5 + 5 \times 4}{40} = \frac{107}{40} = \underline{2{,}675}.$$

#### Exercice 3

| Opinion | Mécontent | Peu satisfait | Satisfait | Très satisfait | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 325 | 550 | 1 175 | 450 | 2 500 |
| Fréquence | 13% | 22% | 47% | 18% | 100% |

#### Exercice 4

| Age (en années) | 13 | 14 | 15 | 16 | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 12 | 110 | 46 | 32 | 200 |
| Fréquence (en %) | 6 | 55 | 23 | 16 | 100 |

Age moyen des élèves :

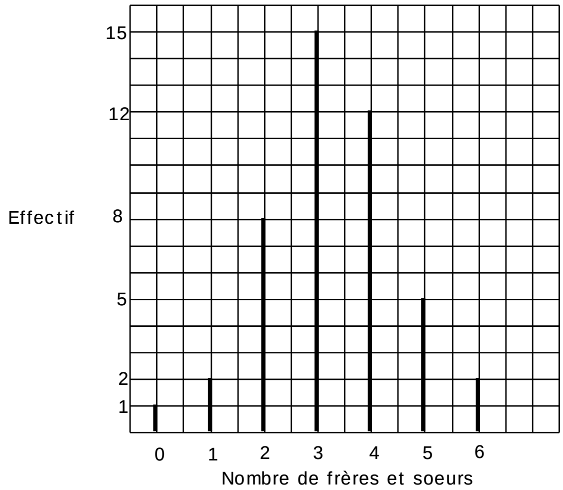
$$\frac{13 \times 12 + 14 \times 110 + 15 \times 46 + 16 \times 32}{200} = \frac{2\,898}{200} = \underline{14{,}49}.$$

## 2 Apprendre représenter des séries statistiques

### Exercice 5

Représentation par un diagramme en bâtons de la série statistique ci-dessous, donnant la répartition des 45 élèves d'une classe selon le nombre de leurs frères et sœurs :

| Nombre de frères et sœurs | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 1 | 2 | 8 | 15 | 12 | 5 | 2 |
| Hauteur des bâtons (en cm) | 0,5 | 1 | 4 | 7,5 | 6 | 2,5 | 1 |

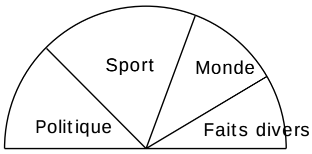



### Exercice 6

Représentation par deux diagrammes de la série statistique ci-dessous, donnant la répartition de 60 personnes selon leur rubrique préférée dans un journal :

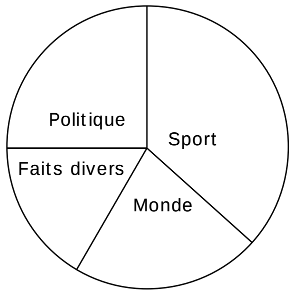
a. diagramme semi-circulaire :

| Rubrique | Politique | Sport | Monde | Faits divers | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 15 | 22 | 13 | 10 | 60 |
| Mesure de l'angle | 45° | 66° | 39° | 30° | 180° |




b. diagramme circulaire :

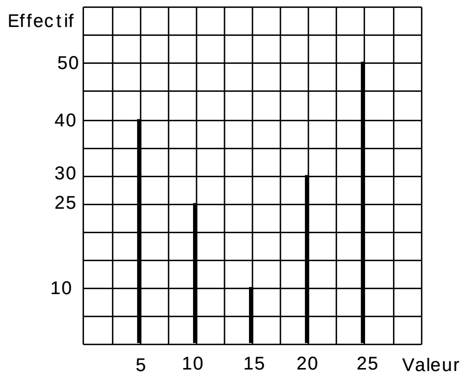
| Rubrique | Politique | Sport | Monde | Faits divers | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 15 | 22 | 13 | 10 | 60 |
| Mesure de l'angle | 90° | 132° | 78° | 60° | 360° |




### Exercice 7

Représentation de la série statistique ci-dessous par un diagramme en bâtons :

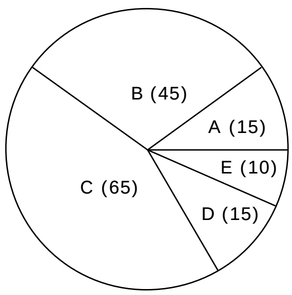
| Valeur | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 40 | 25 | 10 | 30 | 50 |




### Exercice 8

Représentation de la série statistique ci-dessous par un diagramme circulaire :

| Valeur | A | B | C | D | E | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 15 | 45 | 65 | 15 | 10 | 150 |
| Mesure de l'angle | 36° | 108° | 156° | 36° | 24° | 360° |



## Activités d'application

### Effectifs et fréquences

#### Exercice 9

| Pointure | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 2 | 5 | 6 | 9 | 8 | 7 | 3 | 40 |
| Fréquence | 0,05 | 0,125 | 0,15 | 0,225 | 0,2 | 0,175 | 0,075 | 1 |

#### Exercice 10

1. Population du Gabon en 2003 : 1 517 685.

2.

| | Région | Population | Fréquence |
|---|---|---|---|
| 1 | Estuaire | 662 028 | 44% |
| 2 | Haut-Ogooué | 228 471 | 15% |
| 3 | Moyen-Ogooué | 60 990 | 4% |
| 4 | Ngounié | 101 415 | 7% |
| 5 | Nyanga | 50 297 | 3% |
| 6 | Ogooué-Ivindo | 64 163 | 4% |
| 7 | Ogooué-Lolo | 64 534 | 4% |
| 8 | Ogooué-Maritime | 128 774 | 9% |
| 9 | Woleu-Ntem | 157 013 | 10% |
| | Total | 1 517 685 | 100,0% |

#### Exercice 11

| Moyen de transport | Pieds | Voiture | Vélo | Moto | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 3 | 11 | 5 | 21 | 40 |
| Fréquence | 0,075 | 0,275 | 0,125 | 0,525 | 1 |

#### Exercice 12

| | | | | | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 45 | 35 | 25 | 55 | 60 | 30 | 250 |
| Fréquence | 18% | 14% | 10% | 22% | 24% | 12% | 100% |

#### Exercice 13

1. Effectif total : $100 \times \frac{100}{25} = \underline{400}$.

2.

| | | | | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 100 | 80 | 120 | 20 | 80 | 400 |
| Fréquence (en %) | 25 | 20 | 30 | 5 | 20 | 100 |

### Moyennes

#### Exercice 14

Nombre moyen de buts marqués :

$$\frac{0 \times 6 + 1 \times 8 + 2 \times 12 + 3 \times 5 + 4 \times 2 + 5 \times 1}{6 + 8 + 12 + 5 + 2 + 1} = \frac{60}{34} \approx \underline{1,8}.$$

#### Exercice 15

Masse moyenne d'un seau de tomates :

$$\frac{4 \times 12 + 4,5 \times 15 + 4,75 \times 20 + 5 \times 18 + 5,25 \times 6}{12 + 15 + 20 + 18 + 6} = \frac{332}{71} \approx \underline{4,68\text{ kg}}.$$

#### Exercice 16

1. Répartition des 40 élèves d'une classe selon les notes obtenues lors d'une interrogation :

| Note | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 8 | 7 | 4 | 3 | 40 |

2. Note moyenne :

$$\frac{0 + 2 + 2 + 6 + 12 + 20 + 30 + 56 + 56 + 26 + 30}{1 + 2 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 8 + 7 + 4 + 3} = \frac{250}{40} = \underline{6,25}.$$

#### Exercice 17

La valeur $a$ est telle que :

$$\frac{a \times 5 + 8 \times 4 + 9,5 \times 1 + 10 \times 1 + 11,5 \times 2 + 13 \times 6}{5 + 4 + 1 + 1 + 2 + 6} = 10$$

$$\frac{5a + 152,5}{19} = 10.$$

Donc : $a = \frac{190 - 152,5}{5} = \underline{7,5}$.

#### Exercice 18

Chiffre d'affaire moyen de Jean-Pierre sur 25 jours :

$$\frac{100\ 000 \times 24 + 150\ 000}{25} = \underline{102\ 000\text{ F CFA}}.$$

#### Exercice 19

1. Moyenne actuelle d'Ali :

$$\frac{8 + 12 + 9 + 7 + 11 + 10 + 13 + 6}{8} = \frac{76}{8} = \underline{9,5}.$$

2. La note minimale, que doit obtenir Ali au dernier contrôle pour avoir au moins 10 de moyenne, est telle qu'en l'additionnant à 76 (somme des *huit* premières notes) on obtienne au moins 90 ;
cette note minimale doit donc être égale à <u>14</u>.

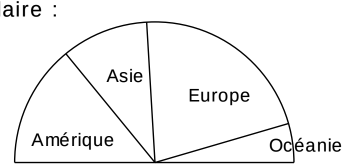
## Diagrammes

### Exercice 20

1. Tableau :

| Continent | Amérique | Asie | Europe | Océanie | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 10 | 7 | 15 | 3 | 35 |
| Mesure de l'angle (en degrés) | 51 | 36 | 77 | 16 | 180 |

2. Représentation par un diagramme semi-circulaire :

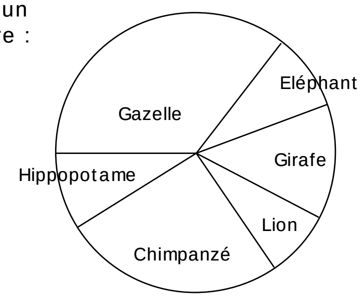



### Exercice 21

Tableau :

| | Gazelle | Eléphant | Girafe | Lion | Chimpanzé | Hippopotame | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 32 | 8 | 12 | 7 | 23 | 8 | 90 |
| Mesure de l'angle (en degrés) | 128 | 32 | 48 | 28 | 92 | 32 | 360 |

Représentation par un diagramme circulaire :

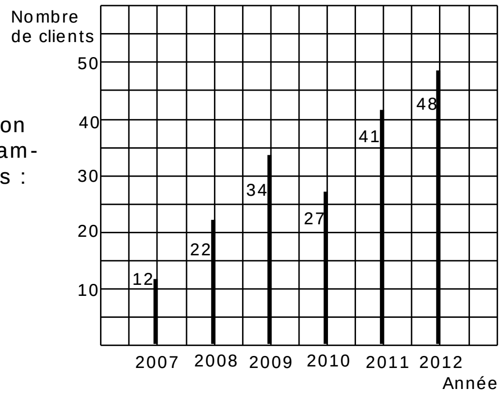



### Exercice 22

Tableau :

| Année | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de clients | 12 | 22 | 34 | 27 | 41 | 48 |

Représentation par un diagramme en bâtons :




### Exercice 23

1. Tableau des effectifs :

| Salaire mensuel (en F CFA) | 20 000 | 40 000 | 60 000 | 100 000 | 150 000 |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 10 | 13 | 5 | 2 | 1 |

2. Salaire moyen : $\dfrac{20\ 000\times 10+40\ 000\times 13+60\ 000\times 5+100\ 000\times 2+150\ 000\times 1}{10+13+5+2+1}=\dfrac{1\ 370\ 000}{31}=\underline{44\ 194\text{ F CFA}}$.

### Exercice 24

| Source d'information | Internet | Télévision | Radio | Journal | Bouche à oreille | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence (en%) | 10 | 20 | 30 | 25 | 15 | 100 |
| Effectif | 100 | 200 | 300 | 250 | 150 | 1 000 |

### Exercice 25

1. Nombre moyen de médecins pour 100 000 habitants au Cameroun :
en 1991 : $0{,}06\times 100=\underline{6}$ ; en 1996 : $0{,}06\times 100=\underline{6}$.

2.a. Nombre total de médecins au Cameroun :
en 1991 : $\dfrac{11\ 500\ 000}{1\ 000}\times 0{,}06=\underline{690}$ ; en 1996 : $\dfrac{12\ 587\ 000}{1\ 000}\times 0{,}06=\underline{755}$.

b. Aucune contradiction entre les réponses en 1 et en 2 : le nombre de médecins a du augmenter dans la même proportion que la population du Cameroun.

3. En 2012, avec 0,23 médecins pour 1 000 habitants et un nombre total de 4 630 médecin, on peut estimer la population du Cameroun à : $\dfrac{4\ 630}{0{,}23}\times 1\ 000\approx\underline{20\ 130\ 435}$.

## Exercice 26 **Natures des caractères**

1. *Le style de musique* préféré d'un groupe de personnes est un caractère **qualitatif** ;
*la taille* des joueurs d'un club de basket-ball est un caractère **quantitatif**.

2. Exemples
a. de caractère **quantitatif** : *nombre* de frères et sœurs pour les élèves d'une classe (exercice 5) ou *notes* obtenues par un élève lors de contrôles (exercice 18) ;
b. de caractère **qualitatif** : *rubrique* préférée par 60 personnes dans un journal (exercice 6) ou *continent* d'origine d'un groupe de touristes étrangers (exercice 19).

## Exercice 27 **Vocabulaire**

Les clientes du magasin sont la population étudiée.
La couleur est le caractère de cette étude. Les différentes valeurs du caractère sont « rouge », « vert », « bleu » et « jaune ». 7 est l'effectif de la couleur « bleu » ; 5 est l'effectif de la couleur « rouge ». 24 est l'effectif total.

## Exercice 28 **Moyenne bien pondérée**

1. $\frac{(6+18)}{2}=12$ n'est pas la moyenne de Dominique.
*Erreur commise dans ce calcul* : 6 a été obtenu sept fois, alors que 18 a été obtenu qu'une seule fois.

2. Moyenne de Dominique : $\frac{6\times 7+18\times 1}{7+1}=\frac{60}{8}=\underline{7,5}$.

## Exercice 29 **Limites de la moyenne**

| Salaire (en F CFA) | 30 000 | 40 000 | 500 000 |
|---|---|---|---|
| Effectif | 10 | 9 | 1 |

1.a. Salaire moyen des employés :
$\frac{30\ 000\times 10+40\ 000\times 9+500\ 000}{20}=\underline{58\ 000 \text{ F CFA}}$.
b. Ce qui ne représente pas les salaires de l'entreprise : en effet 19 d'entre eux (sur 20) sont inférieurs à 40 000 F CFA.

2.a. Moyenne des salaires en ne comptant pas le salaire le plus élevé : $\frac{30\ 000\times 10+40\ 000\times 9}{19}\approx\underline{34\ 737 \text{ F CFA}}$.
b. Cette valeur est plus représentative que celle calculée en 1.a.

## Exercice 30 **Interpréter des moyennes**

| Valeur | 2 | 100 | 150 | 350 | 1 000 | 6 000 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 3 | 30 | 40 | 35 | 25 | 2 |

1. Moyenne de cette série statistique :
$$\frac{2\times 3+100\times 30+150\times 40+350\times 35+1\ 000\times 25+6\ 000\times 2}{3+30+40+35+25+2}$$
$=\frac{58\ 256}{135}\approx\underline{431,5}$.

2.a. Moyenne de la même série sans tenir compte des deux valeurs extrêmes (*à faibles effectifs : 3 et 2*) :
$$\frac{100\times 30+150\times 40+350\times 35+1\ 000\times 25}{30+40+35+25}$$
$=\frac{46\ 250}{130}\approx\underline{355,8}$.

2.b. Les valeurs extrêmes (à faibles effectifs) faussent l'évaluation de la moyenne de cette série.

## Exercice 31 **Proportion ou effectif**

1. En affirmant que « *il y a plus de conserves vendues dans la première épicerie* », Jean a comparé les 40% de conserves vendus dans cette première épicerie avec les 24% de conserves vendus dans la seconde.
C'est insuffisant pour faire une telle affirmation … comme le montrent les informations complémentaires données dans la question suivante !

2.a. En vendant 200 produits alimentaires dans la journée, le nombre de conserves vendues dans la première épicerie est égal à $200\times 40\%=\underline{80}$ ;
en vendant 350 produits alimentaires dans la journée, le nombre de conserves vendues dans la seconde épicerie est égal à $350\times 24\%=\underline{84}$.

b. Finalement l'affirmation de Jean est bien erronée.

## Exercices d'approfondissement

### Exercice 32 **Vérification des calculs**

| Effectif | 4 | 8 | 6 | 10 | ? | ? |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence | 9% | 20% | 15% | 24% | 28% | 96% |

1. Dans le tableau ci-dessus, au moins une erreur a été commise, puisque la somme des fréquences n'est pas égale à 100%.

2. Si l'effectif total est égal à 40, alors :

- l'effectif entaché est égal à : 40-(4+8+6+10)=12 ;
- les fréquences exactes sont données dans le tableau suivant :

| Effectif | 4 | 8 | 6 | 10 | 12 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence | 10% | 20% | 15% | 25% | 30% | 100% |

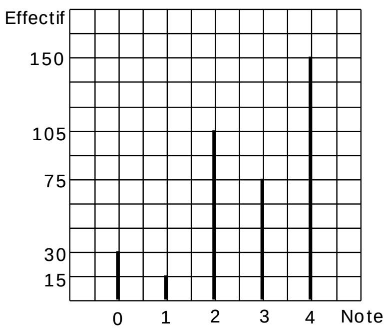
### Exercice 33 **Résultats d'un test**

1. Tableau complet des résultats d'un test noté de 0 à 4, passé par les 375 élèves d'un collège :

| Note | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 30 | 15 | 105 | 75 | 150 | 375 |
| Fréquence (en %) | 8 | 4 | 28 | 20 | 40 | 100 |

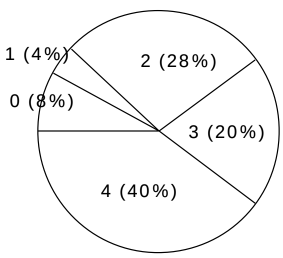
2. Représentations :
a. des effectifs à l'aide d'un diagramme en bâtons :

| Note | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 30 | 15 | 105 | 75 | 150 |
| Hauteur des bâtons (en cm) | 1 | 0,5 | 3,5 | 2,5 | 5 |




b. des fréquences à l'aide d'un diagramme circulaire :

| Note | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence (en %) | 8 | 4 | 28 | 20 | 40 | 100 |
| Mesure de l'angle | 28,8° | 14,4° | 100,8° | 72° | 144° | 360° |




3. Note moyenne obtenue au test :

$$\frac{0 \times 8 + 1 \times 4 + 2 \times 28 + 3 \times 20 + 4 \times 40}{100} = \underline{2{,}8}.$$

### Exercice 34 **Calcul de moyenne avec les fréquences**

1. Tableau donnant le nombre de kilomètres parcourus par des élèves de 4^e^ :

| Kilomètres parcourus | 4 | 5 | 6 | 7 | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | $n_1$ | $n_2$ | $n_3$ | $n_4$ | $N$ |
| Fréquence (en%) | 20 | 40 | 25 | 15 | 100 |

a. Nombre moyen de kilomètres parcourus :

$$m = \frac{n_1 \times 4 + n_2 \times 5 + n_3 \times 6 + n_4 \times 7}{N}$$

$$m = \frac{n_1}{N} \times 4 + \frac{n_2}{N} \times 5 + \frac{n_3}{N} \times 6 + \frac{n_4}{N} \times 7 .$$

b. Chaque fraction de l'égalité ci-dessus est égale à la fréquence de la valeur correspondante du caractère.
c. On en déduit que le nombre moyen de kilomètres parcourus est :
$m = 0{,}20 \times 4 + 0{,}40 \times 5 + 0{,}25 \times 6 + 0{,}15 \times 7 = \underline{5{,}35 \text{ km}}$.

2. Tableau donnant les notes obtenues à un contrôle dans une classe de 4^e^ :

| Note | 6 | 8 | 10 | 11 | 12 | 15 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence (en%) | 5 | 15 | 20 | 25 | 20 | 10 | 5 |

Moyenne des notes obtenues :
$m = 0{,}05 \times 6 + 0{,}15 \times 8 + 0{,}2 \times 10 + 0{,}25 \times 11 + 0{,}2 \times 12 + 0{,}1 \times 15 + 0{,}05 \times 18$
$= \underline{11{,}05}$.

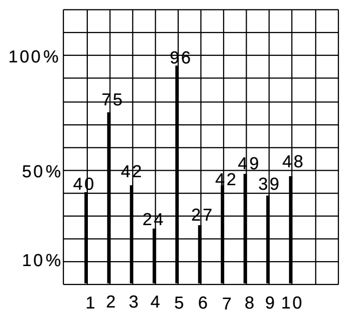
### Exercice 35 **Population urbaine et rurale**

1. Tableau donnant les populations (en milliers d'habitants) dans les zones urbaines et rurales pour les 10 régions du Cameroun :

| | Région | Population urbaine | Population rurale | Total | Taux (en %) d'urbanisation |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Adamaoua | 407 | 609 | 1 016 | 40% |
| 2 | Centre | 2 639 | 887 | 3 526 | 75% |
| 3 | Est | 334 | 468 | 802 | 42% |
| 4 | Extrême-Nord | 839 | 2 641 | 3 480 | 24% |
| 5 | Littoral | 2 755 | 111 | 2 866 | 96% |
| 6 | Nord | 558 | 1 492 | 2 050 | 27% |
| 7 | Nord-Ouest | 760 | 1 044 | 1 804 | 42% |
| 8 | Ouest | 868 | 917 | 1 785 | 49% |
| 9 | Sud | 269 | 423 | 692 | 39% |
| 10 | Sud-Ouest | 662 | 722 | 1 384 | 48% |
| | Cameroun | 10 091 | 9 314 | 19 405 | 52% |

2.

Représentation du taux d'urbanisation par un diagramme en bâtons :




### Exercice 36 **Comparaison de diagrammes**

a. Pour déterminer le sport préféré des élèves (football), le diagramme à bandes convient le mieux.

b. Pour déterminer que les sports collectifs (football et basket-ball) sont préférés aux sports individuels (cyclisme, boxe et judo), le diagramme circulaire convient le mieux.

c. Pour déterminer que le football n'est pas préféré aux sports de combat (boxe et judo), le diagramme circulaire convient le mieux.

## Activités d'intégration

### Exercice 37 **Bien s'implanter**

1. Tableau précisant le pourcentage des commerçants intéressés par rapport aux commerçants interrogés :

| Nom de la ville | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de commerçants interrogés | 45 | 25 | 12 | 20 | 32 |
| Nombre de commerçants intéressés | 18 | 16 | 9 | 7 | 20 |
| Pourcentage des commerçants intéressés | 40% | **64%** | 75% | 35% | **63%** |

Les villes que, selon les deux critères retenus, M. Tadjon va finalement retenir sont : B et E.

2. En tenant compte que tout déplacement entre deux villes est constitué d'un aller et d'un retour, distance moyenne quotidienne à parcourir :

| Distance aller-retour (en km) | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| E | 20 | 24 | 18 | 16 |
| D | 20 | 22 | 18 | |
| C | 30 | 14 | | |
| B | 24 | | | |

- en retenant la ville B : $\dfrac{24\times 2+14\times 3+22\times 5}{6}=\dfrac{200}{6}\approx 34$ km ;
- en retenant la ville E : $\dfrac{20\times 2+18\times 3+16\times 5}{6}=\dfrac{174}{6}=29$ km.

M. Tadjon doit donc retenir la ville E.

### Exercice 38 **Campagne de vaccination**

1.a. Fréquences du nombre de personnes à vacciner :

| Nom du village | A | B | C | D | E | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de personnes à vacciner | 155 | 287 | 88 | 77 | 193 | 800 |
| Fréquence du nombre de personnes à vacciner | 19% | 36% | 11% | 10% | 24% | 100% |

b. Fréquences du nombre d'infirmiers de chaque village :

| Nom du village | A | B | C | D | E | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre d'infirmiers | 2 | 10 | 2 | 3 | 3 | 20 |
| Fréquence du nombre d'infirmiers | 10% | 50% | 10% | 15% | 15% | 100% |

c. La répartition des infirmiers n'est pas satisfaisante pour tous les villages.

2. Nouvelle répartition des infirmiers, tenant compte du nombre de personnes à vacciner dans chaque village :

| Nom du village | A | B | C | D | E | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre d'infirmiers | 4 | 7 | 2 | 2 | 5 | 20 |
| Fréquence du nombre d'infirmiers | 19% | 36% | 11% | 10% | 24% | 100% |